શાળાઓ તથા કૉલેજોમાં ચલાવવાને, ટેક્સ્ટ બુક તરીકે.

આ પુસ્તક મંજુર છે.

નવી ભૂમિતિ

ભાગ ૧ લો

કર્તા. ગુલાબભાઈ રઘુનાથજી નાયક

કીંમત બાર આના

[**Sanctioned as a Text-book for Schools and Colleges.**]

A NEW GEOMETRY

FOR GUJARATI SCHOOLS

PART 1

BY

GULABBHAI RAGHUNATHJI NAIK, B. A., S. T. C. D.

(Bombay Educational Department)

Author of "Geometry for Guj. Schools, Part 1, Book 1," "Key to New Geometry, Part 1," "Senior Arithmetic," "Lower Secondary Arithmetic," and Joint Author of "Junior Arithmetic," "Primary Arithmetic, Part 1," &c.

THIRD EDITION, 1916

Price Twelve Annas

Published by the Author

Gulabbhai Raghunathji Naik, B. A.,

at Desai Pol, SURAT

Printed by

Thakordas Mansing at the "Surat City" Printing Press,

near Chauta Bridge, SURAT.

[શાળાઓ તથા કોલેજો માટે ટેક્સ્ટ બુક તરીકે મંજુર છે.]

ગુજરાતી નિશાળો માટે

નવી ભૂમિતિ

ભાગ ૧ લો

કર્તા

ગુલાબભાઇ રઘુનાથજી નાયક, બી. એ., એસ. ટી. સી. ડી.

[મુબઈ સરકારના કેળવણી ખાતામાં શિક્ષક.]

"ભૂમિતિ ભાગ ૧ લો, પુસ્તક ૧ લું." "નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧ લાનો ખુલાસો," "સીનીઅર અંકગણિત," તથા "લોવર સેકન્ડરી અંકગણિત" ના કર્તા, અને "જ્યુનીઅર અંકગણિત" તથા "પ્રાથમિક અંકગણિત, ભાગ ૧ લા" ના સંયુક્ત કર્તા.

ત્રીજી આવૃતિ, ૧૯૧૬

કીંમત બાર આના

શિક્ષકો તેમજ વિદ્યાર્થીઓને અતિ ઉપયોગી

નવી ભૂમિતિ ભાગ પહેલામાંના

પ્રશ્નોનો ખુલાસો

તૈયાર છે.

નોટ. ટુંક મુદતમાં આ પુસ્તક બહુ પ્રિય થઈ પડયું છે.

વર્નાક્યુલર ફાઈનલ પરીક્ષાના અને ટ્રેનિંગ કોલેજના ઉમેદવારોને બહુ ઉપયોગી થઈ પડે એવા હેતુથી બહુજ સાદી અને સરળ સમજુતિ સાથે દરેક પ્રશ્નનો સંપૂર્ણ ખુલાસો આપ્યો છે.

કીંમત રૂ. ૧-૪-૦

મળવાનું ઠેકાણું.—

સોલ એજન્ટ, મી. કરસનદાસ નારણદાસ,

નાણાવટ, સુરત.

પ્રસ્તાવના.

સરકારી મરાઠી નવીન ભૂમિતિ પ્રમાણે ફેરફાર કરી ગુજરાતી શાળાઓના વિદ્યાર્થીઓને અને શિક્ષકોને માટે આ ભૂમિતિ છપાવી બહાર પાડવામાં આવી છે. પુસ્તકનો પ્રાયોગિક ભાગ મરાઠી પુસ્તકનો તરજુમો નથી, પરંતુ તે પુસ્તકમાં જે પ્રમાણેની ગોઠવણુ કરવામાં આવી છે તેનેજ અનુસરી પદ્ધતિ તેની તેજ રાખી કોઈ કોઈ જગ્યાએ યોગ્ય સુધારા વધારા કરી અને સ્થળે સ્થળે નવી આકૃતિઓ દાખલ કરી આ પુસ્તક નવાજ રૂપમાં છપાવ્યું છે. મહેરબાન ડિરેક્ટર ઓફ પબ્લિક ઈન્સ્ટ્રકશન સાહેબની ભલામણથી નામદાર સરકારે પોતાના તા. ૨૩ મી ડીસેમ્બર સને ૧૯૧૪ના ઠરાવ નંબર ૪૧૨૯ થી આ પુસ્તક સઘળી શાળાઓ તથા કોલેજો માટે ટેક્ષ્ટ બુક તરીકે કાયમનું મંજુર કર્યું છે. નામદાર ગાયકવાડ સરકાર તરફથી પણ આ પુસ્તક ઈનામ લાયબ્રેરી માટે મંજુર કરવામાં આવ્યું છે. કેળવણી ખાતાના અધિકારીઓ, શિક્ષકો, તથા અન્ય વિદ્વાન્ ગૃહસ્થો તરફથી આ પુસ્તકને સારૂં ઉત્તેજન મળતું આવ્યું છે તે માટે એ સર્વે સાહેબોનો ઉપકાર માનું છું.

ભૂમિતિનો અભ્યાસક્રમ બદલવાનો હેતુ અને નવી ભૂમિતિ શીખવવાની સૂચના પુસ્તકમાં સવિસ્તર આપી છે. પુસ્તકમાં આપેલા પ્રશ્નો અને ઉત્તરોનો ઉપયોગ કેવી રીતે કરવો તે સામાન્ય શિક્ષકને પણ તરતજ માલમ પડી આવે એવું છે.

સરકારી ઠરાવો પ્રમાણે જુદાં જુદાં ધોરણોમાં કયા કયા અભ્યાસક્રમ કરવાના છે તે પણ બતાવ્યું છે.

મરાઠી નવીન ભૂમિતિના કર્તાઓ તથા અંગ્રેજી ભૂમિતિના કર્તાઓ કે જેઓના પુસ્તકોમાંથી મને અમૂલ્ય મદદ મળી છે તેઓનો ઉપકાર માનવાની હું રજા લઉં છું.

જે જે સૂચનાઓ કરવામાં આવશે તે ઘણાજ ઉપકાર સહિત સ્વીકારી યોગ્ય સુધારા આવતી આવૃતિમાં કરવામાં આવશે.

ગવર્નમેન્ટ હાઈસ્કૂલ, સુરત. } ગુલાબભાઈ રઘુનાથજી નાયક.

સરકારી ઠરાવો પ્રમાણેના પરીક્ષાના અભ્યાસક્રમ.

૧. **છઠ્ઠા ધોરણ માટે,**
કર્તવ્ય ભાગ. પહેલા (વિભાગ) ખંડમાંથી પાનાં ૧૬ થી ૧૦૦ એટલે § ૧ થી § ૯ ના (**ઞ**) સુધી.
પ્રમેય ભાગ. બીજા (વિભાગ) ખંડમાંથી સિદ્ધાંત ૧ થી ૧૩.

૨ **સાતમા ધોરણ તથા વર્નાક્યુલર ફાઇનલ પરીક્ષા માટે,**
કર્તવ્ય ભાગ. પહેલો (વિભાગ) ખંડ આખો.
સિદ્ધ ભાગ. બીજા (વિભાગ) ખંડ તથા ત્રીજા (વિભાગ) ખંડ આખા; અને તેમાંના પ્રમેય અને કૃત્ય પરના સહેલા પ્રશ્નો.

૩. **ટ્રેનિંગ કોલેજના પહેલા વર્ષ માટે,**
આખું પુસ્તક, સઘળા પ્રશ્નો સાથે.

અનુક્રમણિકા.

ભૂમિતિ શિક્ષણુ સંબંધી સૂચના,... ... ... ૧

નવી ભૂમિતિ સંબંધી વિશેષ માહિતિ,... ... ... ૮

વિભાગ (ખંડ) ૧ લો. કર્તવ્ય અને પ્રાયોગિક ભાગ,... ૧૫-૧૩૭

પ્રકરણુ ૧ લું, ... ૧૬-૧૨૨

૧. સીધી લીટી, અને તેનું માપ, ... ૧૬
૨. સ્કેલમાપ કે અતર પ્રમાણુ, ... ૨૨
૩. ખુણો, ... ૨૭
૪. બેરીંગ અથવા કોણુ અતર, ... ૫૧
૫. આપેલા અંશ ઉપરથી ખુણો બનાવવાનુ,... ... ... ૫૪
૬. સીધી લીટીથી બનતા ખુણા,... ... ... ૫૭
૭. અરસપરસ છેદતી બે લીટીની વચ્ચેના ખુણા, ... ૬૨
૮. સમાન્તર સીધી લીટીઓ, ... ૬૫
૯. ત્રિકોણુ, ... ૭૧
૧૦. લંબ, ... ૧૧૦
૧૧. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણુ, ... ૧૧૪

પ્રકરણુ ૨ જું, ...૧૨૨-૧૩૭

ભૂમિતિનાં મૂળ તત્ત્વો,... ... ... ૧૨૨
પદાર્થ, ... ૧૨૩
લંબાઈ, પહોળાઈ અને જાડાઈ, ... ૧૨૪
સફાઈ કે પૃષ્ઠ,... ... ... ૧૨૪
લીટી, ... ૧૨૯
બિંદુ, ... ૧૩૫

વિભાગ (ખંડ) ૨ જો, પ્રમેય ભાગ, ... ૧૩૮–૨૧૮

૧૨. પ્રત્યક્ષ પ્રમાણુ અને સ્વીકૃત કૃત્ય, ... ૧૩૮

૧૩. સીધી લીટી અને તેથી થતા ખુણા, ... ૧૪૭

૧૪. સમાન્તર સીધી લીટી, ... ૧૫૪

૧૫. ત્રિકોણુ અને બહુકોણુના ખુણા, ... ૧૬૬

૧૬. સર્વસમાન ત્રિકોણો અને સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણુ, .. . ૧૭૩

૧૭. ત્રિકોણુમાં બાજુ અને ખુણાનો સંબંધ, ... ૧૯૬

૧૮. અસમાન ત્રિકોણો અને લંબનુ મહત્ત્વ, ... ૨૦૨

૧૯. સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણુ, લીટીના અંતર્ભાગો, અને
મધ્યગાઓનું છેદન બિંદુ, ... ૨૦૮

વિભાગ (ખંડ) ૩ જો, કૃત્ય ભાગ, ... ૨૧૯–૨૫૫

૨૦. દ્વિભાગ રચના અને લંબ રચના, ... ૨૨૦

૨૧. ત્રિકોણુ રચના અને કોણુ રચના, ... ૨૨૮

૨૨. સમાન્તર લીટીની રચના, અને લીટીના સરખા ભાગ, ૨૪૦

૨૩. નિધાન રચના, ... ૨૪૭

૨૪. પરિશિષ્ટ अ. થોડાક પ્રશ્નોની સિદ્ધતા,... .. ... ૨૫૫

૨૫. પરિશિષ્ટ ब. પૃથક્કરણુ રીતિ, ... ૨૬૧

૨૬. પરચુરણુ પ્રશ્નો, ... ૨૬૬

૨૭. પરિશિષ્ટ क. વ્યાખ્યાનુક્રમ, ... ૨૭૮

જવાબો, ... ૨૮[illegible]

નવી ભૂમિતિ, ભાગ ૧ લો.

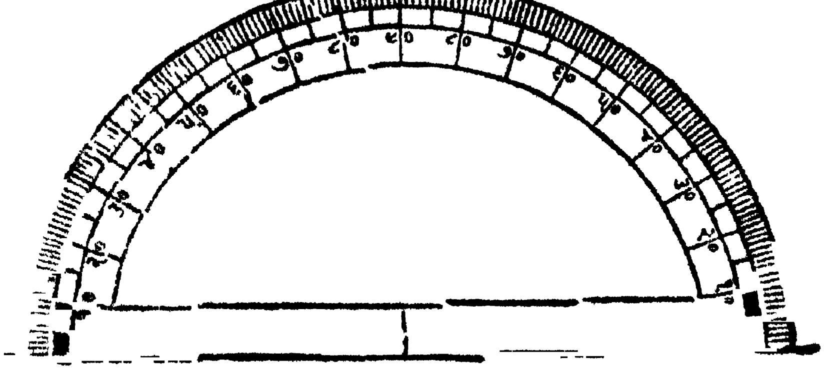
પ્રાસ્તાવિક પ્રકરણ.

અ. ભૂમિતિ શિક્ષણ સંબંધી સામાન્ય સૂચના.

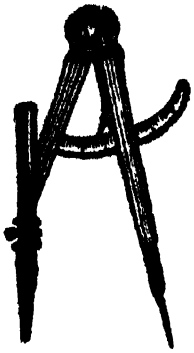
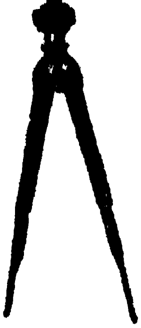
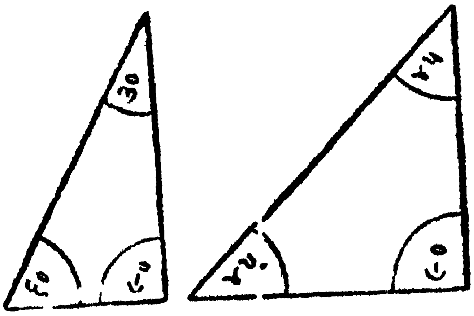
ભૂમિતિના અભ્યાસથી જે ફાયદા થવા જોઈએ તેનો પુરેપુરો લાભ વિદ્યાર્થીને થાય એવી જો શિક્ષકની ઇચ્છા હોય તો તેના કર્તવ્ય ભાગમાં તેમજ સિદ્ધ ભાગમાં તેને એકી વખતે સાથેજ તાલીમ મળવી જોઇએ. ભૂમિતિ શાસ્ત્રના એ બંને ભાગો એકમેકથી બિલકુલ વિરૂદ્ધ નથી, પણ એક ભાગ બીજાનો દૃષ્ટાંત રૂપ છે.

આ હેતુથી કર્તવ્ય ભાગમાં જે પ્રાયોગિક ભાગ આપવામાં આવ્યો છે તેનો ઉપયોગ સંપૂર્ણ કાળજીથી કરવાનો છે. સિદ્ધ ભાગમાં તર્કશાસ્ત્રના નિયમો બહુ સંભાળથી સાચવવાની જરૂર છે; તેથી તે ભાગ પાછળથી રાખવામાં આવ્યો છે, તો પણ તેના સઘળા પ્રમેયોના ગુણ ધર્મ પ્રયોગ ને અનુમાન દ્વારા પહેલેથીજ સમજાવવાની જરૂર છે.

(૧) આકૃતિઓ બહુજ સફાઈથી અને સંભાળથી નીચેનાં સાહિત્યોની મદદથી દોરાવવી જોઈએ; અને જરૂર પડે ત્યાં શિક્ષકે પોતે તે આકૃતિ પાટીઆ ઉપર નમુનારૂપે દોરી બતાવવી.



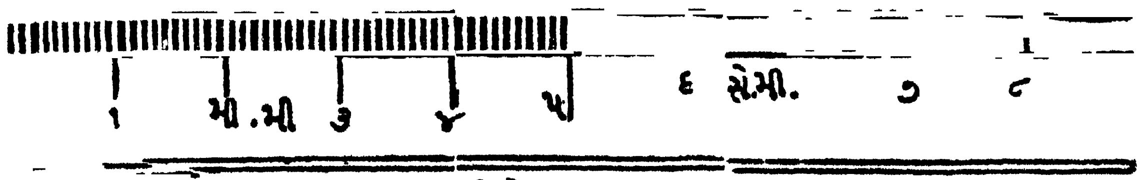
પ્રોટ્રેક્ટર કે કોણમાપક સાહિત્ય.

કંપાસ,
કે કર્કટી.

ડીવાઇડર્સ
કે અંતરમાપક.

સેટ સ્કવેરની જોડ,
કે કાટખૂણા.





સીધી લીટીના ઉપર રૂલર (આંકણી).

(અ) 'ત્રણ એચ' અને '૭ એચ' ની બે પેન્સીલો;
(બ) કર્કટી અને અંતરમાપક સાહિત્ય;
(ક) પ્રોટ્રેક્ટર કે કોણમાપક સાહિત્ય;
(ડ) ઇંચ અને દશાંશ ઇંચ, સેન્ટીમીટર અને મીલીમીટર વાળુ એક લાકડાનું આશરે છ ઇંચ લાંબું રૂલર, આંકણી.
(ઇ) બે સેટસ્કવેર યા કાટખૂણાની જોડ.

(૨) જે જે આકૃતિ સંબધી વિવેચન (કર્તવ્ય ભાગમાં કે સિદ્ધ ભાગમાં) કર્યું છે તે તે આકૃતિઓ શિક્ષકે **વિદ્યાર્થી પાસે પણ કઢાવવી.**

(૩) ખરાં માપ મેળવવાને માટે દરેક લીટી ઝીણી સફાઇદાર હોવી જોઇએ; પેન્સીલોના છેડા ગ્લાસ પેપરથી તીણા કરવાની ખાસ જરૂર છે. સઘળી લીટીઓ એકજ સરખી જાડાઇની આવવી જોઇએ.

(૪) લીટીઓ ડાબા હાથ તરફથી જમણા હાથ તરફજ દોરવી અને કદી પણ તેની તેજ લીટી ફરીથી બેવડી કરવી નહિ. લીટી દોરવામાં આંગળાં અને કાંડુ ફક્ત ખસેડવાં નહિ, પણ **આખો હાથ** ખસેડવો જોઇએ.

(૫) કર્કટી (કંપાસીઝ) ને ઉપરના માથા આગળથી પકડવું અને વર્તુળ દોરતી વખતે લક્ષમાં રાખવુ કે કાગળમાં છિદ્ર પડે નહિ.

(૬) રૂલર ઉપર અંતર માપવાને તથા બે બિંદુઓની વચ્ચેનું અંતર માપવાને ડીવાઇડર્ઝનો ઉપયોગ કરવો; રૂલરના સ્કેલ ઉપર છિદ્ર ન પડે તેવી રીતે ડીવાઇડર્ઝને લગભગ ક્ષિતિજ બરાબર રાખવુ અને જોઇએ તેના કરતાં સહેજ વધારે પહોળુ રાખી ડીવાઇડર્ઝને સાંકડુ કરવુ.

(૭) પ્રોટ્રેક્ટર અને સેટસ્કવેરનો ઉપયોગ આગળ બતાવ્યો છે તે પ્રમાણે કરવો.

આ બધાં સાહિત્યોનો ઉપયોગ વિદ્યાર્થીને બરાબર કરતાં આવડે તે પહેલાં શિક્ષક પાંચ દશ આકૃતિ તેની મદદથી બરાબર વર્ગને દેખાય તે પ્રમાણે દોરવી અને તેને માટે મોટા સાહિત્યો (પાટીઆ ઉપર વપરાય તેવાં) ખાસ રાખી મૂકવાં; યુકિલડના સિદ્ધાંતો શીખવતી વખતે આકૃતિ સાહિત્યો વગર દોરી ચલાવી લેવામાં આવતુ તેમ કદી પણ નાની કે મોટી, પ્રમેયની કે કૃત્યની, વ્યાખ્યાની કે પ્રશ્નની, આકૃતિઓ સાહિત્ય વગર દોરવી નહિ.

કર્તવ્ય ભાગમાં દરેક પ્રકરણમા સમજુતિ પ્રમાણે યોગ્ય લાગે તેવાં જુદાં જુદાં દષ્ટાંત આપી વિદ્યાર્થી પાસેજ તેના પોતાનાજ શબ્દોમાં વ્યાખ્યા બને ત્યાં સુધી કઢાવવી, અને બરાબર સમજાયા પછીજ અંદરની વ્યાખ્યાઓ મોઢે કરાવવી. તર્કશાસ્ત્રની આ વિગમન પદ્ધતિનો ઉપયોગ દરેક પ્રયોગના ગુણ ઠસાવવામાં ખાસ કરવાનો છે. કર્તવ્ય ભાગમા જે જે પ્રયોગો આપ્યા છે તેમાંનો કોઈ પણ પ્રયોગ વિદ્યાર્થી પાસે મોઢે કરાવવાનો નથી; પણ તે પ્રયોગ પ્રમાણે અથવા તેવી કોઈ અન્ય રીતિએ

પૃથક્ પૃથક્ આકૃતિએા પાડી (પાટીઆ ઉપર અથવા જાડા દેાપીસ્તાની પાતળી પટીએા કાપી તેમાં ટાંકણી મારી) વિદ્યાર્થી સમક્ષ ભૂમિતિનાં મુખ્ય મુખ્ય સત્યેા સમજાવવાં. પ્રયેાગેાથી સિદ્ધ કરેલી સત્યતાએા પાછળથી તર્કશાસ્ત્રના નિયમેાને અનુસરી સિદ્ધાંતરૂપે આપવામાં આવી છે.

જેમ સાહિત્યને શેાખ વધારવાને માટે કવિતાની કડીએા મેાઢે કરાવવાની આવશ્યકતા છે તેમ વિદ્યાર્થીની તાર્કિક શક્તિ કેળવવાને માટે સિદ્ધાંતેામાં આપેલી દેાષ રહિત તાર્કિક સિદ્ધતા અવશ્ય મેાઢે કરાવવીજ જોઇએ. એ તાર્કિક શક્તિ કેળવવાને માટે લગભગ એકજ જાતના શબ્દેામાં, પણ જુદા ક્રમમાં કે ઉલટા શબ્દેામાં વ્યાખ્યાએા બનાવી વિદ્યાર્થીના જ્ઞાનની પરીક્ષા કરવી. જેમકે

(૧) વાંકી લીટીએાથી હદ થઈ હેાય એવી સપાટ આકૃતિ તે વર્તુળ;

(૨) ચાર સરખી બાજુએાથી હદ થઈ હેાય તેવી આકૃતિ તે રૅામ્બસ;

(૩) સીધી ન હેાય એવી લીટી તે વાંકી લીટી, વગેરે.

ઉપલી વ્યાખ્યા કયાં કારણથી ખેાટી કે ખરી છે તે વિદ્યાર્થી પાસેથીજ કહાવવાની ખાસ અગત્ય છે.

કર્તવ્ય ભાગમાં સત્યતાએા બતાવવામાં કારણેા દર્શાવવાની જરૂર નથી; એ ભાગ ભૂમિતિના શાસ્ત્રીય ભાગને હેાવાથી પાછળથીજ સિદ્ધાંતરૂપે આપ્યેા છે અને કર્તવ્ય ભાગમાં જેમ પ્રાયેાગિક ભાગ શીખતા જાય તેમ તેમ આ કારણેાવાળેા સિદ્ધાંત ભાગ પણ વિદ્યાર્થી સમક્ષ રજુ કરવેા. ભૂમિતિ શીખવવાનેા મુખ્ય ઉદ્દેશ આ તાર્કિક ભાગ શીખવવાનેાજ છે અને એ વિષય બહુજ મહત્ત્વનેા છે.

સિદ્ધાંતના તાર્કિક વિવેચનમાં વિદ્યાર્થીને દરેક સત્યતાનું કારણ સમજાવુંજ જોઇએ અને તે તે સમજે કે નહિ તેની ખાત્રી કરવાને શિક્ષકે ડગલે ડગલે પ્રશ્ન અને પ્રતિ પ્રશ્નથી પ્રયત્ન કરવેા અવશ્યનેા છે. એ વિવેચનનું કેાઇ પણ વાક્ય પાછળના કેાઈ પણ સિદ્ધાંત પર આધારભૂત હેાય તેા તેનેા સંબંધ વર્ગના પાઠમાં વિદ્યાર્થીને આવડવેાજ જોઇએ. પુસ્તકમાં મુખ્ય મુખ્ય આધારના સંબંધેા દર્શાવ્યા છે, પણ પરીક્ષાએામાં

તે સંબંધ દર્શાવવાની જરૂર નથી; જો કે વિવેચન અને સિદ્ધતાનું દરેક વાક્ય વિદ્યાર્થી સમજીને મુકે છે કે નહિ તે તેણે પોતાની લખવાની પદ્ધતિ પરથી બતાવવું જોઇએ. જે જે સિદ્ધાંતોની મદદ આગળના સિદ્ધાંતમાં લેવામાં આવતી હોય તેનાં પ્રતિજ્ઞા અને નિર્દેશ વિદ્યાર્થીને આવડવાં જોઇએ. દરેક સિદ્ધાંત બરાબર મોઢે કરવો જોઇએ પણ પોપટની માફક સમજ્યા વગર નહિ. મોઢે કરાવવાનું કામ સહેલું કરવાને માટે શિક્ષકે (૧) જુદા જુદા અક્ષરો વાપરવા; (૨) આકૃતિ આડી ઉભી, મોટી નાની કરવી; (૩) અક્ષરોનાં સ્થળ બદલવાં; (૪) ઘણી વખત કોઈ પણ અક્ષર વાપરવોજ નહિ; (આ રીત ખાસ લક્ષમાં લેવા યોગ્ય છે). ઉપર પ્રમાણેજ વિદ્યાર્થીએ ઘેરે વાંચવાની ટેવ પાડવી જોઇએ અને જો તે પોતાના **મનમાં** આકૃતિમાં જોયા વિના સિદ્ધાંત બરાબર સિદ્ધ કરે તો ભૂમિતિ અધ્યયનનું યોગ્ય સાફલ્ય થાય છે.

વર્ગમાં સિદ્ધાંતનું પુનરાવર્તન થાય ત્યારે વિદ્યાર્થીએ અંદરનાજ શબ્દો બોલવાનો, તેમ તે યાદ આવી જતા હોય તો તે છોડી દેવાનો પ્રયત્ન કરવો નહિ; સિદ્ધાંતનું વિવેચન એવી રીતે તેને કહેતાં આવડવું જોઇએ કે પાછલા સિદ્ધાંતોના આધારો બોલવાની જરૂર પડે નહિ. ચોપડીનીજ આકૃતિ કે અંદરના અક્ષરોની આવશ્યકતા નથી. જ્યાં સુધી તેનું વિવેચન કારણ દર્શક હોય ત્યાં સુધી અંદરના ક્રમમાંજ તે કહેવાની જરૂર નથી. જે વિવેચન તે કરે તે યોગ્ય રીત સહિત, અને કારણ દર્શક છે એવી ખાત્રી થવી જોઇએ

કોઇ કોઈ સિદ્ધાંતોની રચનામાં પાછળ સિદ્ધતા ન આવી હોય એવાં સ્વીકૃત કૃત્યો લેવામાં આવ્યાં છે; જ્યારે એવાં કૃત્યો કરવામાં આવે ત્યારે તે એવાં હોવાં જોઇએ કે તેનો ઉપયોગ કરવાનું સબળ કારણ હોવું જોઇએ, અને તે કરવામાં ભૂમિતિના તાર્કિક ભાગને કોઈ પણ જાતનો દોષ લાગતો નથી એ જોવું જોઇએ. અમુક શરતો પૂર્ણ કરે એવી લીટી કે એવું બિંદુ આવી શકતું હોય ત્યારેજ તે સ્વીકૃત કૃત્ય તરીકે લેવું જોઇએ.

અમુક સિદ્ધાંતો મોઢે થઈ ગયા પછી વિદ્યાર્થીના લક્ષમાં આવવું જોઇએ કે ભૂમિતિ શાસ્ત્રનો મુખ્ય હેતુ તાર્કિક વિવેચન શક્તિ કેળવવાનો

છે અને સૂક્ષ્મ દૃષ્ટિથી જોતાં માલમ પડશે કે દરેક વિવેચન (૧) ભૂમિતિન મુખ્ય વિચારો (જેવા કે બિંદુ, લીટી) (૨) વ્યાખ્યાઓ, (૩) પ્રત્યક્ષ પ્રમાણે (૪) પ્રત્યક્ષ પ્રમાણોથી ઉપજતા પ્રમેયો અને (૫) પાછળ શીખી ગએલ સિદ્ધાંતોનું બનેલું છે. આ ઉપરાંત જે કંઈ વધારાનું હોય તે વિવેચનના તાર્કિક ક્રમની સમજુતિ અર્થે અથવા દૃષ્ટાંત રૂપેજ છે. તે વિવેચન જોઈએ તેમ વિદ્યાર્થીને આવડે છે કે નહિ તેની ખાત્રી પ્રશ્ન છોડવાની તેની શકિત ઉપરથી થાય છે. પ્રશ્ન છોડવા એ કામ એકદમ સહેલું નથી, તેમજ શક્તિ બરાબર કેળવાયા પછી એ કામ ધારવામાં આવે તેટલુ અઘરૂ નથી. એ કામને માટે પુસ્તકને અતે આપેલી પૃથકકરણ રીતિનો ઉપયોગ કરવો; અને તેમાં બતાવેલી વિગમન પદ્ધતિ એક વખત સમજાયા પછી મ્હાવરાથી દસી જશે અને ઉપયોગી થઈ પડશે

પ્રશ્ન સામાન્ય રીતે ત્રણ જાતના છે—પ્રમેય પ્રશ્નો, કૃત્ય પ્રશ્નો અને ગણત્રીના પ્રશ્નો પહેલી બે જાતના પ્રશ્નોમાં સિદ્ધના જરૂરની છે અને ત્રીજી જાતના પ્રશ્નો સિદ્ધતાની જગ્યાએ તેજ પ્રમાણે આપેલી કીમતો મુકી કરવાના છે. શરૂઆતમાં બધાજ પ્રશ્નોમાં વિદ્યાર્થીને મદદની જરૂર પડશે અને તેથી શિક્ષકે યોગ્ય લાગે તેમ મદદ કરવી, પણ જોવું કે વિદ્યાર્થીનો આત્મપ્રયત્ન ઓછો થવાથી તે નિરાશી થાય નહિ. સહેલા પ્રશ્નો બનતાં સુધી મોઢેજ કરાવવા. નવો સિદ્ધાંત સમજાવતાં પહેલાં કર્તવ્ય ભાગમાં તેને લગતા આપેલા પ્રયોગો કરવાથી, અને રચનાનો ભાગ બતાવવાથી વિદ્યાર્થી કદાચ સિદ્ધતા પણ થોડી થોડી પોતાની મેળે કહી શકશે.

પાટીઆ ઉપર આકૃતિઓ દોરવા માટે નીકલના અથવા લાકડાનાં મોટાં સાહિત્યો આશરે ત્રણેક રૂપીઆની કીંમતથી મળે છે. આવાં મોટાં સેટ સ્કવેરો, કંપાસ, ડીવાઇડર્ઝ, રૂલર અને પ્રોટ્રેકટર, મુબઈ યા અન્ય સ્થળના મોટા બુકસેલરોને ત્યાંથી જોઇએ તો નાના બુકસેલરો યોગ્ય સૂચનાને આધારે મંગાવી આપશે.

ચ. શિક્ષણ સંબંધી થોડીક મુખ્ય સૂચના.

નવી ભૂમિતિનો વિષય જુની ભૂમિતિના વિષયથી જુદો છે તેથી જે શિક્ષકને એની શિક્ષણ પદ્ધતિ નવી હોય તેણે આગળ બતાવેલી સૂચના પ્રમાણે પોતે બરાબર અધ્યયન કરી તેજ પ્રમાણે શીખવવાનો પ્રયત્ન કરવો. નીચેની બાબતો ખાસ ધ્યાનમાં લેવા યોગ્ય છે:—

(ક) જે આકૃતિના ગુણ, ધર્મ વગેરે અનુમાનથી શીખવવાના છે તે આકૃતિ પ્રત્યક્ષ દોરી તેનાં બાજુ, ખૂણા, વગેરે ચોક્કસ માપી સમજાવીને પ્રાયોગિક ભાગ શીખવવો.

(ખ). આકૃતિ સંબંધી કે પ્રમેય સંબંધી પ્રયોગો કરી જે ગુણ-ધર્મો કઢાવવાના છે તે બને ત્યાં સુધી વિદ્યાર્થી પાસેજ કઢાવવાનો પ્રયત્ન કરવો. શિક્ષણ જેમ ઉંચા પ્રકારનું હશે તેમ વધારે જવાબો વિદ્યાર્થી આપશે.

(ગ). આકૃતિના ધર્મો અને પ્રમેયો સ્પષ્ટ સમજાય તેને માટે આકૃતિઓ બરાબર કાઢવી જોઇએ. આકૃતિઓ પાટીઆ ઉપર બહુ કાળજી પૂર્વક દોરી તેની સ્પષ્ટ સમજૂતિ આપવી; તેમજ વિદ્યાર્થીએ જે આકૃતિ કાઢવાની છે તે સાહિત્યોની મદદથી બહુજ ચોક્કસ કઢાવવા કદી પણ ચૂકવું નહિ. જેમ તે વધારે સફાઇદાર, સ્પષ્ટ અને ખરી હશે તેમ શિક્ષણ સહેલું થશે અને સમજૂતિ બરાબર ગ્રહણ થશે.

(ઘ). બધી વ્યાખ્યાઓ એકદમ સાથે શીખવી દેવાની નથી. પરંતુ જેમ જેમ તેની જરૂર પડે તેમ તેમ તે શીખવવી. વ્યાખ્યાઓ એકદમ શીખવવામાં આવશે તો તે તરતજ ભૂલી જવાશે અને કદાચ શિક્ષણ થોડે ઘણે અંશે નિરર્થક થઈ પડશે.

(ઙ) શિક્ષકે જાતે વ્યાખ્યાઓ કહી ન દેતાં યોગ્ય શિક્ષણથી પુસ્તકમાં બતાવેલી રીતે વિદ્યાર્થી પાસેજ કઢાવવી. જો વિદ્યાર્થી તે ન કહી શકે તો જુદી જુદી આકૃતિઓ દોરી તેની સાથે પૂર્ણ સમજુતિ આપી વિદ્યાર્થીને સમજાવવી. બરાબર સમજુતિ અપાયા પછીજ વિદ્યાર્થી પાસે એવી આકૃતિઓ કઢાવવી, તેમજ ઓળખાવવી.

(ચ). પ્રમેય ભાગના જે સિદ્ધાંતો શીખવાના છે તે શીખવવા પહેલાં પ્રાયોગિક ભાગમાં આપેલા તેને લગતા પ્રયોગો શીખવવા. તે બરાબર ધ્યાનમાં ઠસ્યા બાદ તેના ગુણધર્મોનું ગ્રહણ બરાબર સમજાય કે પછી વિદ્યાર્થીને કહેવું કે હવે એ ગુણધર્મો આપણે અનુમાનથી સિદ્ધ કરીએ છીએ. અને ત્યાર પછી પ્રમેય લેવું. એમ ન કરવામાં આવે તો પ્રાયોગિક ભાગ જે પહેલાં શીખ્યા હશે તે ભૂલી ગયા હશે, અને તેથી પ્રમેય ભાગની વિદ્યાર્થીને જોઇએ તેવી રીતે સમજ પડશે નહિ. આ બીના ખાસ અવશ્યમાં રાખવા જેવી છે.

क. નવી ભૂમિતિ સંબંધી વિશેષ માહિતી.

(૧). શિક્ષણદ્વારા જ્ઞાન આપવાને માટે સામાન્ય રીતે ત્રણ રીત છે. જેમકે કાચના ઉપર છબી કેમ લેવાય છે તે વિષે કોઇ માણસ આપણને **ભાષણ આપી** જ્ઞાન આપે; પણ એથી આપણને જોઇએ તેવી સમજ પડતી નથી અને તેથી તરતજ આપણે તે ભુલી જઇશું. પરંતુ તેજ જ્ઞાન જો આપણને આપણી રૂબરૂ પ્રત્યક્ષ **પ્રયોગ કરીને** આપે તો આપણને વધારે સમજ પડશે અને થોડાએક દિવસ આપણે તે યાદ રાખી શકીશું. પણ એ જ્ઞાન લેવાને માટે **આપણે પોતેજ** તે પ્રયોગ કરીએ તો તેથી ઉત્તમ જ્ઞાન મળશે અને જે રીત આપણે શીખીશું તે ઘણા લાંબા વખત સુધી આપણે યાદ રાખી શકીશું. આ પ્રમાણે કોઈ એક ચીજનું જ્ઞાન (૧) વર્ણનથી, (૨) પ્રત્યક્ષ જોવાથી અને (૩) જાતે પ્રયોગ કરવાથી આપણે મેળવીએ છે; અને તે જે જે રીતે આપણે મેળવીએ તેમાં બહુ ફેર પડી જાય છે આ પ્રમાણે બધીજ બાબતમાં સામાન્ય રીતે બને છે. તેથી એવો સામાન્ય નિયમ નીકળે છે કે જે જ્ઞાન વર્ણનથીજ મળે તેના કરતાં જે જ્ઞાન પ્રત્યક્ષ જોવાથી મળે તે સારૂં; અને પ્રત્યક્ષ જોવાના કરતાં જે જ્ઞાન જાતિઅનુભવથી મળે તે ઉત્તમ હોય છે. એટલે કે **કોઈ જ્ઞાન ઉત્તમ રીતે પ્રાપ્ત કરવાને અને મનમાં ચોકકસ ઠસાવવાને વિદ્યાર્થીએજ જાતે પ્રયોગ કરી અનુભવ લેવો જોઇએ.** એજ નિયમે ભૂમિતિ

સંબંધી જ્ઞાન વ્યાવહારિક દૃષ્ટિથી જોતાં બહુજ અગત્યનું થઈ પડે માટે વિદ્યાર્થીએ જાતેજ પ્રયોગો કરી પોતે સમજી તે જ્ઞાન મેળવવું જોઇએ. આ પ્રમાણે સ્થિતિ હોવાથી જે જ્ઞાન પહેલાં ફક્ત મુખપાઠદ્વારાજ આપવામાં આવતું હતું તેનું કેવું પરિણામ આવ્યું તે બીના બધાને જાણીતી છે. ભૂમિતિનો વિષય બહુજ કઠણ મનાતો હતો એનું મુખ્ય કારણ એ હતું કે એ શીખવવાની જુની પદ્ધતિ જોઇએ તેવી સારી અને સરળ ન હતી. યૂકિલડનો ૩૨મો સિદ્ધાંત "ત્રિકોણના ત્રણ ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે" જે વિદ્યાર્થીઓ શીખ્યા હતા તેઓને જો પૂછ્યું હોય કે "પ્રત્યક્ષ આકૃતિ દોરી અથવા પ્રયોગ કરી" એ સિદ્ધાંત સાબિત કરો, તો ભાગ્યેજ કોઈ વિદ્યાર્થી તે પ્રમાણે કરી શકતો. આ ઉપરથી માલમ પડી આવશે કે પહેલેની શીખવવાની પદ્ધતિ કેવી અશાસ્ત્રીય હતી. એ રીત પ્રમાણે વિદ્યાર્થીને આકૃતિ સબંધી જ્ઞાન જોઇએ તેવું થતું ન હતું, એટલુંજ નહિ પણ ઘણીએક વખત પાઠો તેઓ મોટે કરી લેતા હતા. આ સ્થિતિ બદલવાનો એકજ ઉપાય છે કે વિદ્યાર્થીઓએ પોતેજ આકૃતિ સંબંધી પ્રયોગ કરવા. આ વાત તો નક્કીજ છે કે (ધારો કે) યૂકિલડનો ૨૯મો સિદ્ધાત અનુમાનદ્વારા—શબ્દદ્વારા શીખવ્યા બાદ પ્રયોગથી બતાવવામાં આવે કે વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ બરાબર છે તે વધારે સારૂં થઈ પડે; અને વિદ્યાર્થી જો તે પોતાની મેળેજ પ્રયોગ કરી શીખી લે તો તે સૌથી ઉત્તમ છે.

આ ઉપરથી એટલું તો સિદ્ધ છે કે ભૂમિતિના નિયમો ઠસાવવાને માટે વિદ્યાર્થીઓએ પોતાની મેળેજ પ્રયોગો વગેરે કરવા; તેથી નવી ભૂમિતિમાં લક્ષમાં રાખવાનું કે આકૃતિઓ ચોક્કસ કાઢી તેના ગુણ ધર્મ નજરે તપાસી પ્રયોગો કરી ભૂમિતિ સંબંધી સત્યતાઓ શીખવી. તેથી **પ્રમેય સિદ્ધાંતની સત્યતાઓ અનુમાન–શબ્દદ્વારા શીખવવા અગાઉ પ્રત્યક્ષ પ્રયોગો કરાવીને તેજ સત્યતાઓ બતાવવાનો પ્રયત્ન કરવામાં આવ્યો છે.**

(૨). વિગમન પદ્ધતિથી વ્યાખ્યા અને સિદ્ધાંતનું જ્ઞાન આપવું

જોઇએ. પારિભાષિક શબ્દો અને સિદ્ધાંત સબંધી માહિતી મેળવવાને માટે તે સબંધી પ્રત્યક્ષ વિવેચનની જરૂર છે એટલુંજ નહિ, પરંતુ તેનું યથાર્થ જ્ઞાન થઇ લાંબા વખત સુધી ટકે તેને માટે તેનાં દૃષ્ટાંતરૂપી વસ્તુઓ પ્રત્યક્ષ બતાવી તે ઉપરથી વિદ્યાર્થીઓ પોતેજ વિચાર, જ્ઞાન મેળવે એ વધારે સારૂં. જે જ્ઞાન મેળવવામાં આપણે પોતેજ શ્રમ કરીએ તે જ્ઞાન બહુ સારી રીતે આપણે પ્રાપ્ત કરી શકીએ છીએ; અને ઘણો વખત સુધી આપણા મનમાં તે ઠસી રહે છે. પરંતુ જે બાબત લોકો આપણને કહે તેનું જ્ઞાન જોઇએ તેવુ આપણને થઈ શકતું નથી. એટલુંજ નહિ, પણ તે લાંબા વખત સુધી આપણે યાદ રાખી શકતા નથી. વિદ્યાર્થીના મનની સ્થિતિ પણ એવીજ છે. તેથી જે જ્ઞાન તે પોતે શ્રમ કરીને મેળવે તે બહુજ સારી રીતે તેના મનમાં ઠસે છે. તેથી વ્યાખ્યા અને સિદ્ધાંતનું જ્ઞાન તેઓને પોતાનેજ શ્રમ કરીને મેળવવા દેવું જોઇએ. તેથી જે જે ચીજોના ધર્મ–ગુણ વગેરેનું જ્ઞાન વિદ્યાર્થીઓએ મેળવવાનું છે તે તે વસ્તુઓ અનેક રીતે તેની આગળ મુકી, તુલના કરાવી, તેમની પાસેજ તેમના શબ્દોમાં અનુમાન કરાવી તે જ્ઞાન આપવું. એટલે વ્યાખ્યા શીખવાની રીત આ ભૂમિતિમાં એવી છે કે જે આકૃતિની વ્યાખ્યા શીખવવાની હોય તે આકૃતિ પ્રત્યક્ષ દોરાવી તેનાં ખુણા, બાજુ, વગેરે વિદ્યાર્થી પાસેજ મપાવવાં અને તેની પરીક્ષા કરાવવી; પછી એવીજ જાતની બીજી આકૃતિઓ કઢાવી સરખામણી કરાવવી. આ તુલના ઉપરથી જે નિયમો નીકળે તે કાઢવા અને પછી વ્યાખ્યા બનાવવી. પ્રમેય સિદ્ધાંત શીખવવાને માટે પણ એજ રીત ગ્રહણ કરવી; એટલે અનેક ઉદાહરણો લઈ તે ઉપરથી પ્રમેયના સામાન્ય નિયમો ઠસાવવા.

કોઈ પણ નિયમ અથવા સિદ્ધાંત શીખવવાને બે પદ્ધતિ હોય છે:— કોઈ બીજા સામાન્ય નિયમ ઉપરથી તે નિયમ ઠરાવવો તે એક રીત; અને પ્રત્યક્ષ ઉદાહરણો ઉપરથી નિયમ ઠરાવવો તે બીજી રીત. આમાંની બીજી રીતે શીખવવું એ ઉપર કહ્યું છે. પહેલી રીતે શીખવવામાં એવો દોષ આવે છે

કે ઘણીએક વખતે શબ્દોના અર્થ અનિશ્ચિત હોય છે, અથવા જે સામાન્ય નિયમને આધારે નિયમ ઠરાવીએ તે નિયમના કયા અપવાદ હોય છે તેની આપણને ખબર પડતી નથી. અને તેથી જુદાં જુદાં વિધાન કરી ખરૂં અનુમાન કેવી રીતે કઢાવવું એ આપણને માલમ પડતુ નથી. તેથી એ પદ્ધતિએ (Deductive–Synthetic–Method **નિગમન પદ્ધતિ**) શીખવવામાં–શીખવામાં ભૂલચૂક થવાનો વધારે સંભવ રહે છે. પરંતુ ઉદાહરણો ઉપરથી નિયમો ઠરાવવાની બીજી પદ્ધતિમાં (Inductive–Analytical–Method **વિગમન પદ્ધતિ**) જુદાં જુદાં ઉદાહરણો લઈએ તેથી ભૂલ થવાનો થોડોજ સંભવ છે. તેથી સિદ્ધાંત ખરો ઠરાવવાને આ પદ્ધતિ બહુ ઉપયોગી છે. વળી આ પદ્ધતિમાં પ્રત્યક્ષ ઉદાહરણ–દૃષ્ટાંતો ઉપરથી સત્યતા ઠરાવવાની હોય છે તેથી સમજુતિ પણ અતિ સરળ થઇ પડે છે. અને તેથીજ આ પદ્ધતિનાં જ્ઞાન અને અનુભવ થવાંજ જોઇએ. આ કારણને લીધે નવી ભૂમિતિમાં આ પદ્ધતિનો ઉપયોગ કર્યો છે. તેથી **વ્યાખ્યા અને પ્રમેય–સિદ્ધાંત કે પ્રમેયના સામાન્ય નિયમો–સત્યતાઓ શીખવવામાં આ વિગમન પદ્ધતિનોજ ઉપયોગ કરવો એ ઉત્તમ રીત છે.**

નિગમન પદ્ધતિ કરતાં વિગમન પદ્ધતિ સિદ્ધાંત ખરો ઠરવવામાં વધારે ઉપયોગી છે; તેથી નિગમન પદ્ધતિ ખોટી છે કે નકામી છે એમ કાંઇ નથી. પહેલી પદ્ધતિ પ્રમાણે સિદ્ધાંત–નિયમો ઠરાવવામાં જે જે ઉદાહરણો જોઇએ તેમાંના કેટલાંએક સમૂળકાંજ મળી શકે નહિ અને કેટલાંએક મળે તો તે તપાસવાને પુરતો વખત મળે નહિ. આવી વખતે અનુમાનથી (ઉદાહરણથી નહિ) સિદ્ધાંત ઠરાવવાની આવશ્યકતા રહે છે ન્યાયમંદિરોમાં ન્યાયાધીશો કામનો નિકાલ કરવામાં તેમજ ઇતિહાસ શોધકો, જ્યોતિષીઓ વગેરે વિદ્વાનો ગત કે અદૃશ્ય વસ્તુ સંબંધી કોઈ પણ નિયમ–સિદ્ધાંત ઠરાવવામાં આજ પદ્ધતિનો વિશેષ ઉપયોગ કરે છે. આપણી પાસે આવેલાં માણસો કેવાં છે, અમુક માણસો કયારે આપણને નક્કીજ મળી શકશે, વગેરે બાબતમાં નિત્ય વ્યવહારમાં આપણે અનુમાનનો વિશેષ ઉપયોગ

કરીએ છીએ; તેથી આ પદ્ધતિનાં જ્ઞાન તથા અનુભવ પણુ આવશ્યક છે. આ કારણુને લીધે યૂકિલડની ભૂમિતિમાં જે આનુમાનિક પદ્ધતિ જોવામાં આવે છે તે આ ભૂમિતિમાં પણુ રાખવામાં આવી છે.

ટુંકમાં, કોઇ પણુ નિયમ બરાબર સમજાવવો અને મનમાં ઠસાવવો; એટલે પહેલ વહેલાં વિગમન પદ્ધતિનો ઉપયોગ, અને પાછળ જે સામાન્ય નિયમો થયા હોય તે ઉપરથી બીજો નવો નિયમ કે સિદ્ધાંત કે અનુમાન કેમ નીકળે છે તે સમજાવવું અને પછી નિગમન પદ્ધતિનો ઉપયોગ કરવો:– આ રીત આ નવી ભૂમિતિમાં લેવામાં આવી છે.

(૩). કોઈ વિશેષ અક્કલવાળો માણુસ એકાદ અપૂર્વ શાસ્ત્ર રચે તો તે બધી રીતે સંપૂર્ણ હોય એવું કાંઈ નથી. રચના ગમે તેવી ઉત્તમ હોય તો પણુ તેમાં દોષ–ભૂલચુક હોય છે. કાલિદાસ, ભવભૂતિ, શેકસપીયર, વાલ્મિક આદિ કવિઓએ કાવ્ય રચ્યાં, તેમજ પ્લેટો, ડાર્વિન, ભાસ્કરાચાર્ય, પાણિનિ આદિએ શાસ્ત્રો અને તાત્ત્વિક ગ્રંથો રચ્યા અને તે બહુજ ઉત્તમ છે તો પણુ તેમાં દોષ છે. તેજ પ્રમાણે યૂકિલડના ગ્રંથોમાં પણુ સમજવું. પણુ તે ઉપરથી કાંઇ એમ ન સમજવું કે યૂકિલડના ગ્રંથો ખોટા છે. કોઈ મોટો ઇજનેર બહુજ અક્કલ વાપરી કોઈ મોટો ઘુમટ કે પુલ બાંધે અને પાછળથી તેમાં નાના મોટા ફેરફાર કરવાની જરૂર પડે છે. કાળ અને દુનિઆની સામાન્ય સ્થિતિ જોઈ ફેરફાર કરવા પડે છે. તેજ પ્રમાણે યૂકિલડના સંબંધમાં પણુ છે. યૂકિલડના સિદ્ધાંતોનો ક્રમ જો કે બહુ સારો છે તો પણુ તે ક્રમમાં ફેરફાર કરવાની જરૂર છે. યૂકિલડના પહેલા સ્કંધના બીજા તથા ત્રીજા સિદ્ધાંતોને છોડી દઇએ તો ચાલે એમ છે: તેમજ ૧૩, ૧૪ અને ૧૫ મા સિદ્ધાંતો ચોથા અને પાંચમા સિદ્ધાંતો કરતાં સહેલા હોવાને લીધે અને એ સિદ્ધાંતો સીધી લીટીના સંબંધમાં હોવાને લીધે તે પહેલાં લઇએ તો વધારે સારૂં. એજ પ્રમાણે સિદ્ધતામાં પણુ ફેરફાર કરવાની જરૂર છે. જેમ પહેલા સ્કંધના ૮ મા સિદ્ધાંતમાં અને બીજા સ્કંધના ૧૩ મા સિદ્ધાંતમાં જે સિદ્ધતા યૂકિલડે આપી છે તેને બદલે

સહેલી સિદ્ધતા આપણે આપીએ તેા વધારે સારૂં. આ પ્રમાણે યૂકિલડની ભૂમિતિમાં ફેરફાર કરવાની જરૂર છે. તેથી જે ફેરફાર કરવાથી આપણું કામ સહેલું થઈ પડે એવા ફેરફારેા આ નવી ભૂમિતિમાં કરવામાં આવ્યા છે. આ પ્રમાણે **યૂકિલડના કરતાં સિદ્ધાંતેાનેા ક્રમ જુદેા છે; કેાઈ ઠેકાણે સિદ્ધતા પણ જુદી આપી છે; કેાઈ ઠેકાણે નકામા લાગતા સિદ્ધાંતેા છેાડી દીધા છે; અને કેાઇ ઠેકાણે બીજા ઉપયેાગી નવા સિદ્ધાંતેા દાખલ કીધા છે.**

(૪). નવી ભૂમિતિનું મુખ્ય કામ આકૃતિના ધર્મગુણ ઠસાવવાનું છે. જેમકે "સમબાજુ ત્રિકેાણુના ખુણા સરખા છે" અથવા "એક ખુણેા બીજા ખુણા કરતાં મેાટેા છે" વગેરે બાબતેા જ્યારે ભૂમિતિમાં સિદ્ધ કરવાની હેાય છે ત્યારે એ સત્યતા બતાવવાને માટે સરખામણી બરાબર થઈ શકે તેથી આકૃતિએા ચેાક્કસ કાઢવી ખાશ જરૂરની છે. સમબાજુ ત્રિકેાણુ, લંબચેારસ, ત્રિકેાણુની મધ્યગા, સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કેાણુ વગેરેની આકૃતિએા જો બરાબર કાઢી હેાય તેા તેના સંબંધી નિયમેા એની મેળેજ વિદ્યાર્થીને એકદમ સહજ દેખાઈ આવે છે; જેમકે, સમબાજુ ત્રિકેાણુની ખરી આકૃતિમાં ખુણા સરખાજ માલમ પડી આવે છે; ખરી આકૃતિના લંબચેારસમાં કર્ણો બરાબર છે; વગેરે. જો આકૃતિએા ગમે તેમ દેારી ચલાવી લેવામાં આવે તેા એજ આકૃતિના ગુણેા એકદમ માલમ પડી આવતા નથી; એટલુંજ નહિ પરંતુ અનુમાનદ્વારા કે શબ્દદ્વારા જે સિદ્ધાંત સાબિત કરીએ તેની સત્યતા વિષે મનમાં શક રહેવાનેા સંભવ છે. ધારેા કે કેાઈ પણ ત્રિકેાણુમાં સરખા ખુણાની સામેની બાજુ સરખી છે એમ સિદ્ધ કરવાને માટે ત્રિકેાણુના ખુણા સરખા ન હેાય એવી આકૃતિ દેારીએ તેા તેમાં બાજુએા સરખી હેાતી નથી તેમજ તે સરખી દેખાતી પણ નથી, તે છતાં આપણે તેને સરખી કહીએ તેા તે બહુ અયેાગ્ય કહેવાય. આ કારણને લીધે **જે આકૃતિએા દેારવાની છે તે કંપાસ, સેટસ્કવેર, ફુટપટી વગેરે સાહિત્યેાની મદદથી ચેાક્કશજ કાઢવી જોઇએ.** આ સાહિત્યનેા

ઉપયોગ કરવો એ આ નવી ભૂમિતિનું વિશેષ કામ છે. યૂક્લિડમાં કંપાસ અને પટ્ટીનો ઉપયોગ કરવામાં આવતો હતો. પરંતુ તેના વગર કામ ચલાવી લેવામાં પણ આવતું. આ સવડ આ નવી ભૂમિતિમાં નથી અને સાહિત્યોનો ઉપયોગ દરેક વખતે કરવો.

(૫). નવી ભૂમિતિમાં સિદ્ધતા આપવામાં કે અન્ય સ્થળે 'આધાર' આપવાની જરૂર નથી એટલે સિદ્ધાંતોનો અમુકજ ક્રમ રાખવો અવશ્યનો નથી. આધારો આપવામાં મુખ્ય ખામી એ રહે છે કે અમુક સત્યતા બતાવવામાં વિદ્યાર્થીને જો "આધાર" ટાંકવાની ટેવ પડે તો તે સત્યતાના કારણો ભૂલી જવાની બ્હીક રહે છે. જેમકે "△अबक=△डइफ છે, આધાર સિદ્ધાંત ૧૦" એમ કહેવાની ટેવ પડે તો શું કારણથી એ બે ત્રિકોણો બરાબર છે તે કારણ સમજ્યા વિના ઉપલકીઆ જ્ઞાન થવાનો સંભવ રહે છે; અને કારણો લાંબા વખત સુધી મનમાં રહેતાં નથી. આવી જાતની ખામી ન રહે તેને માટે સિદ્ધાંતોનો ક્રમ અમુકજ ન રાખતાં જે પક્ષ ઉપરથી અમુક સાધ્ય સિદ્ધ કરવાનુ છે તેજ પક્ષ ઉપરથી કારણો સહિત સિદ્ધતા આગળ ચલાવવી; અને એમ કરવામાં સિદ્ધતાનાં કારણોજ—એટલેજ આધારો—એક પછી એક લેવાં. કારણો બરાબર આવડે તો સિદ્ધતા બરાબર આવડે છે; અને તે ભુલી જવાનો સંભવ રહેતો નથી. આ કારણો બરાબર સમજાયા પછીજ સિદ્ધાંતોના ક્રમનો આધાર વિદ્યાર્થી લે તો પછી કાંઇ હરકત જેવુ નહિ.

આ પુસ્તકમાં "આધારો" સિદ્ધાંતોના ક્રમ ઉપરથી આપ્યા છે તેનો હેતુ એવો છે કે પુસ્તક બહુ મોટું ન થઇ જાય. પરંતુ વિદ્યાર્થીએ એવી રીતે સિદ્ધાંતોના ક્રમના આધારો ન આપતાં કારણોનાજ આધારો આપવા યોગ્ય છે,

(૬). નવી ભૂમિતિમાં ચિહ્ન—ટુંકી સંજ્ઞાનો ઉપયોગ બહુ કર્યો છે; પહેલાં પરીક્ષકની રજા વિના એવાં ચિન્હો વપરાતાં ન હતાં. હવે એવી રજાની જરૂર નથી, પણ એ ચિન્હોનો ઉપયોગ હવે વિદ્યાર્થી પરીક્ષામાં પણ કરી શકશે.

(૭). પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો અને સ્વીકૃત કૃત્યો જો કે એલાયદાં આપવામાં આવ્યાં છે તો પણ તે મ્હોડે કરાવવાની જરૂર નથી. દૃષ્ટાંતો આપી તેવી સત્યતાઓ બરાબર બતાવી ઠસાવવી. અને સિદ્ધતામાં જરૂર પડે ત્યાં પ્રત્યક્ષ છે," "ખુલ્લુંજ છે" વગેરે શબ્દો કહેવામાં આવે તો ચાલશે.

નોટ–વિભાગ ૧ લામાં પ્રયોગિક ભાગમાં પ્રયોગો કેવી રીતે કરાવવા એ સંબંધી જુદી જુદી જગ્યાએ પુરેપુરી જે સમજુતિ આપી છે, એ સમજુતિ પ્રમાણે શિક્ષકે કામ લેવું અને તેમાં બતાવેલી રીતે વિદ્યાર્થી પાસે કર્તવ્ય ભાગ કરાવવો. એ સમજુતિમાંનો ઘણો ખરો ભાગ શિક્ષકનેજ માટે છે. જો કે એ ભાગમાં વર્ગમાં શિક્ષણ આપતી વખતે પ્રશ્ન અને ઉત્તર કેવા આવવા જોઇએ તે રીત બહુ સંભાળપૂર્વક બતાવી છે.

વિભાગ ૧લો. કર્તવ્ય અને પ્રયોગિક ભાગ.

વિદ્યાર્થીએ નીચેનાં સાહિત્યો કર્તવ્ય ભાગમાં વાપરવાં.—

(આ સાહિત્યોના નમુના માટે "શિક્ષણ સંબંધી સૂચના" જુઓ.)

૧. આંકણી–લીટીઓ માપવાની આંકણી ઉપર ઇંચ અને દશાંશ ઇંચ, ડેસીમીટર અને સેન્ટીમીટર, ના આંકો પાડેલા હોય છે. સામાન્ય રીતે ચપટી આશરે ૭ ઇંચ લાંબી આંકણી ઉપર એકજ બાજુ ઉપર ઇંચ અને દશાંશ ઇંચ એક કોર ઉપર, અને દેસીમીટર બીજી કોર ઉપર હોય છે.

૨. પ્રોટ્રેક્ટર અથવા કોણમાપક-પ્રોટ્રેક્ટર બે જાતના હોય છે. એક ચોરસ અને બીજું ગોળ. આ પુસ્તકમાં અર્ધવર્તુળના આકારનું પ્રોટ્રેક્ટર વાપરવામાં આવ્યું છે.

૩. સેટસ્કવેર અથવા કાટખુણાની જોડ–બે જાતના સેટ સ્કવેરો વાપરવામાં આવે છે. એકમાં એક ખુણો કાટખુણો, અને બાકીનો દરેક અર્ધો કાટખુણો હોય છે; અને બીજામાં એક ખુણો કાટખુણો અને બીજો ખુણો ⅓ કાટખુણો અને ત્રીજો ખુણો ⅔ કાટખુણો હોય છે; પહેલામાં ૯૦° ૪૫°, ૪૫° અને બીજામાં ૯૦°, ૩૦°, ૬૦° ના ખુણા હોય છે.

૪. **કંપાસ** અથવા **કર્કટી**—એમાં એક હાથ લોખંડનો અને બીજો અર્ધો લોખંડનો હોય છે, જેમાં ઝીણી બારીક લીટી દોરી શકાય એવી પેન્સીલ મૂકવામાં આવે છે.

૫. **અંતરમાપક**—આ સાહિત્ય કંપાસના જેવુંજ હોય છે, પરંતુ તેના બન્ને હાથો આખા લોખંડના હોય છે. એકજ સાહિત્યના અર્ધા હાથમાં પેન્સીલ અથવા લોખંડનો છૂટો હાથ નાખી ચલાવવાથી કંપાસ અને અંતરમાપક બન્ને એકમાં આવી શકે છે.

આ સિવાય "એચ એચ" નંબરની પેન્સીલ, તેલીઓ કાગળ, ટાંકણી, ચોરસ આંકેલી ચોપડી વગેરે પણ જોઇશે. પેન્સીલની અણી તીણી કરવા માટે કાચવાળો પોલીશ પેપર વપરાય છે. અનુમાનો લખવા માટે અને અન્ય પ્રશ્નો છોડવા માટે જુદી જુદી ચોપડીઓ રાખવી એ વધારે સારૂં છે. આ સાહિત્યોની જોડે એક નાની કાતર પણ હોય તો સારૂ.

પ્રકરણ ૧ લું.

§ ૧. સીધી લીટી અને તેનું માપ.

લીટીઓ માપવાને માટે ૨૭ના પાના ઉપર બતાવેલી આંકણી જેવી લાકડાની ૭ ઇંચિ લાંબી આકણી ઉપર ઇંચિ અને દશાંશ ઇંચિ, તથા દેસી-મીટર અને સેન્ટીમીટરના કાપા પાડેલા હોય છે. એક **મીટર** આશરે ૩૯·૩૭ ઇંચિ હોય છે. મીટરના દશમા ભાગને દેસીમીટર, અને દેસીમીટરના દશમા ભાગને સેન્ટીમીટર કહે છે. સેન્ટીમીટરનો દશમો ભાગ મીલીમીટર કહેવાય છે. પટી ઉપર સૌથી નાનો કાપો મીલીમીટરનો છે. ૧, ૨, ૩, ૪, આંકડા સેન્ટીમીટરના છે.

લંબાઈનાં કોષ્ટકો.

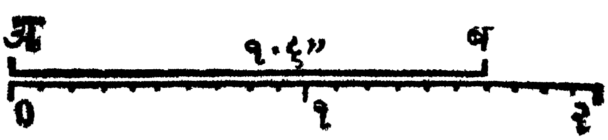
ઇંગ્લીશ	૧૨ ઇંચ (૧૨")=૧ ફુટ,	૧૦ મીલીમીટર (મી. મી.)=૧ સેન્ટીમીટર,	ફ્રેંચ
	૩ ફુટ (૩')=૧ વાર,	૧૦ સેન્ટીમીટર (સે. મી.)=૧ ડેશીમીટર,	
	૧૭૬૦ વાર=૧ માઇલ.	૧૦ ડેશીમીટર (ડે. મી.)=૧ મીટર (મી).	

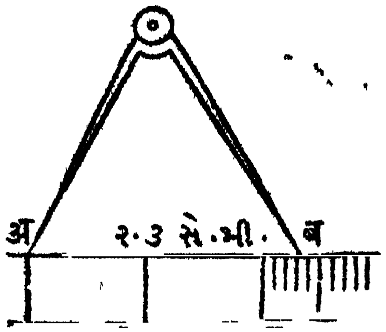
ફ્રાન્સ દેશમાં લંબાઇના માપની એકમ **મીટર** છે. અને તેના ઉપર પ્રમાણે નાના ભાગો પાડેલા છે. એ રૂઢિમાં દરેક માપ તદ્દન નીચેના ભાગથી દશ ગણું છે. મીટરનું માપ નક્કી કરવા માટે પારિસ શહેરમાં થઇ બન્ને ધ્રુવમાંથી જે યામ્યોતર વૃત (longitude) જાય છે તેની બરાબર ગણત્રી કરી તેનો ચાર કરોડાંશમો ભાગ લીધો છે. ફ્રાન્સમાં આ કુદરતી માપ ઉપરથીજ અન્ય માપો લીધાં છે. જેમકે, ક્ષેત્રફળ માપવાને ૧૦૦ ચોરસ મીટર=૧ એર (are), પ્રવાહી પદાર્થ ભરવાને એક ઘન ડેશીમીટર=૧ લીટર (litre), તોલનું માપ લેવાને ૧ ઘન સેન્ટીમીટર પાણીનું વજન=૧ ગ્રામ (gramme) અને ઘન ફળ ભરવાને માટે ૧ ઘન મીટર=૧ સ્ટીઅર (stere) છે.

ઉપલાં કોષ્ટકોમાં બતાવેલાં માપો લાકડાની ફુટપટી ઉપર છોકરાઓ સમજે છે કે નાહ તેની **બરાબર ખાત્રી કર્યા પછીજ** નીચે પ્રમાણે લીટી માપવાનું કામ વિદ્યાર્થી પાસે શિક્ષકે શરૂ કરાવવું.

(क). લીટીઓ માપવાની રીતઃ—

૧ લી રીત—જો अ ब લીટી માપવાની હોય તો ફુટ પટીનો ૦ ઇંચનો દોરો બરાબર अ આગળ પડે, અને ફુટપટી બરાબર अब લીટી સાથે રહે તેમ પટી ગોઠવો. જો ब છેડો ફુટપટીના કોઇ ચોક્કસ દોગ આગળ આવી રહે તો તે પ્રમાણે अ છેડેથી તેની લંબાઇ ગણી લેવી. ઉપર अब=૧.૯ ઇંચ (૧.૯") છે.

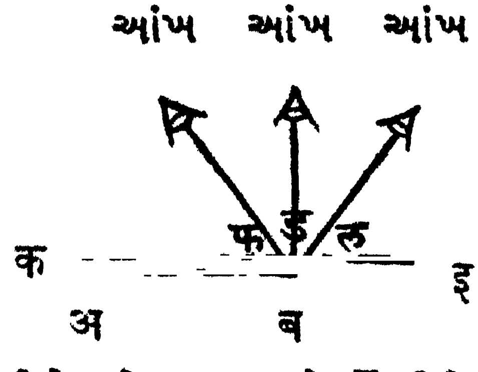




બીજી રીત—કોઇ પણ લીટીની લંબાઇ, એટલે બે બિંદુની વચ્ચેનું અંતર વધારે ચોક્કસ લાવવા માટે ડીવાઇડર્સનો ઉપયોગ કરવો.

જે અંતર માપવાનું હોય, તેના કરતાં સ્હેજ વધારે, અંતરમાપકને પહોળું કરવું. પછી ધીમે ધીને તેને દબાવવું, અને તેના બન્ને છેડાઓ લાવતાં દબાવતાં આપેલા અંતરના બન્ને છેડા ઉપર તે બરાબર આવી રહે તેમ મૂકવું. પછી અંતર માપકને ઉંચકી લઇ સહેજ આડું રાખી ફુટપટી ઉપર તે અંતર માપવું. અંતર માપકના છેડા ફુટપટી ઉપર દબાવવા નહિ, કારણ કે એ પ્રમાણે કરવાથી ફુટપટીના દોરાઓ ભોંકાઇ ભોંકાઈ બગડી જાય છે.

ફુટપટીની ઉપલી કોરો બન્ને બાજુથી નીચે ઢળતી હોય તો સારું, કારણ કે પટીના દોરાઓ જેમ બને તેમ કાગળની પાસે આવવા જોઇએ. કદાચ એ કોરો બેઠી જાડી હોય તો તેમાં ભૂલ આવવાનો સંભવ છે. જો अ ब લીટી માપવી હોય અને क इ જાડી આંકણી હોય તો આંકણી अ ब સાથે બરાબર અડકાડ્યા છતાં ल લીટીમાંથી જોઇએ તો ब આગળનો ચોક્કસ દોરો ड નહિ દેખાતાં ब પાસેના ખોટું માપ આપનારા ल દોરામાંથી દેખાશે, એટલે अ ब જોઇએ તેના કરતાં મોટી દેખાશે. તેમજ फ માંથી જોતાં अ ब નાની દેખાશે. પણ જ્યારે ड લીટી માંથી ब ને જોઇશુ તો તે ખરું અંતર આપશે.



પ્રશ્નો.

નીચેની લંબાઇઓ (ઇંચ") અને (સે. મી., મી. મી.)માં માપોઃ-

૧. તમારી ચોપડીની લંબાઇ, પહોળાઇ, અને જાડાઈ.

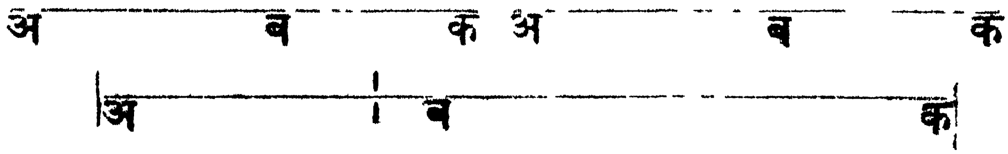
૨. તમારા સેટસ્કવેરની કોરોની લંબાઇ.

૩. નીચેની લીટીઓની લંબાઇ બન્ને માપમાં કાઢો:—

૪. ઉપલા પ્રશ્નો ઉપરથી એક ઇંચમાં કેટલા મીલીમીટર છે તે કહો. એક લીટી ૨·૪" માપી લઇ તેના સે. મી. અને મી. મી. કરો.

૫. નીચેની લંબાઇ ઇંચ અને સે.મી.માં માપી તેના દશાંશ ભાગ કહો.

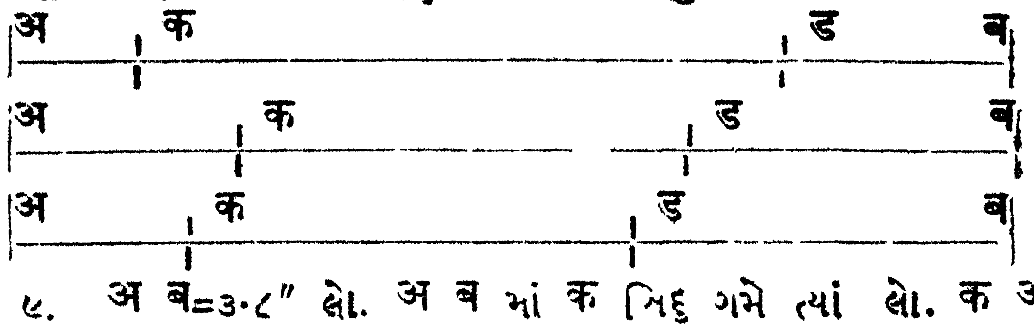
૬. નીચેની अ ब, ब क માપી સરવાળો કરી अ क સરખાવો.



૭. अ ब, ब क, क ड, ड इ માપી સરવાળો કરી अ इ સરખાવો.



૮. अ ब, क ड બંને માપથી માપી બાદબાકી કરો. अ क અને ड ब માપી સરવાળો કરી પરિણામ સરખાવી જુઓ



૯. अ ब=૩·૮" લો. अ ब માં क બિંદુ ગમે ત્યાં લો. क अ, क ब માપો. બન્ને માપનો સરવાળો કરી તે ૩·૮" ન થાય તો ભૂલ ક્યાં આવી તે શોધી કાઢો.

૧૦. આઠ ઇંચ લાંબી એક अ इ સીધી લીટી દોરો. अ છેડેથી अ ब=૩", ब क=૧·૮" અને क ड=૧·૩" માપો. ड इ માપો. ड इ લંબાઇ હોવી જોઇએ તેટલી છે? ન હોય તો ભૂલ ક્યાં આવી તે શોધો.

૧૧ ૭·૭" લીટી લો. તેના ૧ : ૬ ના પ્રમાણમાં બે ભાગ કરો.

૧૨. કોઇ પણ લીટી લો. તેનું માપ આશરે જોઇનેજ કહો. પછી માપીને કહો. કેટલો ફેર પડે છે તે જુઓ.

૧૩. પ્રશ્ન ૧૨ પ્રમાણે ઘણી લીટીઓ લઇ કરો.

૧૪. ૨.૪" ની લીટી લઇ આશરે અર્ધું કરી નિશાની કરી બન્ને ભાગો માપી સરખાવી જુઓ.

૧૫. ૪.૮ સે. મી. ની લીટી લઈ તેના આશરે સરખા ત્રણ ભાગ કરી નિશાની કરી ત્રણે ભાગો માપી સરખાવી જુઓ.

૧૬. ૪.૨ સે. મી. ની લીટી લઇ ૪.૨ નું અર્ધું કરી તેટલો ભાગ એક છેડેથી કાપો. બાકીનો ભાગ એ ભાગ જેટલો છે ?

૧૭. ૩.૩" ની લીટી લઇ ૩.૩ નું એક તૃતીયાંશ લઇ એક છેડેથી કાપો. બાકીનામાંથી પણ તેટલુંજ કાપો. ત્રણે ભાગ સરખાવો.

૧૮. अब લીટીના આશરે બે સરખા ભાગ કરી તે ભાગો માપો.

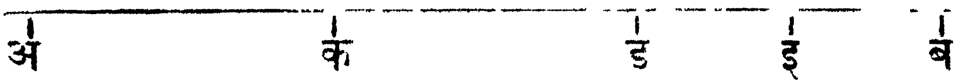
૧૯. अ ब લીટીના ત્રણ સરખા ભાગ આશરે કરો, અને સરખાવો.

૨૦. अ ब લીટીના ચાર સરખા ભાગ આશરે કરો, અને સરખાવો.

નોટ—અજમાયસે લીધેલાં માપો ઘણાંખરાં બરાબર આવે ત્યાં સુધી ઉપલી રીતે અનેક પ્રશ્નો કરવા.

(ख). **લીટી દુભાગવાની** (બે સરખા ભાગ કરવાની) **રીત:—**

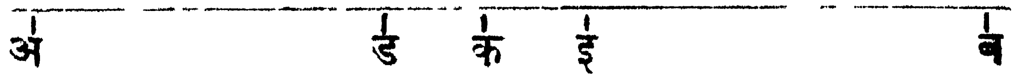
પહેલી રીત. નીચે પ્રમાણે એક अ ब લીટી લો. પહેલવહેલાં अ ब ને આશરે મ્હોડેથી દુભાગો. જો अ क અર્ધો ભાગ હોય તો કંપાસના છેડાઓ



अ क બરાબર પહોળા કરો. પછી કંપાસના એજ અંતરથી क ड લો. હજુ જો ड ब રહી જાય તો ड ब નું અર્ધું કરી કંપાસને એ અર્ધા ड इ અંતર જેટલું વધારે પહોળું કરો; क इ અંતર अ ब નું અર્ધું છે એક છેડેથી કંપાસ મૂકી क इ અંતર માપી લઇ अ ब ને દુભાગો.

બીજી રીત. अ ब ને આશરે દુભાગો, ધારો કે क, अ ब નું

મધ્ય બિંદુ છે. પછી अ ઉપર કંપાસનું અગ્ર બિંદુ રાખી પેન્સીલના છેડાથી अ ब ઉપર ड બિંદુ લો; અને તેજ અંતરથી ब ઉપર અગ્ર બિંદુ રાખી इ બિંદુ લો. વળી ड इ જો રહી જાય તો તેના પણ એજ પ્રમાણે બે સરખા



ભાગ કાઢો, આખરે क અથવા क ની પાસેનું કોઇ બિંદુ अ ब ને દુભાગશે.

પ્રશ્નો.

૧. ૩·૬", ૫·૨ સે. મી., ૫·૯", ૧૦·૩ સે. મી., ૫·૩", અને ૭·૩ સે મી. ની લીટી દોરો. ઉપર પ્રમાણે તેને દુભાગો.

૨. ૪·૨", ૬·૪", ની લીટી દોરો. દરેકના ચાર સરખા ભાગ કરો.

કાગળ વાળી લીટી દુભાગવાની રીત:—કાગળને બેવડ વાળી સળની કોર ઉપર अ ब લીટી માપી લો अ' ब' (अ ટાંપ ब ટાંપ) લીટી સળ ઉપર આવી હોય તો अ' (अ ટાંપ) ઉપર ब' (ब ટાંપ) પડે તેમ સળને તેની ઉપર પાછો બેવડ વાળો. જ્યાં કાપો પડે ત્યાં अ' ब' એટલે अ ब દુભાગાય છે.

પ્રશ્નો.

૧. ૩·૫", ૪·૩ સે. મી, ૪·૭" ૫·૮ સે. મી. ની લીટીઓ દોરો. ઉપર પ્રમાણે બેવડ વાળી દરેકને દુભાગો.

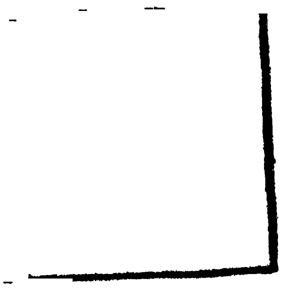
૨. ૫·૭", ૩·૩ સે. મી., ૪·૧", ૩·૫" ની લીટી દોરો. દરેકનો એક ભાગ બીજાની ઉપર રાખી અને એ બન્ને ભાગો ત્રીજાની ઉપર રાખી છેડા બરાબર મેળવી ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

૩. ઉપલી લીટીઓના ભાગો કપાસથી માપી ખાત્રી કરો.

૪. ૫·૯", ૧૧·૩ સે. મી., ૭·૩", ૧૦·૫ સે. મી. ની લીટી દોરો. ભાગો બેવડ વાળવાની રીતથી તેના ૪, ૬, ૮ સરખા કરો. બધા ભાગો માપી સરખા છે કે નહિ તેની ખાત્રી કરો.

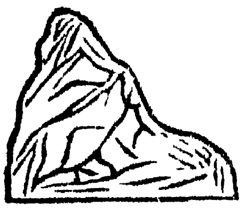
શિક્ષકને સુચના. પ્રશ્નોની સંખ્યા જ્યાં થોડી લાગે ત્યાં આપેલા પ્રશ્નોની જાતના અથવા અન્ય જાતના વધારે પ્રશ્નો પોતે બનાવી વિદ્યાર્થીને આપવા.

§ ૨. સ્કેલમાપ અથવા અંતર પ્રમાણ.



તમારી સામેના કાળા પાટીઆની લંબાઇ માપો. કેટલા ફુટ છે? ૪ ફુટ. પાસેની આ કૃતિની લંબાઇ માપો. કેટલી છે? એક ઇંચ. આ જગ્યાએ પાટીઆની લંબાઇ એક ઈંચ છે એ જુઓ છો? આ આકૃતિમાંની એક ઇંચ લંબાઈ છે તે ખરેખરી રીતે પાટીઆની કેટલી લંબાઇ બરાબર સમજવાની? ચાર ફુટ.

આ આકૃતિની પહોળાઇ માપો તે કેટલી છે? એક ઇંચ; પાટીઆની પહોળાઇ માપો; તે કેટલી છે? ૪ ફુટ. આ ઉપરથી પહોળાઇના સંબંધ વિષે શું સમજો છો? આકૃતિમાં એક ઇંચ પહોળાઇ તે પાટીઆની ચાર ફુટ પહોળાઇ બતાવે છે.



પાસે એક ડુંગરનું ચિત્ર છે એની ઉંચાઈ કેટલી છે? પોણો ઇંચ. ડુંગરની ખરેખરી ઉચાઇ કેટલી હશે? ખબર નહિ. તે જાણવા માટે શું જાણવું જોઇએ? ડુંગરની ઉચાઇ અને ચિત્રની ઉંચાઇનો સંબંધ. તે સંબંધને શું કહે છે? ચિત્ર અને ડુંગરની ઉંચાઇઓનો સંબંધ અથવા **પ્રમાણ.**

પ્રકૃતિનાં ખરેખરાં અંતર અને આકૃતિમાંનાં લંબાઇ, પહોળાઇ વગેરેનાં અંતરોના સંબંધને **સ્કેલ** અથવા **અંતર પ્રમાણ** કહે છે. આ પ્રમાણ જયારે આપવામાં આવ્યું ન હોય ત્યારે જે વસ્તુની આકૃતિ હોય તેનું વાસ્તવિક પરિમાણ માલમ પડે ખરૂં? નહિ. ઠીક આ પ્રમાણ ન આપે અને તે વસ્તુના જેવડી આકૃતિજ કાઢી હોય તો શું?

પ્રકૃતિમાં વસ્તુઓ વાસ્તવિક રીતે જેવડી હોય તેવડી આકૃતિઓ દોરવી એ કામ હંમેશાં શક્ય નથી. ઘણી વસ્તુઓ અતિશય બારીક હોય

છે, અને તેવડી જ આકૃતિ કાગળ ઉપર કાઢવી એ ઘણું ખરૂ અશક્ય છે; જો કે સાહિત્યની મદદથી તેટલી નાની આકૃતિ નીકળી શકે છે; પણ તે જોનારને સ્પષ્ટ દેખાતી નથી તેથી આવી **નાની આકૃતિઓને મોટી કરવાની જરૂર છે.** તેમજ પ્રકૃતિમાં ઘણી વસ્તુઓ અતિશય મોટી છે. અને તેવી મોટી આકૃતિઓ દોરવાને માટે અતિશય મોટા કાગળ જોઇએ. તેથી **એવી મોટી વસ્તુઓની આકૃતિઓ નાની** કાઢવી પડે છે. આ કારણોને લીધે વસ્તુની ખરેખરી લંબાઇ અને આકૃતિની લંબાઇની વચ્ચે **પ્રમાણનો** સંબંધ ગોઠવવામાં આવે છે આ કારણને લીધે નકશામાં જે સ્કેલ આપ્યાં હોય છે તે ઉપરથી કુદરતી વસ્તુઓની લંબાઇ અને નકશાની લંબાઇનો સંબંધ નીકળી શકે છે.

અંતર પ્રમાણ દર્શક અપૂર્ણાંક—ઉપલી આકૃતિમાં ડુંગર એક માઇલ ઉંચો હોય અને આકૃતિની ઉંચાઇ એક ઇંચ હોય તો આકૃતિની ઉંચાઇને અંશ તરીકે અને ડુંગરની ઉંચાઇને (તેના ઇંચ કરીને) છેદ તરીકે મૂકવાથી જે અપૂર્ણાંક થાય તે **અંતર પ્રમાણ દર્શક અપૂર્ણાંક** કહેવાય છે. જેમકે ઉપલા દ્દષ્ટાંતમાં $\frac{૧}{૫૨૮૦ \times ૧૨} = \frac{૧}{૬૩૩૬૦}$ એ અંતર પ્રમાણ દર્શક અપૂર્ણાંક છે. એજ પ્રમાણે જો ૨ ઇંચ ૩ માઇલ બતાવે તો $\frac{૨}{૫૨૮૦ \times ૩ \times ૧૨} = \frac{૧}{૯૫૦૪૦}$ એ ૨ ઇંચ અને ૩ માઇલનું અંતર પ્રમાણ દર્શક અપૂર્ણાંક છે; અથવા એ પ્રમાણ ૨": ૩ માઇલ લખાય છે.

પ્રશ્નો.

૧. નકશામાં આપેલા સ્કેલ ઉપરથી મુંબઇ ઇલાકાના નકશામાં મુંબઇ અને પુના, અમદાવાદ અને મદ્રાસ, સુરત અને કરાંચીનાં અંતર કાઢો.

૨. હિંદુસ્થાનના નકશામાં મુંબઇ અને કાશી, કલકત્તા અને લાહોર, નાગપુર અને મદ્રાસ, અમદાવાદ અને દિલ્હીનાં અંતરો કાઢો

૩. પાસેનાં ચિત્રો જે પ્રમાણમાં કાઢ્યાં છે તેનું પ્રમાણ ૧ ઇંચે ૧૦ ફુટ છે તો તેની ઉંચાઇઓ કાઢો.



૪. પાસેના પર્વતની ઉંચાઇ કાઢો.

સ્કેલ ૧″=૮૦૦૦ ફુટ.



૫. ૧ ઇંચે ૧ માઇલ આવે તેવા સ્કેલથી ૩½ માઇલનું અંતર દોરો.

૬. ૧″=૨ માઇલના પ્રમાણથી ૬ માઇલ લાંબો રસ્તો દોરો.

૭. બે ગામો ૪.૫ માઇલ દૂર છે તો ૧ સે. મી=૧ માઇલના પ્રમાણથી તેનુ અંતર બતાવો.

૮. એક વાંસ ૩૦ ફુટ ઉભો દાટયો છે તો ૧ સે. મી.=૩ ફુટના પ્રમાણમાં તેની આકૃતિ કાઢો.

૯. એક કિલ્લો ૧૨૦ ફુટ ઉંચો છે તો તેની ઉંચાઇ .૩″=૫ ફુટના સ્કેલમાં દોરો.

નોટ—નીચેના પ્રશ્નોમાં કાટખૂણો દોરવાની રીતની જરૂર પડે છે માટે તે રીત સમજ્યા પછી એ પ્રશ્નો છોડવા.

૧૦. ૧૦ ફુટ લાંબો અને ૫ ફુટ પહોળો લંબચોરસ દોરો (સ્કેલ ૧″=૧૦′).

૧૧. ૩૦૦ ફુટ લાંબા અને ૨૦૦ ફુટ પહોળા લંબ ચોરસ ખેતરની આકૃતિ કાઢો (સ્કેલ ૧ સેં. મી.=૧૦૦ ફુટ.)

૧૨. ૨૫૬ ફુટ લાંબા અને ૧૯૨ ફુટ પહોળા લંબ ચોરસ બગીચાની આકૃતિ કાઢો. (અંતર પ્રમાણ .૧″=૧૬ ફુટ.)

૧૩. નીચેની બાજુવાળા લંબચોરસોને ૬ : ૧ ના પ્રમાણમાં દોરો. ૯, ૧૨; ૧૮, ૨૪; ૧૨, ૧૫ ઇંચો, ૨૪, ૩૦; ૩૩, ૪૮ સે. મી.

(નોટ—૬ : ૧ એટલે પ્રકૃતિના ૬ ઈંચ=આકૃતિનો ૧ ઇંચ.)

૧૪. નીચેની બાજુવાળા ચોરસો ૧૨ : ૧ ના પ્રમાણમાં દોરો :— ૧૨. ૧૮; ૩૦, ૩૬ ઇંચો, ૩૬, ૪૮, ૨૪, ૮૮ સે. મી.

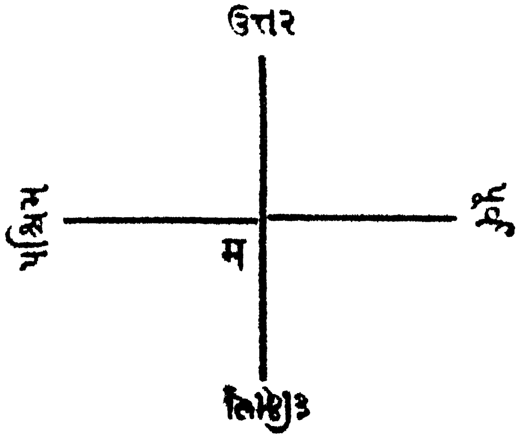
૧૫. એક લંબચોરસ કિલ્લાની અંદરની લબાઇ અને પહોળાઇ અનુક્રમે ૩૧૦ અને ૧૭૦ ફુટ છે. અને કિલ્લાની ભીંતની જાડાઇ ૧૦ ફુટ બધી બાજુએ છે તો ભીંતની સાથે તેના તળીઆની આકૃતિ દોરો. (અતર પ્રમાણ ૧″=૧૦૦ ફુટ.)

૧૬. ૨૦ ફુટ અને ૧૫ ફુટ લંબાઇ પહોળાઇ હોય એવા લંબચોરસ ઓરડાની આકૃતિ દોરો. તેના સામસામેના ખૂણાનુ અંતર માપી ખરેખરૂં અતર કહો. (યોગ્ય સ્કેલ લેવું.)

૧૭. એક સીડી (अब) નો એક છેડો अ જમીન પર છે અને બીજો ब છેડો એક ભીંત (कड) ઉપર છે. क ભીંતનો પાયો છે. कअ = ૩૦ ફુટ અને कब = ૪૦ ફુટ છે તો સીડી કેટલી લાંબી છે?

૧૮. ઉપલા ૧૭મા પ્રશ્નમાં अक = ૧૫ ફુટ અને बक = ૩૬ ફુટ છે તો अब સીડીનુ માપ કાઢો.

સુચના. પાસે પ્રમાણે બબ્બે પાસે પાસેની મુખ્ય દિશાઓ વચ્ચે म આગળ કાટખૂણો હોય છે તે વિદ્યાર્થીને કહી નીચેના પ્રશ્નો છોડાવવા.



૧૯. એક કીડી ઉત્તરે ૪·૫″ જાય છે અને પછી પૂર્વમાં ૧૦·૮″ જાય તો પ્રથમ સ્થળેથી તે કેટલે દૂર ગઇ હશે?

૨૦. अ પશ્ચિમમાં ૭૦૫ સે. મી. જાય છે અને પછી ઉત્તરમાં ૧૦૦ સે. મી. જાય તેા મૂળ જગ્યાએથી તેનું કેટલું અંતર થયું ?

૨૧. એક લખોટાને દક્ષિણમાં ૧૩૦૨″ ફેંકયેા અને ત્યાંથી પાછો પૂર્વ માં ૧૧૦૦″ ફેંકયેા તેા મૂળ જગ્યાએથી તે હવે કેટલેા દૂર છે ?

૨૨. એક માણસ अથી ઉત્તરે ૧૭ માઇલ અને ત્યાંથી પૂર્વે ૧૨ માઇલ જાય તેા તે अથી કેટલે દૂર ગયેા તે કહેા

૨૩. એક ખેપીએા कથી દક્ષિણે ૨૩ માઇલ અને પછી પશ્ચિમમાં ૨૧ માઇલ જાય તેા તે મૂળ જગ્યાએથી સીધું કેટલુ ગયેા ?

૨૪. अ, ब થી ૧૨ માઇલ પૂર્વે ગયેા અને પછી ૧૮ માઇલ દક્ષિણે અને પાછો પૂર્વે ૧૨ માઇલ ગયેા ત્યારે अ, ब થી હવે કેટલેા દૂર છે ?

૨૫. अ, ब ની દક્ષિણે ૧૭ માઇલ છે; क, ब ની પૂર્વે ૧૧ માઇલ છે; ड, क ની ઉત્તરે ૯ માઇલ છે તેા अ થી ड નું અંતર કહેા.

૨૬ अ, ब ની પશ્ચિમે ૪ માઇલ છે; अ ની ઉત્તરે क ૮ માઇલ છે; અને क ની પૂર્વે ड ૧૧ માઇલ છે તેા ब ड અંતરની લંબાઇ કહેા.

૨૭. अ, ड ના વાયવ્યમાં ૧૨૫ માઇલ અને ड, कના ઇશાનમાં ૧૭૫ માઇલ છે તેા अ क અંતરની લંબાઇ કહેા.

૨૮. બે બંદર પૂર્વ પશ્ચિમ ૧૨ માઇલ છેટે છે અને એક વહાણ એકથી ઇશાનમાં અને બીજાથી વાયવ્યમાં છે તેા વહાણનું અંતર બન્નેથી શું ?

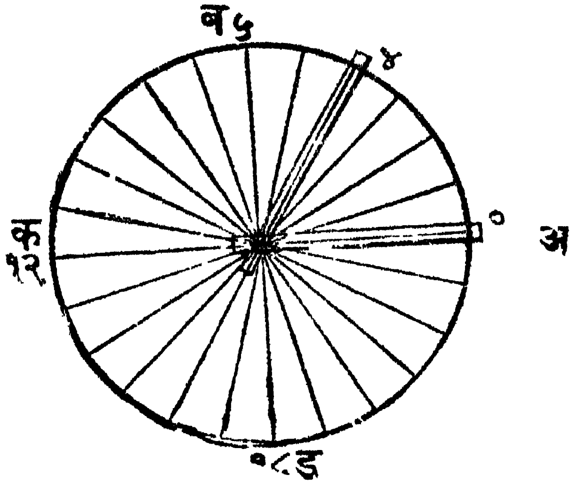
૨૯. દમણથી મહાલક્ષ્મી અગ્નિ ખૂણામાં છે અને દેહેણુંથી ૨૭ માઇલ દૂર પર્વમાં છે તેા દમણથા દેહેણુ કેટલું ? અને દમણથી મહાલક્ષ્મી કેટલું?

નેાટ, દમણ–દેહેણું ઉત્તર દક્ષિણ છે.

૩૦. अ, ब બે સ્થળેા ઉત્તર દક્ષિણ છે. क, अ થી અગ્નિમાં અને ब થી ઇશાનમાં છે. જો अ क + ब क ૪૦૦ ફુટ હેાય તેા अ क કેટલું?

§ ૩. ખૂણો.

(क) ખૂણો કેવી રીતે બને છે?

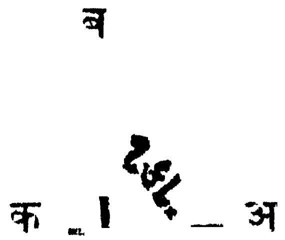


પાસે પ્રમાણેની એક આકૃતિ પાટીઆ ઉપર કાઢો; અથવા મોટા કાગળ ઉપર કાઢી તેને પાટીયા ઉપર ટાંકણીઓ મારી સજ્જડ કરો. કાગળની બે પાતળી પટીઓ કાપી તેના એકેક છેડામા છિદ્ર પાડી તેમાં ટાંકણી મારી આકૃતિના મધ્ય બિંદુમાં બરાબર બેસાડો. આ પ્રમાણે બે પટીઓને કપાસના હાથ ગણી લઇ એક પટી સ્થિર રાખી (આડી પટી), બીજી પટીને ઉપરથા ધામે ધામે ફેરવો. જે જગ્યાએ ટાંકણી મારી છે તે જગ્યાએ બન્ને પટીઓની વચ્ચે **ગાળો** પડશે. આ ગાળો વિદ્યાર્થીઓને બતાવી પૂછવુ કે આ બે પટીની વચ્ચે શુ થયું? ગાળો આ ગાળાને **ખૂણો** કહે છે. આ પ્રમાણે **બે લીટી* અથવા બે બાજુની વચ્ચે જે ગાળો થાય છે તેને ખૂણો** કહે છે. પાસેની ઘણી વસ્તુઓ બતાવી કહેવું કે બે ભીંતની વચ્ચે, ટેબલની કોરો વચ્ચે, પાટીઆની કોરો વચ્ચે, ચોપડીની કોરો વચ્ચે, **ખૂણા** થાય છે. પછી બે પટીઓની વચ્ચે કેવડો ગાળો થયો છે તે બતાવી યાદ રખાવવું, અને ઉપલી પટી ઉપરથીજ ફેરવીને પહેલા ગાળાના કરતાં હવે બેવડો ગાળો કરી પૂછવું, કે પહેલાં કરતાં હવે ગાળો મોટો થયો છે? પહેલાં પટીનો છેડો વર્તુળના કેવડા ભાગમાંથી (કેટલા અંશમાંથી) ફર્યો હતો? હવે તે કેટલો ફર્યો છે? પહેલાં કરતાં હવે એ ગાળો કેવડો થયો છે? વિદ્યાર્થીઓ "બેવડો" એમ જવાબ આપશે. જવાબ ખરો મળે ત્યાં સુધી પ્રશ્નો કર્યાજ કરવા.

---

* "લીટી" એટલે સીધી લીટી એવો અર્થ આ પુસ્તકમાં લીધો છે.

આ પ્રમાણે ઉપલી પટીને ધીમે ધીમે ઉપરથી ડાબા હાથ તરફ ફેરવતા જવું અને પૂછવુ કે આ ***સાંકડા ખૂણા** (ઉન કાટખૂણ) કરતાં આ ન્યૂનતા પૂરક [દ્વિકાટખૂણ પૂર્ણી] ખૂણો મોટો કે નાનો છે ? મોટો આ ખૂણો જે મોટો છે તે જેમ જેમ પટી ઉપર ફેરવીએ છીએ તેમ તેમ શું થાય છે ? નાનો. આ (ઉન કાટખૂણ) મૂળ ખૂણો શુ થાય છે ? મોટો. પટીને વધારે ફેરવવી અને કાટખૂણો [૦ થી ૬] થાય ત્યાં સુધી ઉપલી પટી લઇ જવી પછી પૂછવુ કે [મૂળ ખૂણો] આ ખૂણો અને [ન્યૂનતાપૂરક] આ ખૂણા વચ્ચે શું ફેર છે ? "કાંઇ નહિ; બન્ને સરખા છે." પછી બતાવીને કહેવું કે **આ ખૂણો કાટખૂણો કહેવાય છે.** કાટખૂણાનાં બીજાં ઉદાહરણો વિદ્યાર્થીને બતાવવાં અને તેઓને પૂછી કઢાવવાં.



કાટખૂણો.

પછી પટીને પાછી ડાબા હાથ તરફ સહેજ સહેજ સેરવવી. આ પ્રમાણે **થતો** ખૂણો કાટખૂણા કરતાં મોટો કે નાનો છે? મોટો. એનો ન્યૂનતા પૂરક ખૂણો (દ્વિકાટખૂણ પૂર્ણી) નાનો કે મોટો થાય છે? નાનો. પટીનો છેડો છેક क સુધી લઇ જવો અને એ પ્રમાણે પૂછવું અને મૂળ ખૂણા અને દ્વિકાટખૂણ પૂર્ણી વચ્ચેનો તફાવત કઢાવતા જવુ. क આગળ પટીનો છેડો આવે ત્યારે પૂછવું કે આ ખૂણો (મૂળ ખૂણો) કાટખૂણા કરતાં કેટલો મોટો છે ? ब આગળ છેડો હતો ત્યાંના કરતાં હવે કેટલો મોટો એ ખૂણો છે ? હવે કેટલા કાટખૂણા થયા ? વગેરે.

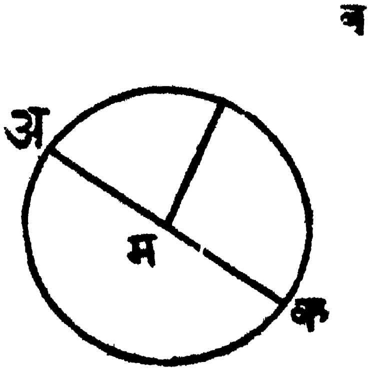
એક કાટખૂણો ફરતી વેળા પટીનો છેડો વર્તુળના કેટલા ભાગમાંથી ફર્યો ? ચોથા. કેટલો ભાગ ફરવાથી બે કાટખૂણા થાય ? અર્ધો. કેટલો ભાગ ફરવાથી અર્ધો કાટખૂણો થાય ? આઠમો. વગેરે,......

---

*સમજુતિમાં આ અને એવા બીજા શબ્દ શિક્ષકને માટેજ છે.

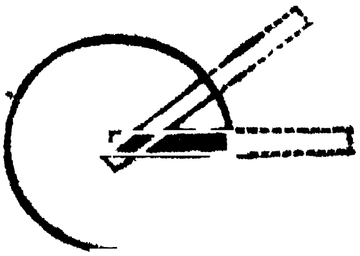
સૂચના—અગાઉનો ભાગ શીખવ્યા પહેલાં વર્તુળ, મધ્યબિંદુ, પરિઘ, વગેરે શબ્દોની માહિતી વિદ્યાર્થીને કરાવવી. એ શબ્દોની વ્યાખ્યા મ્હોડે કરાવવાની જરૂર નથી, પરંતુ શરૂઆતમાં તેના અર્થ બરાબર સમજે અને તેનો ઉપયોગ બરાબર કરે તો બસ છે.

વ્યાખ્યા—જો કોઇ આકૃતિની એક એવી વક્ર લીટીથી હદ થએલી હોય કે તે વક્ર લીટી સુધી આકૃતિ માંહેના એક મુકરર બિંદુ માંથી કોઈ પણ સીધી લીટીનું અંતર લઇએ તો તે અંતર હમેશાં એકનું એકજ રહે તો તે આકૃતિ **વર્તુળ** છે. આવી વક્ર લીટી તે **પરિઘ** કે **પરિધિ** છે.



વર્તુળમાં જે (म) મુકરર બિંદુથી પરિઘ સુધી સરખી લીટી દોરી હોય તે બિંદુને વર્તુળનું **મધ્યબિંદુ** કહે છે. અને આ સરખી લીટીઓ **ત્રિજ્યા** કહેવાય છે. પરિધના કોઇ પણ **ભાગને કૌંસ** અથવા **ચાપ** કહે છે. વર્તુળમાં પરિઘ સુધી બંને બાજુ મધ્યબિંદુમાંથી જતી લીટી **વ્યાસ** છે.

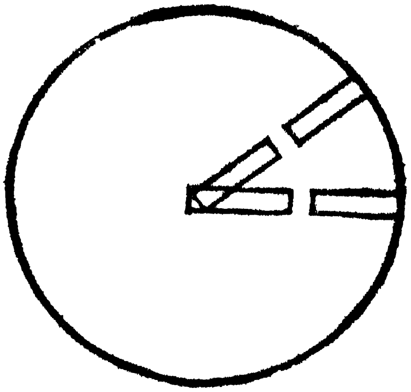
(ख) ખુણાઓનું મહત્ત્વ



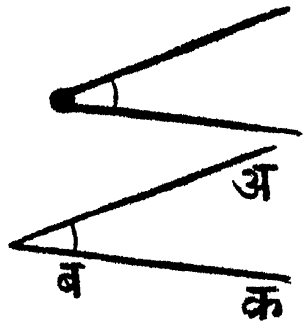
પાસેની આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે બે પટીઓની વચ્ચે અર્ધો કાટખૂણો થાય તેમ પટીઓ ગોઠવો. ત્યાર પછી એ પટીઓની સાથે બીજી એવડીજ પટીઓ બાંધી દરેક પટી **એવડી** કરો. પછી પૂછો કે પટીઓને શુ કીધું ? આ ખૂણો પહેલાંના કરતા બેવડો થયો છે ? પહેલાં કેવડો ખૂણો હ ો ? ઉપલી પટીને ફેરવીને વર્તુળનો કેટલામો ભાગ પહેલી વખતે રોકાયો હતો ? આઠમો ભાગ. હવે પટી બેવડી કીધા પછી વર્તુળનો કેટલામો ભાગ પટી કરી છે ? આઠમો ભાગ. આ ઉપરથી પટીઓ બેવડી કીધાથી પહેલી વખતના ખૂણામાં કાંઇ ફેર પડયો છે ? **ખૂણો મોટો કરવાને પટીઓને**

લાંબી કીધી હેાય તેા તે મેાટેા થઇ શકે ખરેા? નહિ. તેા મેાટેા કરવાને માટે શું કરવુ જોઇએ? ઉપલી પટીને ઉપરથી ડાબા હાથ તરફ ફેરવવી જોઇએ.

પાસે પ્રમાણે બીજો વર્તુળ કાઢી પટીઓ ગોઠવી, બન્ને પટીઓને હવે **અર્ધી** કરેા. અને પૂછેા કે પટીઓનું શું કીધું? પહેલા બે પટીઓની વચ્ચે વર્તુળનેા કેટલામેા ભાગ રેાકાયેા હતેા? પટીઓ અર્ધી કરવાથી હવે કેટલેા રેાકાયેા છે? પટી ટુંકી કરવાથી ખૂણેા નાનેા થયેા છે? નહિ, તેા **ખૂણેા નાનેા કરવાને આપણે શું કરવું જોઇએ? પટીને નીચેથી ફેરવવી જોઇએ.** ત્યારે **પટીઓ નાની કરવાથી ખૂણેા નાનેા થઇ શકે ખરેા? નહિ.**



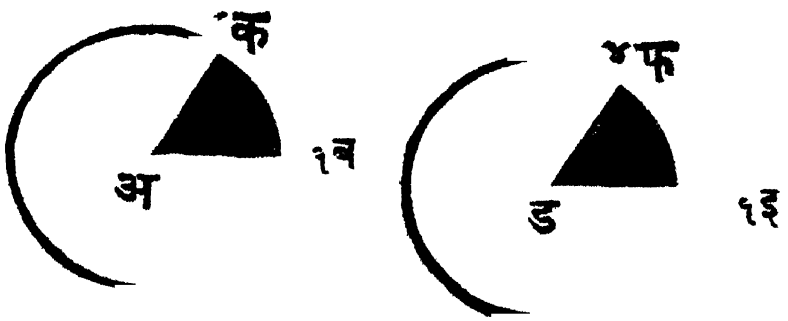
ગમે તે કેાઇ સરખા પણ નાના મેાટા હાથવાળા બે ખૂણા પાટીઆ ઉપર કાઢેા. આ બેમાં મેાટેા કયેા છે? મેાટા હાથવાળેા ખૂણેા મેાટેા છે એવેા જવાબ મળશે; પછી ડીવાઇડર્ઝ લઇ તેનું માથું ખૂણા ઉપર મુકી બન્ને હાથ એક ખૂણાના હાથ ઉપર આવે તેમ પહેાળું કરેા, પછી ડીવાઇડર્ઝને તેમનું તેમજ ઉચકી બીજા ખૂણા ઉપર માથું બરાબર મુકી હાથેા ખૂણાના હાથ ઉપર ગેાઠવેા. અને પૂછેા કે પહેલી વખત ખૂણાના જેટલું ડીવાઇડર્ઝને પહેાળું કીધું હતુ? પછી ડીવાઇડર્ઝને સાંકળું અથવા પહેાળું કીધુ? ડીવાઇડર્ઝને તેમને તેમજ બીજા ખૂણા ઉપર મૂકયુ કે પહેાળુ કરીને મૂકયું? છેાકરાઓ પાસે પણ ડીવાઇડર્ઝના ખૂણા સાથે ખૂણાઓનાં માપ સરખાવાવી જેાવાં. અથવા વર્તુળના મધ્ય બિંદુ સાથે ડીવાઇડર્ઝના માથાને રાખી વર્તુળનેા કેટલામેા ભાગ પહેલા ખૂણા સાથે માપ્યા પછી તે રેાકે છે, અને બીજા ખૂણા સાથે માપ્યા પછી તે રેાકે છે તે પ્રત્યક્ષ બતાવવું. અને પૂછવું કે આ બન્ને ખૂણા વચ્ચે કાંઇ ફેર છે? નહિ.





પાસે પ્રમાણેના બે ખૂણા પાટીઆ ઉપર દોરો. મોટા ખૂણાના હાથ કરતાં નાના ખૂણાના હાથ મોટા કરો. ઉપર પ્રમાણેના સવાલ જવાબ કરી, ડીવાઇડર્ઝથી સરખાવી, અથવા ડીવાઇડર્ઝની મદદથી વર્તુળના ભાગ સાથે સરખાવી બે ખૂણામાંથી મોટો કયો તે પૂછો; નાના હાથવાળો મોટો છે? "હા"

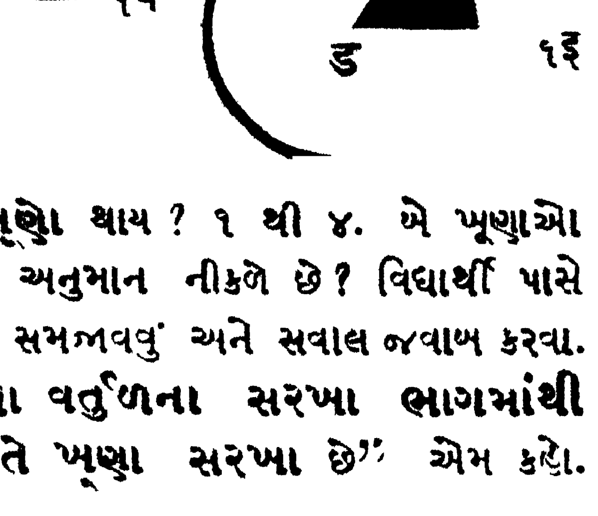
આ પ્રયોગો ઉપરથી ખૂણાઓના નાનામોટાપણાનો આધાર શા ઉપર રહે? હાથો લંબાવ્યાથી ખૂણો નાનો થાય છે? ટુંકા કર્યાથી નાનો થાય છે?



વર્તુળમાં अ क ને ફેરવી ब अ क ખૂણો પરિઘના ૧ થી ૪ ભાગ રોકે એવડો બનાવો. બીજા વર્તુળમાં ड इ ઉપર ड फ ને કેટલી ફેરવીએ તો ब अ क ના જેવડો ખૂણો થાય? ૧ થી ૪. બે ખૂણાઓ સરખા હોય તો આ ઉપરથી શું અનુમાન નીકળે છે? વિદ્યાર્થી પાસે નિયમ કઢાવવો. ન નીકળે તો ફરીથી સમજાવવું અને સવાલ જવાબ કરવા.

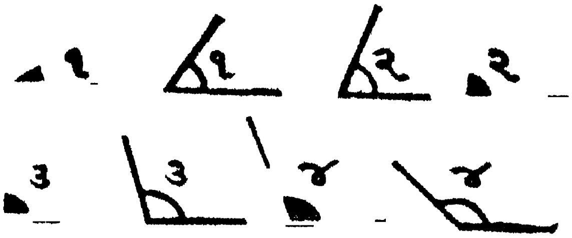
"જે બે ખૂણાઓના હાથો વર્તુળના સરખા ભાગમાંથી (સરખા અંશમાંથી) ફરે છે તે ખૂણા સરખા છે" એમ કહો.

(ग) ખૂણાઓની સમાનતા કે અસમાનતા બતાવવાની રીત.



પાસે પ્રમાણેના સરખા ખૂણાઓની ચાર જોડ લો. ૧ ને ૧ ઉપર, ૨ ને ૨ ઉપર, ૩ ને ૩ ઉપર અને ૪ ને ૪ ઉપર શિરોબિંદુ શિરોબિંદુ ઉપર આવે અને ખૂણાના હાથો એક બીજા ઉપર આવે તેમ મૂકો. પૂછો કે આ ખૂણો આ ખૂણા

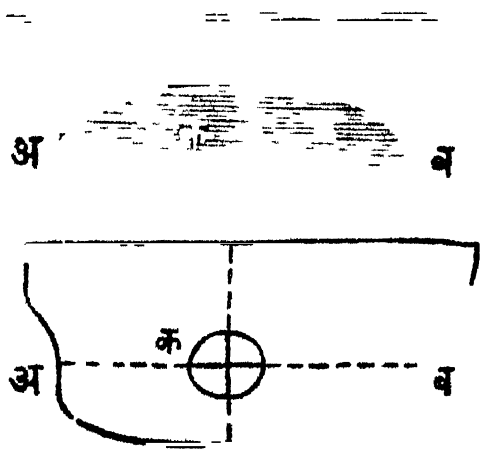
પર મળી જાય છે ? બરાબર મળી જાય છે ? એકતો આ હાથ બીજાના આ હાથ પર બરાબર આવેલો છે ? બીજા હાથો પણ મળી જાય છે ? **માટે આ ખૂણાઓ સરખા છે.**



પાસે પ્રમાણેના અસમાન ખૂણાઓની ચાર જોડ લો. શિરોબિંદુઓ બરાબર મળી જાય અને એકેક હાથ બરાબર મળી જાય તેમ ૧ ને ૧ ઉપર, ૨ ને ૨ ઉપર, ૩ ને ૩ ઉપર ને ૪ ને ૪ ઉપર ગોઠવો. આ ખૂણાના બીજા હાથ ક્યાં પડે છે ? એ હાથ અંદર પડે છે કે બહાર ? અંદર. આ ખૂણાઓ સરખા છે ! નાના ક્યા છે ? મોટા ક્યા છે ? નાના ખૂણાનો ઉપલો હાથ અંદર કે બહાર પડે છે ? વગેરે.

આ ઉપરથી ઠસાવો કે ખૂણાઓનું નાનામ્હોટાપણું ખૂણા જે બાજુ—લીટીઓની વચ્ચે થાય છે તેની લંબાઇ ઉપર આધાર રાખતું નથી; પણ તે હાથો વધારે કે ઓછું ફરે તેના ઉપર આધાર રાખે છે. ખૂણાઓના હાથની વચ્ચે વધારે ઓછી જગ્યા હોય તો ખૂણો મોટો નાનો થાય ખરો ? નહિ. આ નિયમો બરાબર ઠસાવ્યા પછી આગળ ચાલવું.

(ઘ) કાટખૂણો.

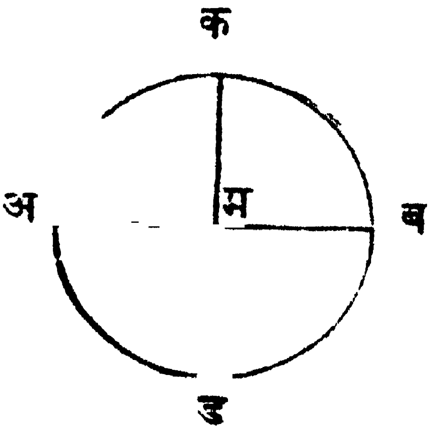




કોઇ પણ કાગળનો કટકો લો. તેની વચ્ચે એક આડો अब સળ વાળો અને ફરીથી એ સળની કોરો બરાબર એક બીજા પર મળી જાય તેમ વચ્ચે બીજો સળ વાળો. આ પ્રમાણે બે સળની વચ્ચે

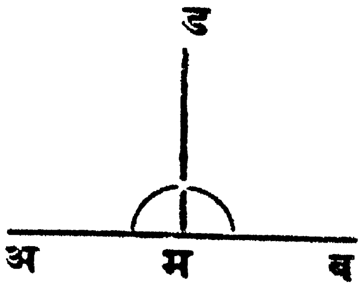
નો ખુણો (क) બતાવી પૂછો કે પહેલાં જે **કાટખુણો** બતાવ્યો હતો **તેની બરાબર આ ખુણો છે ?**

એક સળ ઉખેડો અને બે કાટખુણા બતાવો; બીજો સળ ઉખેડી ચાર કાટખુણા બતાવો. સામાન્ય વસ્તુઓના દાખલા–પાનાં, ટેબલ, પાટલી, સ્લેટ,–લઇ "કાટખુણા" નો વિચાર બરાબર ઠસાવો. બીજા નાના મોટા ખુણા લઇ એક કાટખુણા સાથે સરખાવો અને એ પ્રમાણે કાટખુણા કરતાં નાના અને મોટા ખુણાઓ પણ ઠસાવો. કંપાસ ઉઘાડાવી જુઓ કે વિદ્યાર્થી કાટખુણો કરી શકે છે કે નહિ.



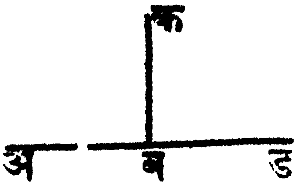
એક વર્તુળ કાઢી ઉપલો પ્રયોગ ફરી કરો. વર્તુળના મધ્યબિંદુ આગળ કેટલા કાટખુણા થાય છે? **अ ब** સળની ઉપલી બાજુએ કેટલા ખુણા છે? આ ખુણા સરખા છે? **अ ब** સળ ઉપર **म क** સળ કેવી રીતે પડે છે? તેની આજુબાજુના ખુણા બરાબર છે? આ ઉપરથી કાટખુણાની વ્યાખ્યા કઢાવવી.

વ્યાખ્યા—જો એક લીટી બીજી લીટી ઉપર પડે અને બન્ને બાજુના ખુણા સરખા થાય તો તે દરેક **કાટખુણો** કહેવાય છે. અથવા ખુણાઓના હાથોની વચ્ચે વર્તુળનો ચોથો ભાગ રોકાય તો તે ખુણો **કાટખુણો છે;** એટલે હાથો વર્તુળના ચોથા ભાગમાંથી ફરે છે.



ચાર પાંચ કાટખુણા સળ પાડી બનાવો. એકને બીજાની ઉપર બરાબર ગોઠવો. આ ખુણાઓ બરાબર ગોઠવ્યા છે? એક બીજાના હાથો બરાબર મળી ગયા? ખુણાઓ બરાબર મળી ગયા છે? આ ઉપરથી ઠસાવો કે **સઘળા કાટખુણાઓ બરાબર છે.**

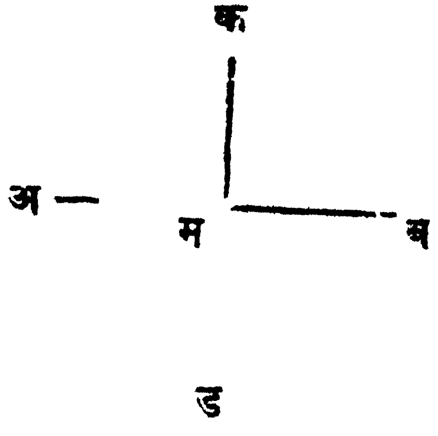
એક લીટીથી બીજી લીટી સાથે કાટખૂણો થાય તો તે બે લીટીઓમાંની એક બીજીને લંબ છે એમ કહેવાય છે. આકૃતિમાં अ ब, ब क ને લંબ છે; અને ब क, ब अ ને લબ છે.



(ङ) લંબ દોરવાની રીત.

૧ લી રીત. કાગળનો એક કકડો લો. એ કકડામાં એક સળ વાળો. આ સળની કોરો એક બીજા પર બરાબર મળી જાય તેમ ફરીને સળ વાળો. કાગળ ઉકેલી જુઓ. પહેલા સળથી બીજા સળ ઉપર કેવડો ખૂણો થાય છે? **કાટખુણો.** આ ઉપરથી કાગળમાં સળ પાડી એક લીટી ઉપર લંબ દોરવા માટે શું કરવું જોઇએ? સળ કેવી રીતે પાડવો જોઈએ?

૨ જી રીત. ઉપલી રીતથી આપેલી લીટીની બહાર બિંદુ આપ્યુ હોય તો લંબ કેવી રીતે દોરી શકાય? આપેલી લીટી ઉપર કાગળને બેવડ વાળો. આપેલા બિંદુમાંથી ટાંકણીથી અથવા કંપાસના અગ્ર બિંદુથી છિદ્ર પાડો. આ બે બિંદુની વચ્ચે સળ વાળો. કાગળને આ સળની ઉપર ફરીથી બેવડ વાળો. કોરો બરાબર મળી જાય છે? દરેક ખુણો કેવડો? કાટખૂણો. કાગળ ઉકેલી જુઓ. આપેલા બિંદુમાંથી આપેલી લીટી ઉપર લંબ દોરવા માટે કયી રીત છે?



૩ જી રીત. अ ब આપેલી લીટી છે. क આપેલું બિંદુ છે, કાગળમાં એવો સળ વાળો કે अ ब નો એક બાજુ ઉપરનો म अ ભાગ બીજી બાજુ ઉપરના म ब ભાગ ઉપર બરાબર મળી રહે. ફરીથી म अ ઉપર સળ વાળો. સળોની કોરો બરાબર મળી જાય છે? આ દરેક ખુણો કેવડો? કાટખુણો. क માંથી લંબ દોરવાને કયી રીત કામ લાગે છે?

પ્રશ્નો.

૧. તમારા ડીવાઇડર્ઝના હાથ પહોળા કરી કાટખુણો કરો.

૨. તમારા સેટસ્કવેરોના સૌથી મોટા ખુણા કેવા છે ?

૩. તમારી ચોપડીનાં પાનાના ખુણાઓ કેવા છે ?

નોટ—નીચેના પ્રશ્નોમાં ઘડીઆળમાં એક કાંટો ચાલે તો બીજો ચાલતો નથી એમ સમજવું. કાગળનું ઘડીઆળ પટ્ટીના કાંટાવાળું અને એકથી બાર અંક સુધીનું હોય તો સારૂ. નહિ તો તે બનાવવું.

૪. બન્ને કાંટા ૬ ઉપર છે. એક કાંટો ૩ ઉપર આણો તો બે કાંટાની વચ્ચેનો ખુણો કાટખુણા કરતાં નાનો કે મોટો છે ?

૫. બે કાંટા ૩ ઉપર છે. એક કાંટો બાર ઉપર લઇએ તો બન્ને કાંટા વચ્ચે કેવડો ખુણો થયો ?

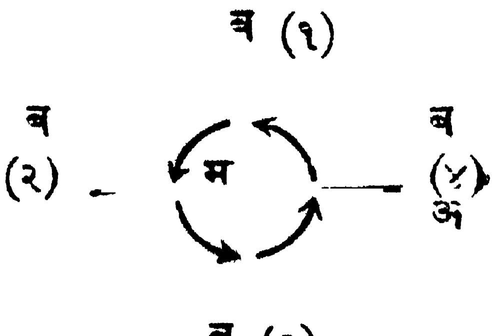
૬. બન્ને કાંટા ૩ ઉપર છે. એક કાંટો ૯ ઉપર લઇએ તો બે કાંટા વચ્ચેનો ખુણો કેવડો થયો ?

૭. બન્ને કાંટા ૬ ઉપર છે. એક કાંટો ૧૨ ઉપર લઇએ તો બે કાંટા વચ્ચેનો ખુણો કેવડો થયો ?

૮. બન્ને કાંટા ૫ ઉપર છે. એક કાંટો ૨ ઉપર લો, તો બન્નેની વચ્ચે કેવડો ખુણો થશે ? બીજાને હવે ૮ ઉપર લઇએ તો બન્ને કાંટા વચ્ચે કેવડો ખુણો થશે ?

(च) કોઈ પણ બિંદુની આસપાસ થતા ખુણાનો સરવાળો.

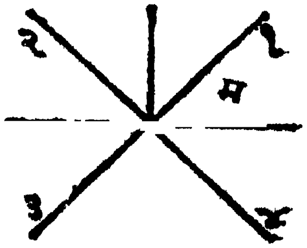
પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે म अ પટ્ટી ઉપર म ब પટ્ટી મુકો. એની વચ્ચે કેવડો ખુણો થાય છે ? બન્ને પટ્ટી કેવી રીતે મુકેલી છે ? પછી म अ ને સ્થિર રાખી म ब ને ब (૧) સ્થિતિમાં આવે તેમ ફેરવો.



હવે એ પટીઓ કેમ આવી છે ? એની વચ્ચે કેવડો ખુણો થયો છે ? કાટખુણો. એ વખતે કેટલા કાટખુણા થયા છે ? **એક કાટખુણો.** પછી **म अ** ને એજ સ્થિતિમાં રાખી **म ब** ને **ब** (૨) ની સ્થિતિમાં આવે તેમ ફેરવો. હવે **म ब** (૧) અને **म ब** (૨) ની વચ્ચે કેવો ખુણો થયો ? એ કેટલા કાટખુણા છે ? **म अ** અને **म ब** (૨) ની વચ્ચે કેટલા કાટખુણા થયા ? **બે કાટખુણા. म ब** ને ફરીથી આગળ **म ब** (૩) ની સ્થિતિમાં આવે તેમ ફેરવો. **म ब** (૨) અને **म ब** (૩) ની વચ્ચે કેવડો ખુણો થયો ? એ કેટલા કાટખુણા છે ? હવે **म अ** અને **म ब** (૩) ની વચ્ચે કેટલા કાટખુણા થયા છે ? **ત્રણ કાટખુણા. म ब** ને **ब** ફરીથી **ब** (૪) ની એટલે **अ** ની સ્થિતિમાં આવે તેમ ફેરવો. **म ब** (૩) અને **म ब** (૪) ની વચ્ચે કેવડો ખુણો થયો ? **म अ** ને **म ब** (૨) વચ્ચે કેવડો ખુણો થયો ? એ ખુણો કેવો છે ? ઘડીઆળના કાંટાની ઉલટી દિશામાં (દિશા બતાવવી) જતાં **म अ** અને **म ब** ની વચ્ચે કેટલા કાટખુણા થયા ? **ચાર કાટખુણા.**

વળી કાગળમાં કાટખુણો થાય તેમ સળો વાળી કાગળ ઉકેલી બતાવો કે સળના *છેદનબિંદુની આજુબાજુ કેટલા ખુણા થયા ? એ ખુણા કેવા છે ? કેટલા કાટખુણા છે ?

વળી પાસે પ્રમાણે બે લીટી કાટખુણે દોરો. છેદનબિંદુ (**म**) આગળ કેટલા કાટખુણા છે ? **म** ૧ દોરો. એ ચાર કાટખુણામાંથી કોઇ ભાગ ઘટયો છે ? કોઈ વધ્યો છે ? **म** ૨, **म** ૩, **म** ૪, વગેરે દોરી એ નિયમ ઠસાવો.



આ પ્રમાણે એક બિંદુની આસપાસ એક લીટી ફરતી ફરતી ઉપરથી નીચે આવી તેજ સ્થિતિમાં પાછી આવે તો કેટલા કાટખુણા થાય છે ? એ લીટી કેટલા કાટખુણામાંથી ફરે છે ? **ચાર કાટખુણા.**

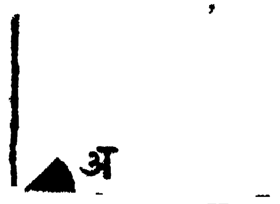
એક બિંદુ આગળ ગમે તેટલી જુદી જુદી લીટીઓ દોરીએ તો તે લીટીઓની વચ્ચેના ખુણાનો સરવાળો શું થાય છે ?

---

* બે લીટી (સીધી કે વાંકી) જે બિંદુમાં છેદે કે મળે તે છેદનબિંદુ છે.

આ નિયમ ઠસાવ્યા પછી નીચેની **વ્યાખ્યા** કરાવવી.

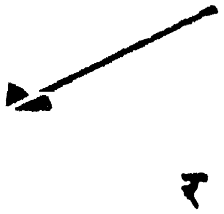
વ્યાખ્યા—એક કાટખુણાથી નાના ખુણાને **ઉનકાટખુણ** (ઉન=ઓછો, કાટખુણાથી ઓછો) કે **સાંકડો** ખુણો કહે છે.



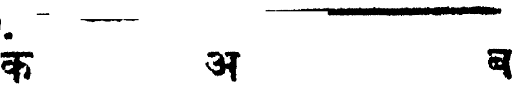
વ્યાખ્યા—એક કાટખુણાથી મોટો પણ બે કાટખુણાથી નાનો ખુણો હોય તેને **અતિકાટખુણ** (અતિ=મોટો, કાટખુણાથી મોટો) કે **પહોળો ખુણો** કહે છે.



વ્યાખ્યા—બે ખુણાનો સરવાળો એક કાટખુણા બરાબર હોય તો તે દરેકને **એક કાટખુણ પૂર્ણી** યા **કોટિખુણો** કહે છે.



વ્યાખ્યા—બે ખુણાનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર હોય તો તે દરેકને **દ્વિકાટખુણ પૂર્ણી** કે **ન્યૂનતાપૂરક** ખુણો કહે છે.

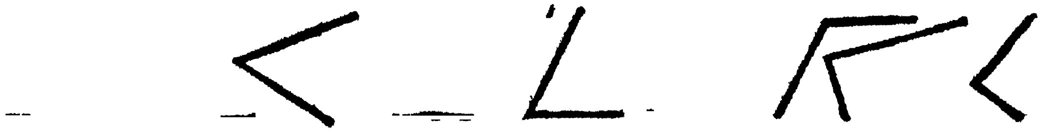


વ્યાખ્યા—કોઇ પણ સીધી લીટીની અંદરના કોઈ બિંદુ આગળ તે લીટીની એકજ બાજુએ જે ખુણો હોય છે તે **દ્વિકાટખુણ** છે.

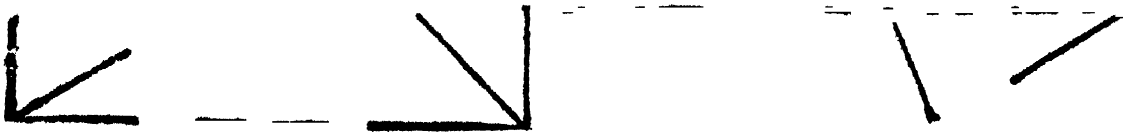


પ્રશ્નો.

૯ નીચેના ખુણાઓમાં સાંકડો ખુણો કયો, પહોળો ખુણો કયો અને કાટખુણો કયો ?

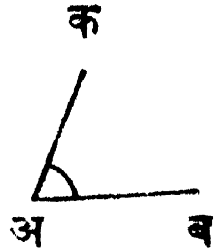


૧૦. નીચેના ખુણાઓમાં કોટિખુણા કયા અને ન્યૂનતા પૂરક કયા?

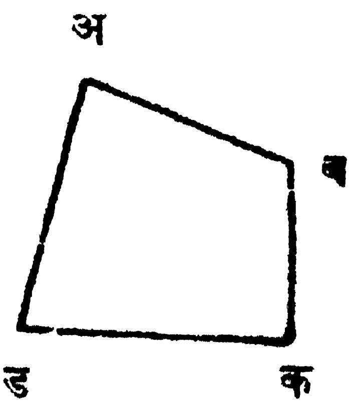


૧૧. ઉપર પ્રમાણે દશ ખુણાઓ કાઢી પ્રસ્ન ૯ અને ૧૦ પ્રમાણે પ્રશ્ન પૂછી ખુણાઓનો પ્રકાર બરાબર દર્સાવો.

(छ) ખુણા ઓળખવાની રીત.

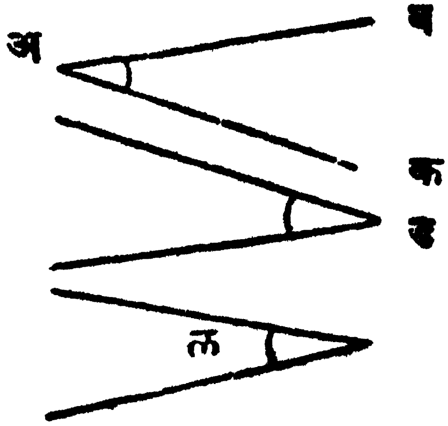


બે લીટીઓ દોરી એક ખુણો બનાવો. અને પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે અક્ષરો મૂકો. જે બે લીટીઓની વચ્ચે ખુણો થાય છે તેને તે ખુણાની **શાખા લીટી** કે **હાથ** કહે છે. अब, अक ખુણાના હાથ છે. એ શાખા લીટીઓ જ્યાં મળે છે તે બિંદુને ખુણાનું **શિરોબિંદુ** કે **કોણબિંદુ** કહે છે. ઉપલી આકૃતિમાં अ બિંદુ શિરોબિંદુ છે. ખુણાનું નામ આપવા માટે આપણે ખુણાના શિરોબિંદુ આગળનો અક્ષર વચ્ચે મૂકી તેની આજુબાજુ શાખા લીટી આગળના બીજા અક્ષરો મૂકીએ છીએ; જેમ કે ઉપલો ખુણો **बअक**, અથવા **कअब** કહેવાય છે.



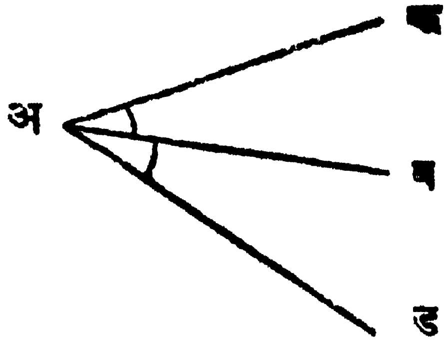
વળી કોઇ પણ આકૃતિને અક્ષરથી ઓળખવા માટે કોઇ પણ ખુણાના શિરોબિંદુ આગળનો અક્ષર લઈ ત્યાંથી અનુક્રમે આવતા અક્ષરો (ઉપરથી કે નીચેથી) અનુક્રમે બોલવાનો (મૂળ અક્ષર આવે ત્યાં સુધી, પણ તે અક્ષર નહિ.) રિવાજ છે. ઉપલી આકૃતિ **अबकड**, **बकडअ**, વગેરે, અથવા **अडकब**, **डकबअ**, વગેરે બોલાય છે. સામાન્ય રીતે જે

અક્ષરો વપરાયા હોય તેમાંના પહેલા (મૂળાક્ષરના) અક્ષરથી શરૂ કરવાનો રિવાજ છે. જેમકે ઉપલી આકૃતિ अबकड બોલાય છે.



ખુણાઓને ઓળખવા માટે ઉપર સિવાયની બીજી રીતો પણ છે. જેમકે પાસેનો ખુણો बअकथी ઓળખાય એટલુંજ નહિ, પરંતુ કોઇ વખતે ખુણાની શાખા લીટીના બહારના છેડા ઉપર અક્ષર ન લખી ખુણા આગળજ અંદરથી કે બહારથી એક અક્ષર મૂકાય છે;જેમકે बअक ખુણો ड અથવા ખુણો लથી પણ ઓળખાયછે.

સંજ્ઞા (ટુંકી રીત). ''ખુણો''શબ્દને માટે ∠ આવું ચિહ્ન ખુણાની અગાઉ મુકવાનો રિવાજછે. જેમકે∠बअक એટલે ખુણો बअक; ∠ड = ખુણો ड ∠ल = ખુણો ल.



વ્યાખ્યા—પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે બે ખુણાઓની વચ્ચે એકજ શાખા લીટી હોય અને એકજ બિંદુમાં તે ખુણાઓ મળતા હોય તો એ ખુણાઓને **પાસે પાસેના** ખુણા કહે છે.

अड ની ઉપર अ સ્થિર રાખી अक ને ફેરવો. अक માં તે આવે ત્યારે અટકો. કયો ખુણો થયો? डअक. પછી ફરીથી अड થી લઈ अब ની સ્થિતિમાં અટકો. કયો ખુણો થયો? डअब; અને अब ને હજુ આગળ લઈ अक આગળ અટકો. કયો ખુણો થયો? बअक; डअब અને बअक ખુણાને ભેગા કરીએ તો કયો ખુણો થાય? डअक. આ ઉપરથી શું સમજો છો તે કહો.

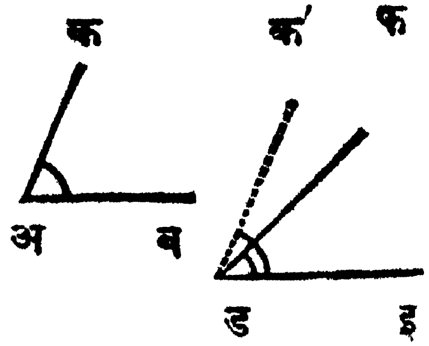
પ્રશ્ન.



૧૨ ઉપલી આકૃતિમાંના ખુણાઓને નામ આપો. કયા કયા ખુણા પાસે પાસેના ખુણા છે ? નામ આપી તે ખુણાઓ કહો.

(ज) ખુણાઓની સરખામણી.

બે ખુણામાં કયો કોનાથી મોટો છે તે પારખવાની રીત.



પાસે પ્રમાણે **बअक**, **इडफ** એ ખુણાઓ લો. **बअक** ખુણા ઉપર તેલીઓ કાગળ અથવા કોઈ પાતળો (ઉપરથી નીચેનો ખુણો દેખાય એવો) કાગળ મૂકો, અને નીચેના **बअक** ખુણાની નકલ પેન્સીલથી કાગળ ખસ્યા વિના કરો. એ કાગળને ઉંચકીને **अ**, **ड** ઉપર પડે અને **अब**, **डइ** ઉપર પડે તેમ ગોઠવો. **अक**, **इफ** ની બહાર પડે છે, કે અંદર પડે છે ? **डफ** ઉપર **डक'**ને લાવવા માટે શું કરવું જોઈએ ? ત્યારે **इडक'** ખુણો નાનો કે મોટો થશે ? ત્યારે **इडक'** ખુણો **इडफ**ના કરતાં નાનો કે મોટો છે ? **इडक'** ખુણો **बअक**ના કરતાં મોટો કે નાનો છે ? કે બરાબર છે ? ત્યારે **बअक** ખુણો, **इडफ** ખુણા કરતાં મોટો કે નાનો છે.

ब अ क ખુણાને નાનો દોરી એજ પ્રમાણે પ્રશ્નોત્તર કરવા.

તેલીઆ કાગળ અથવા પાતળા કાગળ ઉપર આપેલા ખુણાની નકલ

કરવી હોય તો બીજી *કોઇ રીતે તેવડો ખુણો બનાવી ઉપર પ્રમાણે પ્રયોગ કરવો.

પ્રશ્નો.

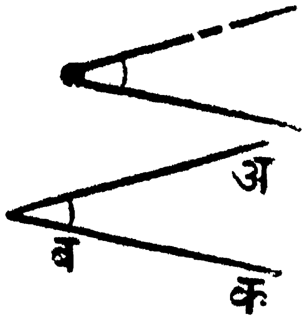
૧૩. તેલીઆ કાગળ ઉપર પાંચ ખુણાની નકલ કરી કાગળ ઉંચકી લઇ ફરીથી ખુણો ગોઠવી તપાસી જુઓ કે ખુણો બરાબર થયો છે કે નહિ.

૧૪. પાસેના ખુણાઓની જોડામાં બબ્બે ખુણા સરખાવી કયો કેનાથી મોટો છે તે બતાવો



*આપેલા ખુણાના જેવડો ખુણો નીચેની રીતે પણ બનાવી શકાય છેઃ-

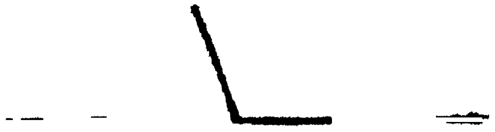
(૧) अ ब क ખુણાની નીચે કાગળ મુકો. ઉપરથી, अ, ब, क માંથી ટાંકણીથી છિદ્રો પાડો. ખુણો ઉપાડી લઇ નીચેના કાગળમાં જ્યાં છિદ્રો પડયાં છે ત્યાં क' ब', ब'अ' સાંધો. તો क' ब' अ' ખુણો क ब अ ખુણાની ખરેખરી નકલ છે.



(૨) ब अ क ખુણો अ ब ને अ क ની ઉપર ફેરવીએ ત્યારે બને છે માટે अ ब ત્રિજ્યા વર્તુળના क ब ભાગમાંથીજ ફરી છે. માટે વર્તુળના क ब ભાગ જેટલાજ ભાગમાંથી ઉપલી લીટીને ફેરવીએ તો क अ ब ખુણા જેવડો ખુણો થશે. માટે अ क ના જેવડી ड प લીટી લો. અને ड લઇ મધ્યબિંદુ લઇ अ क ના જેવડી (डप બરાબર) ત્રિજ્યા વર્તુળનું બરાબર કાંસ દોરો. અને क ब માપી લો. प મધ્યબિંદુ અને क ब ત્રિજ્યા લઇ બીજુ કાંસ દોરો. આ કાસ આગલા કાસને ल માં છેદે છે ड ल સાંધો. ખરૂ જોતાં આપણે क अ बને ન ઉંચકતાં તેના ત્રણે ભાગો (ત્રણ બાજુ) જુદી પણ તેવીજ સ્થિતિમાં મુકયા છે. માટે पडल ખુણો कअब ખુણા બરાબર છે.

પાંચ દશ ખુણાઓ કાગળ ઉપર કઢાવી તેના જેવડા ખુણા વિદ્યાર્થીઓ પાસે કઢાવી પહેલી અને બીજી રીત ખાસ કરીને ઠસાવવી.

૧૫. પાસેના ખૂણાઓની જો-ડામાં બબ્બે ખૂણા સરખાવી મોટો કયો અને નાનો કયો તે કહો.



૧૬. પાસેના ખૂણાઓ સરખાવો.



૧૭. પાસેના ખુણાઓમાં સૌથી મોટો અને સૌથી નાનો કયો ?



૧૮. હાથથીજ દશ કાટખુણા કાઢો. અને બબ્બેને સરખાવી જુઓ. કાંઈ ફેર લાગે છે કે નહિ?

૧૯. હાથથીજ દશ સાંકડા ખુણા કાઢો

૨૦. હાથથીજ દશ પહોળા ખુણા કાઢો.

(ऋ) ખુણાના વિભાગ.

કાગળના કકડામાં સળો વાળી એક કાટખુણો બનાવો. અને તે કાપી કાઢો. કાટખુણાની શાખા લીટીઓ એક બીજા પર બરાબર મળી જાય તેમ સળ વાળો. કાટખુણાના કેટલા સરખા ભાગ થયા છે? દરેક ભાગ કેટલો કાટખુણો છે? અર્ધો. બેવળ વાળેલા ભાગને ઉપર પ્રમાણેજ ફરીથી બેવળ વાળો. હવે કાટખુણાના કેટલા ભાગ થયા છે? દરેક ભાગ કેટલો કાટખુણો છે? ચતુર્થાંશ.

જે પ્રમાણે રૂપીઆના સોળ ભાગ કરીએ તો દરેક ભાગને આનો કહીએ છીએ, તે પ્રમાણે એક કાટખુણાના ૯૦ સરખા ભાગ કીધેલા છે અને તે દરેકને **અંશ** કહે છે. કોણમાપક સાહિત્ય ઉપરના અંશ બતાવવા અને તેની સંખ્યા બરાબર સમજાવવી, પછી ખાત્રી કરવી કે એક કાટખુણાના ૯૦ ભાગ કરેલા છે.

એક લીટીને બીજી લીટીની આસપાસ વર્તુળના આકારમાં ફેરવવાથી ખુણો થાય છે એમ આપણે ઉપર જોયું છે. એક આખા વર્તુળના ૩૬૦ (સરખા) ભાગ કરેલા છે; અને એ પ્રમાણે એક કાટખુણાના ૯૦ ભાગ કરેલા છે. આ ઉપરથી કોઈ પણ ખુણો માપવો હોય તો તે આ અંશ અથવા વર્તુળના ૩૬૦ મા ભાગ પરથી મપાય છે*

સંજ્ઞા—અંશ શબ્દને માટે આંકડાની ઉપર ° આવું ચિન્હ જમણી બાજુના ઉપલા ખુણા ઉપર મૂકવામાં આવે છે. જેમકે ૧૩° એટલે ૧૩ અંશ; ૪૦° એટલે ૪૦ અંશ. ૩૧૫° = ૩૧૫ અંશ વગેરે.

પ્રશ્નો.

૨૧. એક કાટખુણામાં કેટલા અંશ છે? અર્ધા કાટખુણામાં કેટલા અંશ છે? ૧/૩ કાટખુણામાં કેટલા અંશ છે? ૧/૪, ૧/૫, ૧/૬, ૧/૯, ૧/૧૦, ૧/૧૫, ૧/૩૦ કાટખુણામાં કેટલા અંશ છે? ૨/૩, ૩/૫, ૪/૧૫, કાટખુણામાં કેટલા અંશ છે?

૨૨. ઘડીઆળમા ૩ વાગે ત્યારે બે કાંટા વચ્ચે કેટલા અંશ છે?

૨૩. ઘડીઆળમાં ૫ વાગે ત્યારે બે કાંટા વચ્ચે કેટલા અંશ છે?

૨૪. ઘડીઆળમાં ૬ વાગે ત્યારે બે કાંટા વચ્ચે કેટલા અંશ છે?

૨૫. ઘડીઆળમાં નીચે બતાવેલા વખતે બે કાંટા વચ્ચે કેટલા અંશ છે?

(૧) ૨·૦; (૨) ૪·૦; (૩) ૮·૦; (૪) ૯·૦; (૫) ૧૧·૦; (૬) ૧૨·૦; (૭) ૧·૦; (૮); વગેરે.

૨૬. પાટીઆ ઉપર નીચેની દિશાઓ દોરી બન્ને દિશાઓ વચ્ચે કેટલા અંશ છે તે કહો.—

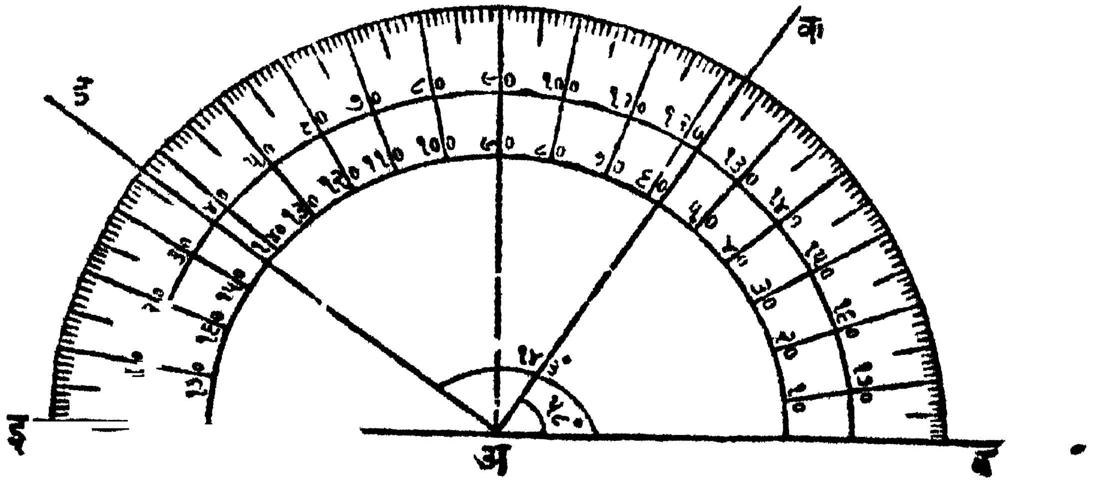
---

*પૃથ્વી સૂર્યની આસપાસ ૩૬૫ દિવસમા ફરી રહે છે, એટલે એક વર્તુળ પુરૂં કરે છે. આ ઉપરથી વર્તુળના એટલે ચાર કાટખુણાના ૩૬૦ ભાગ કર્યેલા લાગે છે. ૩૬૫ ના કરતાં ૩૬૦ સંખ્યા વધારે સારી વિભાજ્ય છે. સામાન્ય રીતે મહિનાના દિવસ ૩૦ અને વરસના ૩૬૦ દિવસ લેખવામાં આવે છે.

(૧) ઇશાન અને પૂર્વ; (૨) અગ્નિ અને દક્ષિણ; (૩) નૈઋ઼ત્ય અને પશ્ચિમ; (૪) વાયવ્ય અને દક્ષિણ; (૫) અગ્નિ અને ઉત્તર; (૬) ઇશાન અને પશ્ચિમ; (૭) ઉત્તર અને દક્ષિણ, (૮) પૂર્વ અને પશ્ચિમ.

(ज) ખુણા માપવાની રીત.

કોઈપણ (बअक) ખુણો માપવાનો હોય તો નીચે પ્રમાણે તે માપી શકાય છેઃ—કોણમાપક (પ્રોટ્રેક્ટર) ને बअक ખુણા ઉપર એવી રીતે મૂકવું કે એ સાહિત્યની સીધી કોર अब સાથે ઉપરથી જોતાં બરાબર મળી જાય. અને તેની સાથેજ પ્રોટ્રેક્ટરનું મધ્યબિંદુ ખુણાના શિરોબિંદુની સાથે મળે જુઓ કે આપેલા ખુણાની બીજી શાખા લીટી अक પ્રોટ્રેક્ટરની નીચેથી ઉપરના કયા અંશમાંથી જાય છે. अब ના ૦ અંશથી લઈ અંશ ગણતાં अक સુધીમાં કેટલા અંશ આવે છે? ૫૮. માટે बअक ખુણો ૫૮° નો છે



આપેલો ખુણો માપવા માટે કોણ માપકની નીચે ખુણાની એક શાખા લીટી સાહિત્યની આડી કોર સાથે અને ખુણાનું શિરોબિંદુ સાહિત્યના મધ્યબિંદુ સાથે બરાબર મળી જાય છે. ત્યાર પછી બતાવવું કે ખુણાની બીજી શાખા લીટીથી થતો ખુણો સાહિત્યની જમણી બાજુએ કે ડાબી બાજુએ માપવો છે. ब अ क ખુણાની अ क બીજી શાખા લીટી જમણી બાજુએ

ખુણો કરે છે; અને ब अ क ખુણાની બીજી શાખા લીટી अ ह પણ જમણી બાજુએ ખુણો કરે છે. માટે अ क ઉપર આવેલા અને अ ह ઉપર આવેલા અંશના બબ્બે જુદા આંકડા પૈકી જમણી બાજુ ઉપરથી ૦ અંકથી શરૂ થતા અંશના આંકડા ગણવા. પરંતુ इ अ ह ખુણો માપવો હોય તો इ अ સાથે अ हથી થતો ખુણો ડાબા હાથ તરફ માપવો છે માટે इ આગળના ૦ અંકથી શરૂ થતા અંશ ગણવા ∠इअह=૩૭°

પ્રોટ્રેક્ટરથી આપેલા ખુણા માપવામાં કયી વખતે જમણી બાજુના અને કયી વખતે ડાબી બાજુના અંશના અંકથી શરૂ કરવું જોઇએ, એ વિદ્યાર્થીના લક્ષમાં બરાબર ઠસાવવું જોઇએ.

પ્રશ્નો.

૨૭. તમારા સેટસ્કવેરના ખુણાઓના આકાર કાગળ ઉપર પાડી તે માપો.

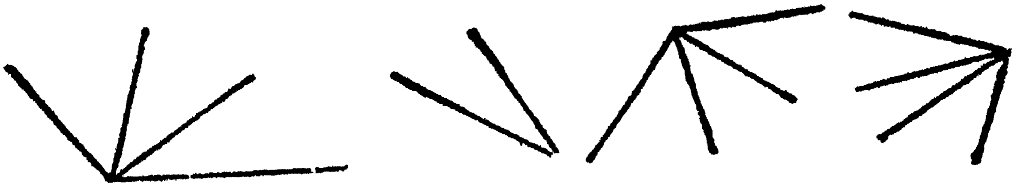
૨૮. તમારૂં ડીવાઇડર્ઝ પહોળું કરો. તેના હાથની વચ્ચેના ખુણાના અંશ આશરે કહો. તેનો આકાર કાગળ ઉપર કાઢી તે ખુણો માપી જુઓ. (અજમાયશથી અને માપથી કાઢેલા અંશોમાં ત્રણેક અંશનો ફેર પડે તો તે ચાલશે.)

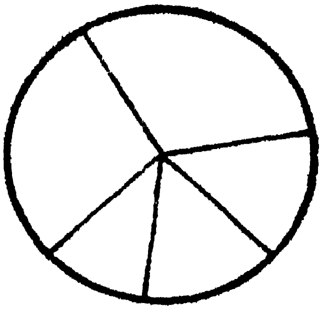
૨૯. પાંચ ખુણાઓ દોરો. એ ખુણાઓ માપો અને તે કેટલા કેટલા અંશના છે તે કહો.

૩૦. નીચે આપેલા ખુણાને પહેલાં આખા માપો; પછી દરેક જોડના પેટા ખુણાઓ જુદા જુદા માપો; પછી સરવાળો કરી આખા ખુણાના જેટલા અંશ એકંદર થાય છે કે નહિ તે જુઓ.



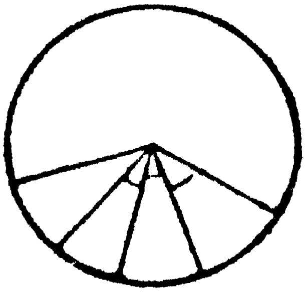
૩૧. પ્રશ્ન ૩૦ પ્રમાણેજ નીચેના ખુણાઓ માપી પરિણામ સરખાવી જુઓ.





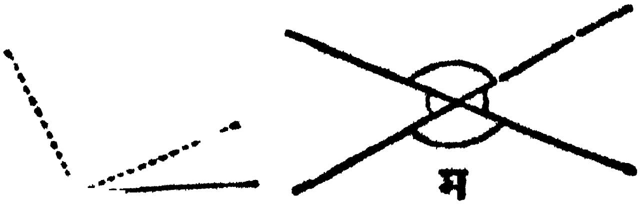
૩૨. એક વર્તુળ દોરો. પરિધિ ઉપર ગમે તે પાંચ બિંદુ લઇ તેને મધ્ય બિંદુ સાથે સાંધો: પછી મધ્યબિંદુ આગળ થતા પાંચ ખુણાઓ માપી સરવાળો કરો. આ પ્રમાણે વર્તુળમાં મધ્યબિંદુ આગળ કેટલા કાટખુણા છે ?

૩૩. પ્રશ્ન ૩૨ પ્રમાણે વર્તુળ દોરી પરિધિ ઉપર ૬, ૭, ૮, ૯. ૧૦, વગેરે બિંદુઓ લો. અને પ્રશ્ન ૩૨ પ્રમાણેજ બધા ખુણા માપો. પરિણામ શું છે?



૩૪. વર્તુળ દોરી પરિધિ ઉપર ચાર સરખા ભાગ કપાસથી લો. એ છેદનબિંદુઓ મધ્યબિંદુ જોડે સાંધો અને એ પાસે પાસેની બબ્બે ત્રિજ્યા વચ્ચેના ખુણા માપો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? આ ખુણાઓ સરખા છે ?

૩૫. નીચેની આકૃતિના ખુણા માપી સરવાળો કરો અને તે કેટલા કાટખુણા બરાબર છે તે જુઓ.



(૮) ખુણા દુભાગવાની રીત.

૧ લી રીત. अबक ખુણો લો. ∠अबकને એવી રીતે બેવડ વાળો કે बअ શાખા લીટી बक ઉપર પડે, અને સળ ब માંથી જાય. अ ब क આખા ખુણાના કેટલા ભાગ થયા છે? એ ભાગો એક બીજા ઉપર બરાબર બેસે છે? માટે આપેલા ખુણાના કેવા ભાગ થયા છે? **બે સરખા ભાગ.**

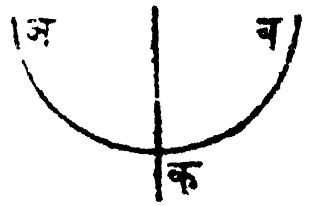
નોટ. ત્રિજ્યા, મધ્યબિંદુ, કૌંસ, વગેરે શબ્દોને માટે ઉપર આવી ગએલા ભાગનું પુનરાવર્તન અત્રે કરવું.

૨ જી રીત. ∠बअक લો. अ મધ્યબિંદુ લઇ કોઇ પણ ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળનું કૌંસ દોરો. આ કૌંસ अ ब ને ड માં અને अकને इમાં છેદે છે. ड અને इ મધ્ય બિંદુ લઈ અને એકજ ત્રિજ્યા લઈ બે કૌંસો फમાં છેદે તેમ દોરો. फ अ સાંધો. फ अ, ब अ क ખુણાને દુભાગે છે.

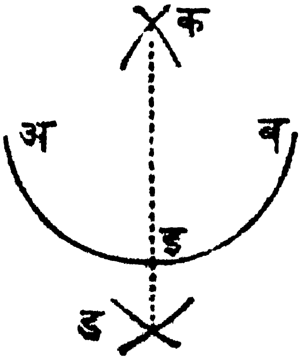
૧ લી રીત પ્રમાણે ∠बअफને ∠कअफ ઉપર બેવડ વાળી જુઓ. फअ, ∠बअक ને દુભાગે છે?

વર્તુળના આપેલા કૌંસને દુભાગવાની રીત.

૧ લી રીત. अकब કોઇ પણ કૌંસ લો. કાગળને બેવડ વાળી કૌંસનો ડાબા હાથ તરફનો ભાગ જમણા હાથ તરફના ભાગ ઉપર अ,ब ઉપર પડે તેમ, બરાબર મળી જાય તેમ સળ પાડો. આ સળ अब ને क માં છેદે છે. अबक કૌંસના क આગળ બે સરખા ભાગ થાયછે.



૨ જી રીત. अइब કૌંસ લો. अ,ब મધ્ય બિંદુ અને એકજ (સરખી) ત્રિજ્યાઓ લઈ બે કૌંસ कમાં છેદે તેમ દોરો.અને अ,ब મધ્ય બિંદુ અને એકજ (સરખી) ત્રિજ્યાઓ લઈ બે કૌંસ દોરો. આ કૌંસ डમાં છેદે છે. कड સાંધીએ તો તે આપેલા अइब કૌંસને इમાં દુભાગે છે.



નોટ—જે ત્રિજ્યાઓ લઈએ તે अब અંતરના અર્ધાથી મોટી હોવી જોઇએ; નહિ તો કૌંસો એક બીજાને છેદશે નહિ.

પ્રશ્નો.

૩૬. કોઇ પણ ખુણો લો. તેને પહેલી રીત પ્રમાણે દુભાગો અને બન્ને ભાગો માપી સરખાવી કહો કે તે બરાબર છે કે નહિ.

૩૭. કોઇ પણ ખુણો લો. બીજી રીત પ્રમાણે તેને દુભાગો અને બન્ને ભાગો માપી સરખાવી કહો કે તે બરાબર છે કે નહિ.

૩૮. કોઇ પણ ખુણો લો. ૧ લી રીતે તેને દુભાગો. અને વળી ૨ જી રીતે પણ દુભાગો. આપેલો ખુણો એકજ લીટીથી દુભાગાય છે ?

૩૯. એક વર્તુળ દોરી તેનું अब કૌંસ લો. अबને ૧લી રીતે कમાં દુભાગો. कને म મધ્યબિંદુ સાથે સાંધો. અને अम, बम પણ સાંધો. अमक, बमक ખુણા માપી પરિણામ સરખાવી જુઓ. આ ખુણા સરખા છે ?

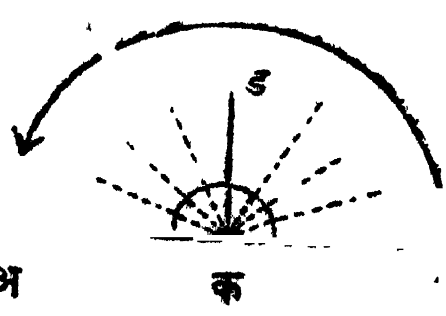
૪૦. પ્રશ્ન ૩૯માના કૌંસને બીજી રીતે દુભાગી એજ પ્રશ્નમાં કહ્યા પ્રમાણે કરો.

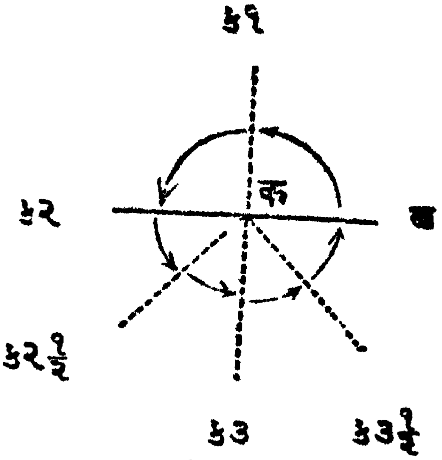
૪૧. એક વર્તુળ લો. તેનું अब કૌંસ લો. अ, ब ને म મધ્યબિંદુ સાથે સાંધો. ∠बमअને मकથી દુભાગો. मक, अब કૌંસને દુભાગે છે ?

૪૨. એક ∠अबक લો. તેને પ્રોટ્રેક્ટરથી માપી અંશનું અર્ધું કરો. એની મદદથી ∠अबकને દુભાગો. પરિણામ સરખાવો.

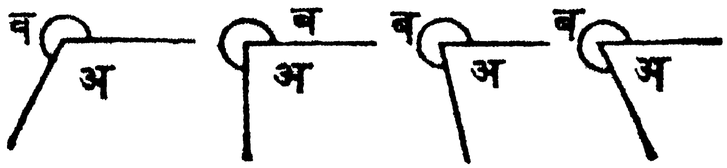
(ઠ) અતિદ્વિકાટખુણ.

कब લીટીની આસપાસ कडને બતાવેલી તીરની દિશામાં ફેરવીએ તો बकड ખુણો મોટો અને મોટો થશે. ફરતી લીટી कडમાં આવે ત્યારે ∠बकड કાટખુણો થશે, અને कअમાં આવે ત્યારે ∠बकअ બે કાટખુણા અથવા દ્વિકાટખુણ થશે.





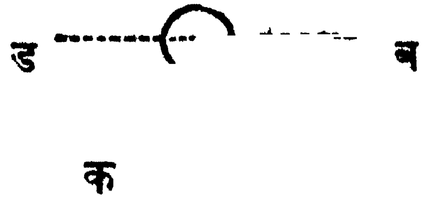
ફરતી લીટીને હજુ પણ આગળ તીરની દિશામાં લઇ જઈએ તો ખુણો મોટો અને મોટો થશે. એટલે ક (૨) ની આગળથી ઘડીઆળના કાંટાની ઉલટી દિશામાં લીટીનો છેડો ક૨½, ક૩, ક૩½ આગળ લઇ જઇએ તેમ कब આગળ ઉપરથી થએલો ખુણો મોટો અને મોટો થાય છે. અને એમાંની કોઇપણ જગ્યાએ बकक ખુણો બે કાટખુણા કરતાં મોટો છે. પરંતુ ચાર કાટખુણા કરતાં નાનો છે. આવા ખુણાને, એટલે બે કાટખુણા કરતાં મોટા પણ ચાર કાટખુણા કરતાં નાના ખુણાને, **અતિ દ્વિકાટખુણ** (અતિ = મોટો, દ્વિ = બે) કહે છે. એ ખુણાને **અંતર્ગામી** પણ કહે છે, કારણ કે कકરતી સ્થિતિ છોડયા પછી ફરતી લીટી ब છેડાથી દૂર જવાને બદલે અંદર (અંતર) જાય છે (ગામી). નીચેના બતાવેલા ખુણા બધાજ અતિ દ્વિકાટખુણ છે.



ફરતી લીટી વર્તુળના અર્ધા ભાગ કરતાં વધારે ફરે તો એથી દ્વિકાટખુણ થાય છે એમ માલમ પડશે. વળી લીટી જેમ જેમ ફરે છે તેમ તેમ ब ખુણો મોટો અને મોટો થાય છે, પરંતુ સામેની બાજુનો अ ખુણો નાનો અને નાનો થાય છે. માટે એ બે લીટીઓની વચ્ચે જે બે ખુણા થાય છે તેમાંથી એક ∠ब બે કાટખુણા કરતાં મોટો, અને બીજો ∠अ બે કાટખુણા કરતાં નાનો છે.

નોટ—બે લીટીઓની વચ્ચેનો ખૂણો લેવા કહ્યું હોય તો તે વખતે સામાન્ય રીતે નાનો (બે કાટખુણાથી નાનો) ખુણો લેવાનો રીવાજ છે; પરંતુ મોટો લેવાનો હોય તો તે પ્રમાણે અતિદ્વિકાટખુણ કે અંતર્ગામી શબ્દ વપરાય છે.

અતિદ્વિકાટખુણ માપવાની રીત.



ब अ क અતિદ્વિકાટખુણ લેા. **ब अ** ને લંબાવેા તેા ઉપલેા **ब अ ड** ખુણેા બે કાટખુણા બરાબર છે. **ड अ क** ને કેાણ માપકથી માપેા. જે માપ આવે તે બે કાટખુણામાં ઉમેરેા. સરવાળેા અતિદ્વિકાટખુણનું માપ છે. નીચેના અતિદ્વિકાટખુણ ખુણાએા ઉપલી રીતે માપેા,

પ્રશ્નેા.

૪૩. ઘડીઆળમાં નીચે આપેલા વખતે બે કાંટાની વચ્ચે જે અતિદ્વિકાટખુણ થાય છે તે કેટલા કેટલા અંશનેા છે?

(૧) ૫–૦; (૨) ૭–૦; (૩) ૪–૦; (૪) ૮–૦; (૫) ૩–૦;
(૬) ૯–૦; (૭) ૧૦–૦; (૮) ૨–૦; (૯) ૧–૦; (૧૦) ૧૧–૦.

૪૪. પાંચ અતિ દ્વિકાટખુણ લઇને માપેા અને તેમાં દરેકમાં કેટલા કેટલા અંશ છે તે કહેા.

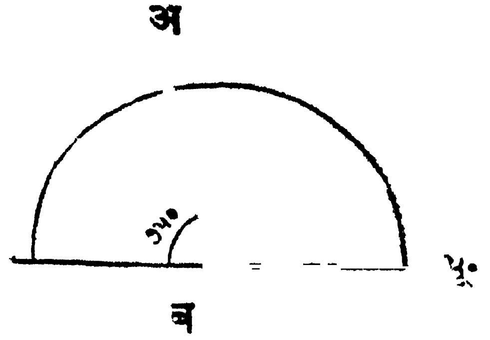
૪૫. પ્રસ્ન ૪૪ માં બે લીટીએાની વચ્ચેના નાના ખુણામાં કેટલા કેટલા અંશ છે તે માપ્યા વિના કહેા.

૪૬. બે લીટીએાની વચ્ચેનેા અતિ દ્વિકાટખુણ ખુણેા નાના ખુણાથી ૩ ગણેા છે તેા તેમાં કેટલા અંશ છે?

૪૭. બે લીટીએાની વચ્ચેનેા અતિ દ્વિકાટખુણ ખુણેા નાના ખુણાથી ૨, ૪, ૫, ૭, ૮, ૯, ૧૧, અને ૧૪ ગણેા છે તેા તેમાં કેટલા કેટલા અંશ છે? (જુદી જુદી આકૃતિ દેારવી.)

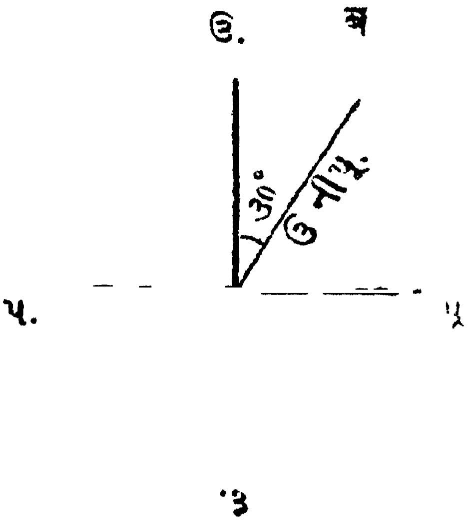
§ ૪. બેરીંગ* અથવા કોણ અંતર.

એક સ્થળ બીજા સ્થળથી કયી દિશામાં દેખાય છે તે જોવાની રીતઃ— अ સ્થળ ब સ્થળથી કયી દિશામાં છે એ આપણે જાણવું છે ब સ્થળ ધારો કે પૂર્વ પશ્ચિમ જતી દિશામાં છે. ब થી अ સુધી એક લીટી દોરો. આ લીટી ब માંથી પૂર્વ પશ્ચિમ જતી દિશા લીટી સાથે કયો ખુણો કરે છે તે પ્રોટ્રેક્ટરથી માપો. ધારો કે ∠ ब, ૭૫ છે આ ખુણો દિશા લીટીની કયી દિશાએ છે? ઉત્તરે. માટે अ સ્થળ ब થી પશ્ચિમની ઉત્તરે ૭૫ છે એમ કહેવાય છે.



આ અંતર ब થી अનું કોણઅંતર અથવા બેરીંગ+ કહેવાય છે.

છેદન બિંદુ म આગળથી बનું કોણ અંતર કાઢવું હોય તો म માંથી મુખ્ય ચાર દિશાઓ દોરો. मब સાંધો. मब લીટી કયી દિશા લીટી સાથે ખુણો કરે છે? પૂર્વ અને ઉત્તર સાથે. ઉત્તર સાથેનો ખુણો માપો. એ ૩૦° છે. માટે ब સ્થળ म આગળથી "ઉ૦ની પૂર્વે ૩૦°" અથવા 'ઉ૦ ૩૦ પૂ૦" ને કોણ અંતરે છે; અથવા "પૂ૦ની ઉત્તરે ૬૦ " અથવા "પૂ૦ ૬૦ ઉ૦" ને કોણ અંતરે છે.



---

* બેરીંગ એ અંગ્રેજી શબ્દ છે અને તેનો અર્થ ગમે તે બે દિશાઓની વચ્ચેના ખુણાનું માપ કે કોણઅંતર છે.

પ્રશ્નેા.

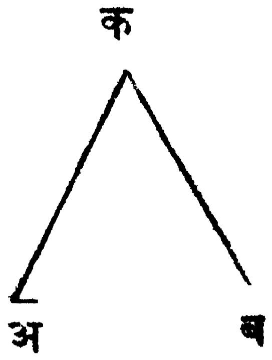
(સ્કેલ માપના વધારાના પ્રશ્નેા.)

૧. ग થી ड પશ્ચિમે ૯ માઇલ, ड થી ઉત્તરે अ ૧૨ માઇલ અને अ થી પશ્ચિમે ૧૭ માઇલ र છે. તેા गर કેટલું? ग થી र નું કેાણઅંતર શું? (સ્કેલ ૧૦ મા. : ૧")

૨. ह ની ઉત્તરે अ ૧૨ માઇલ, અને દક્ષિણે ड ૨૪ માઇલ છે. अ ની પશ્ચિમે क છે. જો कड ૪૨ માઇલ છે તેા कह અને कअ અંતર કેટલાં? क થી ड નું, અને ह નું કેાણ અંતર શું? (સ્કેલ ૧૦મા. : ૧")

૩. अ દીવાદાંડીથી ब વહાણ ઉત્તરે છે, અને क વહાણ ઇશાને છે क, ब ની પૂર્વે છે. જો अब = ૫૭ માઇલ અને अक = ૨૪ માઇલ તેા बक અંતર કેટલું? ब થી क નું કેાણઅંતર શું? (સ્કેલ ૧૦ મા: ૧ સે. મી.)

નીચેનામાં યેાગ્ય સ્કેલ લેવાં.



૪. अबक અને बअक ખુણેા દરેક ૭૫° નેા છે.

अब પૂર્વ પશ્ચિમ છે તેા क, अ થી કયી દિશામાં છે?

क, ब થી કયી દિશામાં છે?

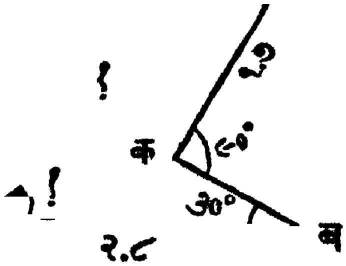
૫. બે બંદર પૂર્વ પશ્ચિમ છે, અને ૧૨ માઇલ દુર છે. એક વહાણ એક બંદરથી ઇશાનમાં છે અને બીજા બંદરથી વાયવ્યમાં છે તેા વહાણનું અંતર બન્નેથી શું?

૬. अ, बથી પૂર્વમાં ૫ માઇલ છે અને क, बથી દક્ષિણમાં ૭ માઇલ છે, તેા अक અંતર કેટલું? अથી क નું કેાણ અંતર શું?

૭. એક ખેપીએા अ ગામથી દક્ષિણમાં ૪ માઇલ જાય છે અને ત્યાંથી અગ્નિ ખુણામાં ૬ માઇલ જાય છે જો તે ग ગામમાં પહેાંચે તેા તે अથી સીધી લીટીમાં કેટલું ગયેા? अથી ग નું કેાણ અંતર કાઢેા.

૮. अ, बथी ૨૨ માઈલ પૂર્વમાં ગયેા; પછી ૧૫ માઇલ દક્ષિણે ગયેા અને પાછેા પૂર્વે ૭ માઈલ ગયેા ત્યારે अ, बथी કેટલે દૂર ગયેા ? बथी अनुं કેાણુ અંતર શું ?

૯. એક માણુસ अथी ब સુધી ૨૮ માઈલ, ૩૦°ને અંતરે बथी क સુધી ૧૩ માઇલ અને कथी ड સુધી કાટખુણે ૧૭ માઈલ જાય તેા अड કેટલું ? अथी डनुं બેરીંગ શું ?



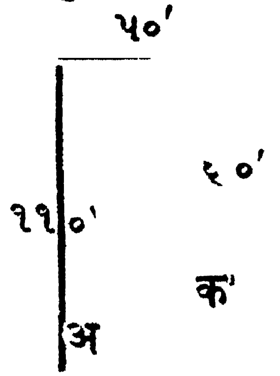
[પાસેની આકૃતિ જુએા]

૧૦. એક આગબેાટ ૧૮૦ માઈલ પશ્ચિમમાં, પછી ૧૨૦ માઇલ ઉત્તરમાં, ને પછી પૂર્વમાં જાય છે. જો પહેલી જગ્યાએથી તે ૧૫૦ માઈલ જાય તેા પૂર્વમાં તે કેટલી ગઈ હશે ?

૧૧. એક વહાણવટી अथी ઉત્તરમાં ब સુધી ૩૫ માઇલ, बथी પૂર્વમાં क સુધી ૪૭ માઈલ અને कथी ઉત્તરમાં ड સુધી ૩૯ માઈલ જાય તેા अड અંતર શેાધી કાઢેા. अ થી क કયી દિશામાં હશે ?

૧૨. એક ઘેાડાને એક સીધી લીલેાતરીવાળી વાડથી ૩૫ ફુટ દૂર બાંધ્યેા છે. જે દેારડાથી તેને બાંધ્યેા છે તે ૪૫ ફુટ બાંબું છે; તેા વાડનેા કેટલેા ભાગ તે ઘેાડેા ચરી શકશે ?

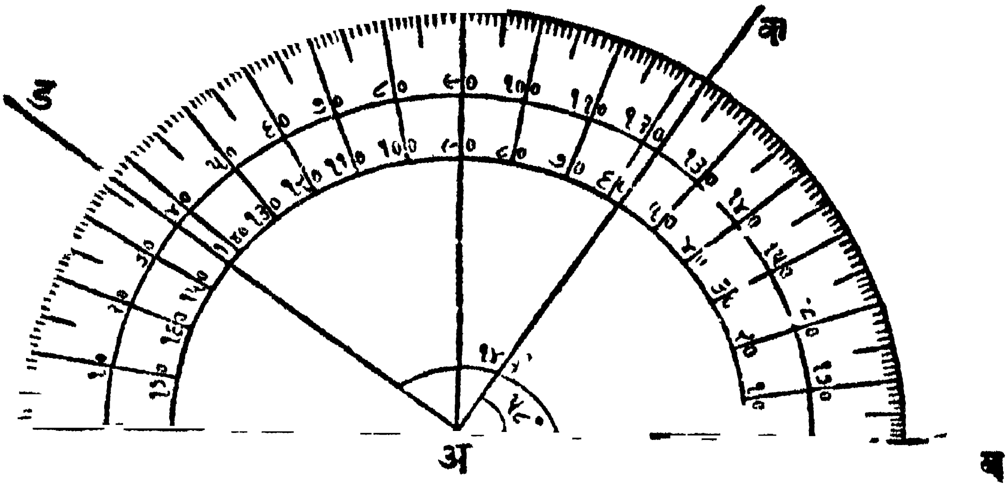
૧૩. એક ખાણુમાં ૧૧૦ ફુટ લાંબી ગેલેરી છે અને પાછી આડી ૫૦ ફુટ લાંબી બીજી ગેલેરી છે. અને પાછી ત્રીજી ગેલેરી ૬૦ ફુટ લાંબી છે, તેા अथी कनुं સીધું અંતર શું ?



૧૪. બે માણુસેા ૧૦૦૦ ફુટ અંતરે ઉત્તર દક્ષિણુ છે. એક દીવાદાંડી એકથી દક્ષિણુની પશ્ચિમે ૨૦° અને બીજાથી ઉત્તરની પશ્ચિમે ૨૫° પર દેખાય છે; તેા એ દીવાદાંડી બન્નેથી કેટલે અંતરે હશે ?

૧૫. ૬" લાંબું કંપાસ ૪૫°ને ખુણે ઉઘાડીએ તેા બન્ને છેડાની વચ્ચે સીધી લીટીનું અંતર કેટલું આવે ?

§ ૫. આપેલા અંશ ઉપરથી ખુણેા બનાવવાનું.



बअ એક લીટી લેા. તેના **अ** છેડા આગળ ધારેા કે ૫૮° નેા ખુણેા બનાવવાનેા છે. **बअ** લીટીના ડાબા છેડા **अ** ઉપર કેાણમાપકનું મધ્યબિંદુ મુકેા. અને કેાણમાપકની નીચેની સીધી કેાર **बअ**ની સાથે બરાબર મળી જાય તેમ મુકેા. પછી ૫૮° (ધારેા કે)નેા ખુણેા બનાવવાનેા હેાય તેા કેાણ-માપકના અર્ધ વર્તુળ ઉપર **ब** આગળના ૦ અંશથી ગણતાં ડાબા હાથ તરફ જતાં જતાં ૫૮ અંશનેા અંક આવે ત્યાં તે દેારાની બરાબર નીચે **क** આગળ પેન્સીલના **તીણા** છેડાથી એક બિંદુ નીચે કાગળ ઉપર લેા. કેાણ-માપક ઉંચકી લઈ **कअ** સાંધેા. તેા **कअब** ખુણેા ૫૮°નેા છે.

નેાટ—પેન્સીલની અણી બહુજ બારીક ઘડેલી હેાવી જોઇએ, નહિ તેા એ અણી જાડી હેાય ત્યારે એકદમ બે અંશ આમ તેમ આવી જવાનેા સંભવ છે. **अ क** લીટી બહુજ પાતળી હેાય તેા ખુણેા બરાબર થશે.

પ્રશ્નેા.

૧. નીચે પ્રમાણેના આપેલા અંશના ખુણા કાઢેાઃ—

૨૫°; ૪૯°; ૧૭°; ૫૧°; ૧૧૧°; ૧૩૦°; ૧૭૧°; અને ૧૭૯°;
૧૩°; ૩૬°; ૪૧°; ૫૯°; ૮૪°; ૧૩૭°; ૧૫૭°; અને ૧૭૫°.

૨. ૩૨°નો એક ખુણો કાઢો. અને તેના શિરોબિંદુ આગળ અને એક શાખાલીટીની સાથે ૪૬° નો બીજો ખુણો કાઢો આ આખો ખુણો માપો. તેમાં ૭૮° છે? નહિ તો ભૂલ કયાં થઈ છે તે જુઓ.

૩. **बअक** ખુણો ૪૧°નો કરો અને **कअड** ખુણો ૪૯° નો કરો. **बअड** ખુણો માપી જુઓ. આ બન્ને ખુણાને અરસપરસ શું કહો છો?

૪. **बकअ** અને **अकड** ખુણા અનુક્રમે નીચે પ્રમાણે આપ્યા છે તો તે કાઢો:—**बकड** કાટખુણો છે? ખાત્રી કરો.

૩૧°, ૫૯°; ૭૧°, ૨૦°; ૪૫°, ૪૫°; ૧૭°, ૭૩°;
૫૨°, ૩૮°; ૭૨°, ૧૮°; ૬૨°, ૨૭°: ૫°, ૮૫°.

૫. ∠**अबक** ૨૭°નો ને ∠**कबड** ૫૦° નો કરો. **अबड** ખુણો માપી જુઓ. એ કાટખુણો છે? જો હોય તો ભૂલ કયાં છે તે શોધી કાઢો.

૬. ઉપરના પ્રશ્નમાં બન્ને ખુણા અનુક્રમે નીચે પ્રમાણે લો:—

૧૮°, ૭૦°; ૨૯°, ૬૦°; ૫૧°, ૩૭°; ૬૩°, ૨૫°;
૨૮°, ૬૧°; ૫૩°, ૩૬°; ૪૭°, ૪૨°; ૬૯°; ૨૦°.

બહારની શાખાલીટીઓ કાટખુણો બનાવે છે? બનાવે તો બન્ને ખુણાનો સરવાળો કરી કાટખુણો હોવો જોઈએ કે નહિ તેની ખાત્રી કરો.

૭. **अबक, कबड, डबइ** ખુણા અનુક્રમે ૨૬°, ૨૧°, અને ૩૨° ના કરો. **अबइ** ખુણો માપી જુઓ કે તે ૭૯°નો છે? ભૂલ હોય તો કયાં ભૂલ થઇ તે શોધી કાઢો.

૮. પ્રશ્ન ૭ માં ત્રણે ખુણાઓ અનુક્રમે નીચે પ્રમાણે લો;—
૧૭°, ૩૧°, ૪૦°; ૩૬°, ૪૪°, ૫૧°; ૩૪°. ૩૩°, ૬૧°;
પ્રશ્ન ૭ પ્રમાણે સરવાળો કરી પરિણામ સરખાવી જુઓ.

૯. એક ૧૨૭°નો ખુણો કરો; તેમાંથી અનુક્રમે ૨૦° નો, ૩૧°નો અને ૪૭°નો ખુણો કાપી લો. બાકીનો ખુણો ૨૯°નો છે કે નહિ તે માપી ખાત્રી કરો.

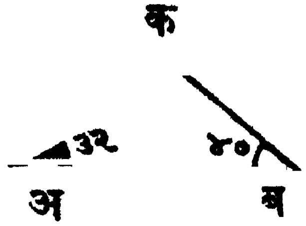
૯.अ. પ્રશ્ન ૮ મામાં નીચે પ્રમાણેના ખુણા લેા.
૧૩૭° માંથી ૫૩°, ૪૯°, ૨૨°; બાકી ૧૩°;
૭૮° માંથી ૧૭°, ૨૦°, ૧૦°; બાકી ૩૧°;
૧૭૧° માંથી ૪૧°, ૫૦°, ૩૯°; બાકી ૪૧°;
પરિણામ સરખાવી ભૂલ હેાય તેા સુધારેા.

૧૦. ૪૦° નેા ખુણેા આશરે હાથથીજ કાઢેા; તેને માપી ખાત્રી કરેા. ભૂલ કેટલી આવે છે તે જુએા.

૧૧. ૪૫°, ૩૦°, ૬૦°, ૭૫°, ૫૦°, ૮૦°, ૨૫°, ૩૭°, ૫૩° ના ખુણા આશરે હાથથીજ કાઢેા. માપી ખાત્રી કરેા. ભૂલ આવી હેાય તેા તે સુધારેા.

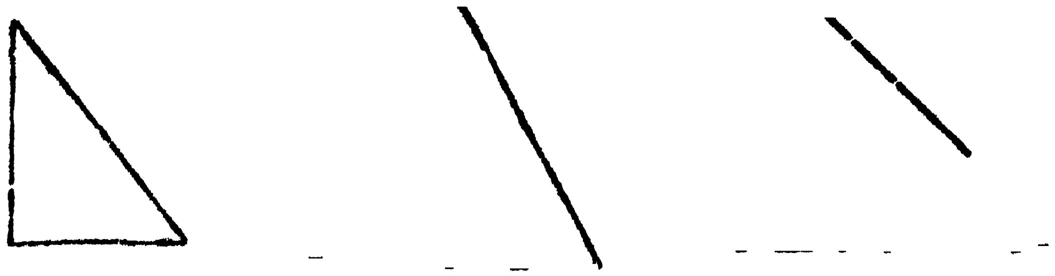
૧૨. પ્રશ્ન ૧૧ પ્રમાણે ખુણા બરાબર આવે ત્યાં સુધી ગમે તેટલા ખુણા આશરે કાઢેા અને માપી જુએા.

૧૩. ૧·૨"ની अब લીટી લેા. अ આગળ बअक ખુણેા ૩૨° નેા કરેા. ब આગળ अबक ખુણેા ૪૦° નેા કરેા. अक, बक લંબાવી क માં તેને મળવા દેા. ∠क માપી જુએા કે તે ૧૦૮° નેા છે? આ આકૃતિને ત્રિકેાણ* કહે છે.



---

*ત્રિકેાણ.



*જે આકૃતિમાં ત્રણ ખુણા (ત્રિ = ત્રણ, કેાણ = ખુણા) હેાય તે. જે આકૃતિની હદ ત્રણ સીધી લીટીથી થઈ હેાય તેને ત્રિકેાણ કહે છે.

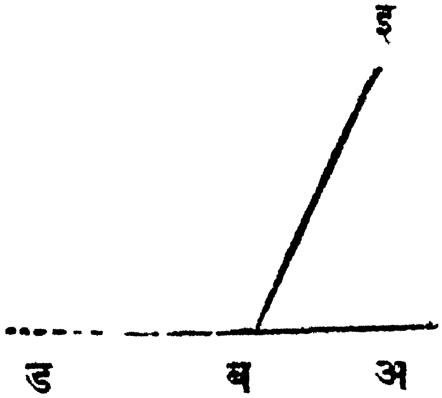
૧૪. નીચેનાં માપ ઉપરથી ત્રિકોણો બનાવી દરેકમાં ત્રીજો ખુણો માપો:–

(૧) **अब** = ૩", ∠**अ** = ૪૧°, ∠**ब** = ૫૧°;
(૨) **बक** = ૩·૯", ∠**ब** = ૯૯°, ∠**क** = ૩૧°;
(૩) **फल** = ૫·૯ સે. મી., ∠**ल** = ૭૩°, ∠**फ** = ૩૭°;
(૪) **गर** = ૭·૭ સે. મી., ∠**ग** = ૫૨°, ∠**र** = ૨૭°;
(૫) **अक्ष** = ૫·૬", ∠**अ** = ૭૭°, ∠**क्ष** = ૯૮°;
(૬) **अक** = ૪·૫", ∠**अ** = ૫૭°, ∠**क** = ૪૯°;
(૭) **बड** = ૬·૭ સે. મી., ∠**ब** = ૬૬°, ∠**ड** = ૭૩°.

§ ૬. સીધી લીટીથી બનતા ખૂણા.

अबइ કોઈ પણ સાંકડો ખુણો લો. **अब**ને ડાબી બાજુ ઉપર **ड** સુધી લંબાવો. **इबड** ખુણો સાંકડો કે પહોળો છે?

अबइ એક કાટખુણા બરાબર લો **अब** લંબાવો; જુઓ કે **इबड** ખુણો સાંકડો કે પહોળો ખુણો છે?



अबइ એક પહોળો ખુણો લો. **अब** લંબાવો. જુઓ કે **इबड** સાંકડો કે પહોળો ખુણો છે? **अबइ** એક અર્ધો કાટખુણો કરો. **अब** લંબાવતાં **इबड** ખુણો કેટલા કાટખુણા બરાબર છે તે માપી જુઓ. **अबइ** $\frac{2}{3}$ કાટખુણા બરાબર કરો. **अब** લંબાવતાં **इबड** માપી કેટલા કાટખુણા બરાબર છે તે કહો. **अबइ** $\frac{1}{3}$ કાટખુણા બરાબર કરો. **अब** લંબાવતાં **इबड** કેટલા કાટખુણા બરાબર છે તે માપી કહો. **इब** લીટી **अबड** લીટી ઉપર પડે છે અને

∠**अबइ** ૫૩° નો છે તો ∠**इबड** કેટલા અંશનો છે?

∠**अबइ** ૪૭° નો છે તો ∠**इबड** કેટલા અંશનો છે?

∠अबइ ૭૧° નેા છે તેા ∠इबड કેટલા અંશનેા છે?
∠अबइ ૧૧૦° નેા છે તેા ∠इबड કેટલા અંશનેા છે?
∠अबइ ૧૫૭° નેા છે તેા ∠इबड કેટલા અંશનેા છે?
∠अबइ ૧૬૯° નેા છે તેા ∠इबड કેટલા અંશનેા છે? વગેરે.

આ પ્રશ્નોમાં अबइ આપેલેા ખુણેા કાટખુણા કરતાં કેટલેા નાનેા અથવા મેાટેા છે તે જુઓ; इबड ખુણેા તેજ પ્રશ્નમાં કાટખુણા કરતાં કેટલેા મેાટેા કે નાનેા છે તે જુઓ. આ બન્ને પરિણામ પરથી ∠अबइ અને ∠इबड વચ્ચે કાંઈ સંબંધ જુઓ છેા? એ સંબંધ કેવેા છે? બન્ને ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે? ત્યારે તે ખુણા કેવા છે? ન્યૂનતા પૂરક કે દ્વિકાટખુણ પૂર્ણી. એક લીટી બીજી લીટી ઉપર પડે તેા એ પ્રમાણે થના પાસે પાસેના ખુણાઓ વિષે શું અનુમાન કરેા છેા?

"એક લીટી બીજી લીટી ઉપર પડે તેા બીજી લીટીની એકજ બાજુ તરફના પહેલી લીટીથી થતા પાસે પાસેના ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે."

પ્રશ્નો.

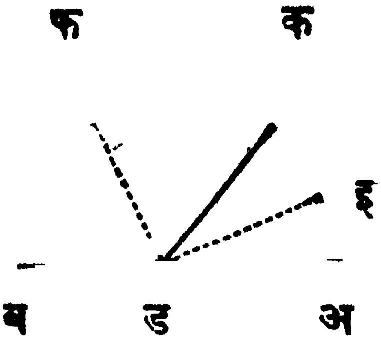
૧. अकब લીટી ઉપર डक લીટી પડે તેા

∠डकअ = ૪૫° હેાય ત્યારે ∠बकड કેવડેા?
∠डकअ = ૧૭° હેાય ત્યારે ∠बकड કેવડેા?
∠डकअ = ૫૩° હેાય ત્યારે ∠बकड કેવડેા?
∠डकअ = ૮૩° હેાય ત્યારે ∠बकड કેવડેા?

૨. अकब લીટી ઉપર डक લીટી પડે અને डकअ ખુણેા ૭૫°નેા કરે તેા डकब ખુણેા કેટલા અંશનેા છે?

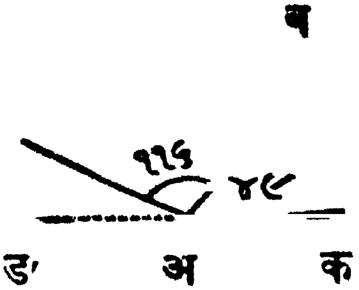
૩. अब એક લીટી છે; અને તેની સાથે डक લીટી डकअ ૧૨૯° નેા ખુણેા કરે છે, તેા डकब ખુણેા કેવડેા છે?

૪. अब એક લીટી દોરો. कडअ કોઇપણ ખુણો कड દોરી કરો. कडअ ખુણાને સળ વાળી डइ થી દુભાગો; અને कडब ખુણાને સળ વાળી डफ થી દુભાગો. इडफ ખુણો માપી જુઓ.



इड, डफની વચ્ચે કેવડો ખુણો થયો? એક કાટખુણો. આ ઉપરથી अडक, कडब ખુણાના સરવાળા વિષે શું અનુમાન કરો છો? એ બે ખુણાઓનો અરસપરસ સંબંધ શું છે?

अब એક લીટી લો. તેની એક બાજુએ बअक ખુણો ૪૯°નો કરો, અને તેની બીજી બાજુએ बअड ખુણો ૧૧૬°નો કરો, कअड ખુણો કેટલા અંશનો છે? એ બે કાટખુણાથી મોટો કે નાનો છે? कअड એકજ સીધી લીટી છે? ત્યારે बअक, बअड ખુણાનો સરવાળો કેટલો? ત્યારે कअ, डअ એકજ સીધી લીટીમાં લાવવાને એની વચ્ચે કેવડો ખુણો જોઇએ? બે કાટખુણા બરાબર.



अबની સામસામેની બાજુ ઉપર નીચે પ્રમાણેના પાસે પાસેના ખુણા બનાવી ઉપલો પ્રયોગ કરો:—

૬૦° અને ૧૧૫°; ૫૦ અને ૧૨૦°; ૪૩° અને ૧૧૦°;

૭૭° અને ૧૦૦°; ૧૧૨° અને ૫૧°; ૧૨૮° અને ૩૦°.

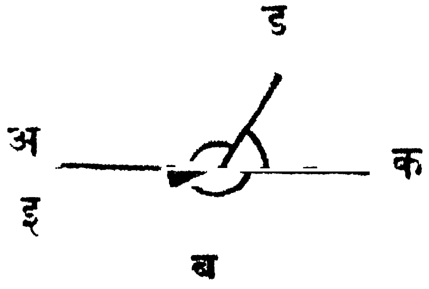
ઉપરના પ્રયોગો કર્યા પછી જો डअक એકજ સીધી લીટી હોય તો कअब અને डअब ખુણા વચ્ચે શું સબંધ હોવો જોઈએ? આ બે ખુણાનો સરવાળો કેટલો હોવો જોઇએ? આ ઉપરથી કાંઈ સામાન્ય નિયમ નીકળે છે?

बअक, बअड ખુણા અનુક્રમે ૪૭° અને ૧૩૨° ના હોય તો
डअक એક સીધી લીટી છે ખરી કે ?

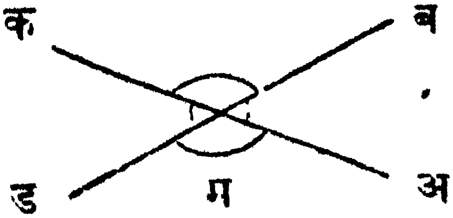
∠बअक, ∠बअड „ ૧૫૩°, ૨૮°; डअक „ „ „
„ „ ૪૦ , ૧૪૧°; „ „ „ „
„ „ ૯૦°, ૮૯°; „ „ „ „
„ „ ૧૫૦°, ૨૭°; „ „ „ „
„ „ ૬૧°, ૧૨૨°; „ „ „ „
„ „ ૩૩°, ૧૪૫°; „ „ „ „

ઉપલા પ્રયોગો કર્યા પછી કાંઈ સામાન્ય નિયમ નીકળે છે ? બહારની શાખા લીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં હોવાને વચ્ચેની શાખા લીટીની આજુબાજુના પાસે પાસેના ખુણાનો શો સંબંધ હોવો જોઇએ ?

"જ્યારે બે પાસે પાસેના ખુણાનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર હોય ત્યારે તેની બહાર પડતી શાખા લીટીઓ (કે હાથો) એકજ સીધી લીટીમાં છે."



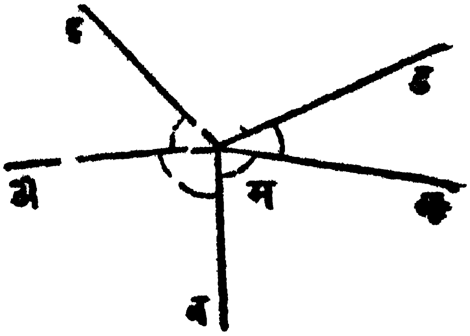
પાસેની આકૃતિ પાટીઆ ઉપર કાઢી પૂછો કે अबड, डबक ખુણાનો સરવાળો કેટલા કાટખુણા બરાબર છે ? क ब इ, अ ब इ ખુણાનો સરવાળો કેટલો છે ? (ब છેદન બિંદુ છે)



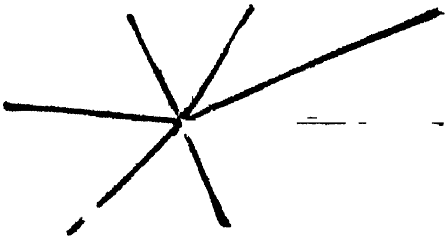
પાસેની આકૃતિમાં अ म ब, ब म क, क નો અને क म ड, ड म अ ખુણાનો સરવાળો કેટલો છે તે કોણમાપકથી માપીને કહો.



પાસેની આકૃતિમાં છેદન બિંદુ આગળના ત્રણે ખુણા માપી કહો કે તે બધા મળી કેટલા કાટખુણા બરાબર છે.



પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે म બિંદુ આગળથી પાંચ જુદી જુદી લીટી દોરો. અને પાંચે ખુણા માપી સરવાળો કરો, અને કહો કે બધા ખુણા મળી કેટલા કાટખુણા બરાબર છે ?



પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે છેદન બિંદુ આગળ ૮ ખુણા એકેક જોડે લાગેલા છે તો એ આઠે ખુણાનો સરવાળો કેટલા કાટખુણા બરાબર હોવો જોઇએ તે માપ્યા વિના કહો.

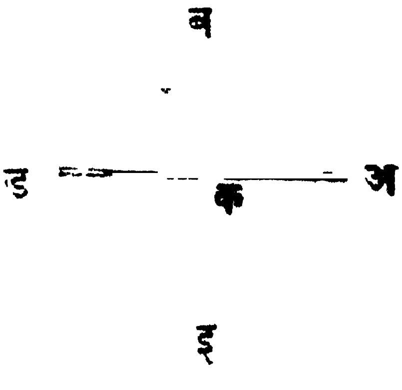
સાત, નવ, દશ ખુણાઓ એકેક જોડે લાગેલા છે અને તેઓનાં શિરોબિંદુઓ એકજ બિંદુમાં છે તો તે બિંદુ આગળના બધા ખુણા મળી કેટલા કાટખુણા બરાબર છે તે કહો.

એકજ બિંદુ આગળ સાત ખુણા પાસે પાસે છે. પાંચ ખુણાનો સરવાળો ૩ કાટખુણા બરાબર છે તો બાકીના બેનો સરવાળો કેટલો ?

એકજ બિંદુ આગળ છ ખુણા પાસે પાસે છે. ચારનો સરવાળો ૨$\frac{૧}{૪}$ કાટખુણા બરાબર છે તો બાકીનાનો સરવાળો કેટલા કાટખુણા બરાબર છે?

એકજ બિંદુ આગળ પાંચ ખુણા પાસે પાસે છે. ત્રણ ખુણા અનુક્રમે ૫૭°, ૧૧૨°, ૪૩° છે તો બાકીના બેનો સરવાળો કેટલો ?

अकब ખુણો કાટખૂણો કરો. अक ને ड સુધી, અને बक ને इ સુધી લંબાવો. बकड ખૂણો કેવડો હોવો જોઇએ ?



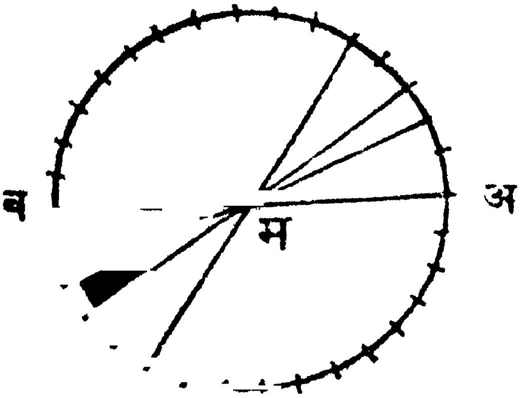
अकइ ખુણો કેવડો હોવો જોઇએ ?

डकइ ખુણો કેવડો હોવો જોઇએ ?

પાછલા પ્રયોગોનો આધાર લઈ સિદ્ધ કરી બતાવો કે એ દરેક ખુણો એક કાટખુણા બરાબર છે,

अकब લીટી લો. તેના ઉપર कड લીટી દોરો. बकड ખુણો સળ વાળી દુભાગો. अकड ખુણો સળ વાળી દુભાગો. આ બે સળની વચ્ચેનો ખુણો કેવડો છે તે માપ્યા વિના અનુમાનથી સિદ્ધ કરી કહો.

§ ૭. અરસપરસ છેદતી બે લીટીઓની વચ્ચે થતા ખુણા.



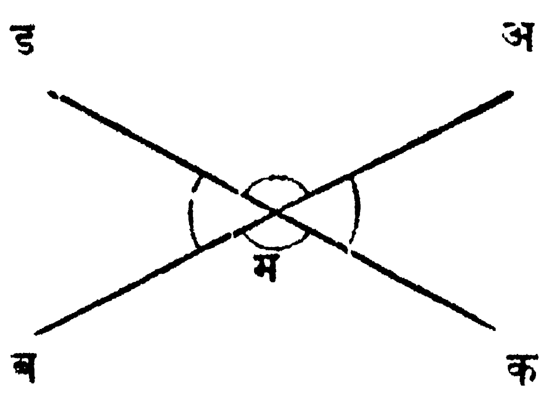
પાસેની આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે એક વર્તુળ દોરો. તેના પરિધ ઉપર બતાવ્યા પ્રમાણે સરખા કાપાઓ પાડો. ($\frac{1}{4}$ પરિધ ઉપર ૮ સરખા કાપા પાડયા છે.)

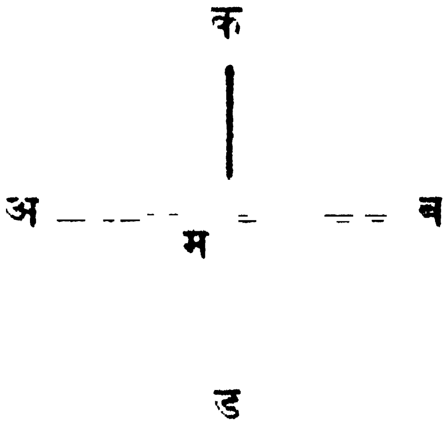
બે પાતળી પટીઓ લો. અને તેને એકની ઉપર બીજી મુકી વચ્ચે એક ટાંકણી મારી म મધ્યબિંદુ આગળ ગોઠવો. પહેલાં બન્ને પટીઓને સાથે રાખી આડી अब લીટીમાં રાખો. પછી નીચેની પટી સ્થિર રાખી ઉપરની બીજી પટીને ડાબા હાથ તરફ ફેરવો. ઉપલી પટીનો ઉપલો છેડો $\frac{1}{8}$ કાટખુણામાંથી ફરે ત્યારે નીચેનો છેડો કેવડા ખુણામાંથી ફરશે ? $\frac{1}{8}$ કાટખુણામાંથી. ઉપલો છેડો $\frac{3}{8}$ કાટખુણામાંથી ફરે, ત્યારે નીચેનો કેવડા ખુણામાંથી ફરશે ? ઉપલો $\frac{5}{8}$ કાટખુણામાંથી ફરે ત્યારે નીચેનો કેવડા ખુણામાંથી ફરશે ? ઉપલો ૧ કાટખુણાથી ફરે ત્યારે નીચેનો કેવડા ખુણામાંથી ફરે ? ૧ કાટખુણામાંથી. વગેરે.

પટીઓમાં બીજી કોઈ જગ્યાએ ટાંકણી મારી તેઓને म માં સજ્જડ કરી ઉપલો પ્રયોગ કરો. પટીઓ લાંબી ટુંકી કરી ટાંકણી ગમે ત્યાં મારી म માં સજ્જડ કરી ઉપલો પ્રયોગ કરો.

ઉપલી પટી સ્થિર રાખી નીચલી પટીને ઉપર અને નીચે ફેરવી બન્ને પટીઓ વચ્ચે કેવડો ખુણો દરેક વખતે થાય છે તે ઉપલા પ્રયોગમાં જુઓ. આ પ્રયોગો પરથી તમે શું અનુમાન કરો છો? પટીઓ લાંબી ટુંકી કરીએ તો જેવડા ખુણામાંથી તે ફરે છે તે ખુણો તેની લંબાઈ (પટીઓની) ઉપર આધાર રાખે છે? નહિ.

ઉપલા પ્રયોગો ઉપરથી કહો કે **अब** અને **कड** લીટીઓમાંથી (**म**મા





ટાંકણી મારી) **मक**, વર્તુળના ૧/૩ ભાગમાંથી ફરે તો **मड** કેટલા ભાગમાથી ફરે? **कड** લીટીનું **क** બિંદુ ૨/૩ કાટખુણામાંથી ફરે તો **ड** બિંદુ કેટલા કાટખુણામાંથી ફરે? **अब**ના **अ** છેડો વર્તુળના ૧/૪ ભાગ એટલે ૧ કાટખુણામાંથી ફરે તો **ब** છેડો કેવડા ખુણામાંથી ફરશે? વગેરે.

એક લીટી પોતાના એક બિંદુની આસપાસ ઉપર અથવા નીચે ફરે તો તેના બન્ને છેડાઓ જે ખુણાઓમાંથી ફરે છે તે ખુણાઓનો કેવો સંબંધ છે? એ વિષે શું અનુમાન કરો છો?

"એક લીટી પોતાની અંદરના કોઈ પણ બિંદુની આસપાસ ફરે તો તે બિંદુથી તેની લંબાઈ ઘટે અથવા વધે તો પણ તે લીટીના છેડા સરખાજ ખુણામાંથી ફરે છે."

अब લીટી क બિંદુની આસપાસ अ क ફરે છે. कब ભાગ ૪૨°ના ખુણામાંથી ફરે તો कअ ભાગ કયા ખુણામાંથી ફરે છે? कब ભાગ નીચે ૧૧૨°ના ખુણામાંથી ફરે તો कअ ભાગ કયા ખુણામાંથી કયી તરફ ફરે છે?

अब લીટીને कड લીટી म માં છેદે છે मक ભાગ मની આસપાસ ફરી मब સાથે ૫૫°નો ખુણો કરે તો मड ભાગ मअ સાથે કયો ખુણો કરે છે? જો क છેડો बથી લઈ ૩૭°, ૧૦૧°, ૬૦°, ૯૮°, ૪૯°ના ખુણામાંથી ફરે તો ड છેડો अથી લઈ કેટલા મોટા ખુણામાંથી ફરશે? अमक ખુણો કેવડો છે? बमड ખુણો કેવડો છે? બન્નેનો શો સંબંધ છે? बमक ખુણો ૪૧°નો હોય તો अमड, अमक, बमड ખુણા કેવડા? अमक ૧૭૦°નો છે તો बमड, अमड, बमक ખુણા કેવડા?

∠अमक, ૫૧°, ૨૬°, ૬૮°, ૭૧°, ૧૧૩°, ૧૪૭° નો લઈ બાકીના ખુણા કેવડા છે તે કહો; માપી ખાત્રી કરો.

ઉપલા પ્રયોગો અને પ્રશ્ન ઉપરથી એ ચાર ખુણામાંથી બેબેનો શો સંબંધ છે તેની કાંઈ સમજ પડે છે?

अब, कड બે લીટી मમાં છેદે તેમ દોરો. बमक ખુણો કાપી લો અને अ म ड ઉપર ગોઠવો. તેજ પ્રમાણે अ म क ખુણો કાપી ब म ड ઉપર ગોઠવો. આ ઉપરથી તમે શું અનુમાન કરો છો? બે લીટીઓ અરસપરસ છેદે તો તેના છેદનબિંદુ આગળ થતા સામસામેના ખુણાઓ વિષે શું અનુમ.ન કરો છો?

"બે લીટીઓ અરસપરસ છેદે તો તેના છેદનબિંદુ આગળના સામસામેના ખુણાઓ બરાબર છે."

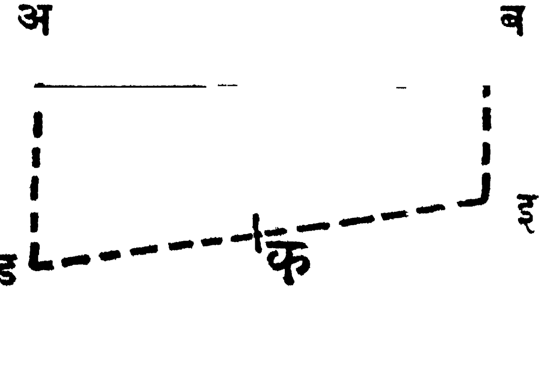
अ ब, क ड બે લીટી मમાં છેદે છે, તો म આગળના ખુણાઓમાંથી ∠अ म ड, ∠क म ब બરાબર છે એમ માપ્યા વિના સિદ્ધ કરો.

§૮. સમાન્તર સીધી લીટીઓ.

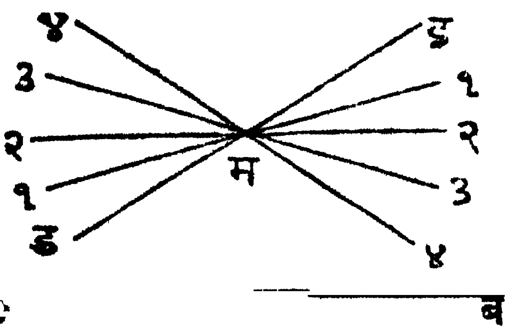
બબ્બે લીટીની થોડીક એવી જોડ પાટીઆ ઉપર દોરો કે કોઇ બે લંબાવતાં ડાબા હાથ તરફ મળે, કોઈ બે લંબાવતાં જમણા હાથ તરફ મળે, અને કોઈ બે બન્ને બાજુ લંબાવતાં સમૂળકીજ મળે નહિ. તેના એકજ બાજુ તરફના છેડાની વચ્ચેનાં અંતરો જુઓ. આ અંતરો કેટલાં કેટલાં છે? લીટી લંબાવતાં એ અંતરો વધારે થાય છે કે ઓછાં થાય છે? કે છે તેટલાંજ રહે છે? કોઇ લીટીઓની વચ્ચેનું અંતર વધે છે, કોઇની વચ્ચેનું અંતર ઘટે છે, અને કોઇ કોઇની વચ્ચે **તેનું તેજ** અંતર રહે છે. જે લીટીઓની વચ્ચેનું અંતર વધે છે તેઓને લંબાવીએ તો તે મળે ખરી કે? નહિ. તેને (બીજી બાજુ તરફ) લંબાવીએ તો તે મળે ખરી કે? હા. જે લીટીઓનું અંતર ઘટે છે તેને લબાવીએ તો છેડાઓ મળે છે? મળે છે. બીજી બાજુએ લંબાવીએ તો તે મળે છે કે નહિ? જે લીટીઓ સમૂળકીજ મળતી નથી તેને ડાબી બાજુએ લંબાવીએ તો તેના છેડા મળે છે? નહિ. જમણી બાજુએ લબાવીએ તો તેઓ મળે છે? નહિ. ત્યારે આ (૩) ની લીટીઓ પહેલી એ જાતની લીટીઓ કરતાં જુદી જાતની છે. (૨) ની લીટીઓ જમણા હાથ તરફ મળે છે. ત્યારે આ (૩) ની લીટીઓ **બન્ને બાજુ મળતી નથી.** આવી લીટીઓને આપણે **સમાન્તર લીટીઓ** કહીએ છીએ. સમાન્તર (સમ+અંતર=બરાબર+અંતર). આ લીટીઓ કયે કયે ઠેકાણે **સરખે અંતરે** રહે છે? બધે ઠેકાણે.

તમારી સામેના ટેબલની સામસામેની કોરો બતાવો. એ કોરો કેવી છે? પાટીઆની કોરો બતાવો. એ કેવી છે? વગેરે.

પાટીઆ ઉપર એક **अब** આડી લીટી દોરો. **डइ** એક બીજી લીટી લઇ તેમાં **क** માં ટાંકણી મારી **अब** ની નીચે પાટીઆ ઉપર મૂકો. **डइ** ગમે તે સ્થિતિમાં મૂકી છે. બન્ને લીટી-



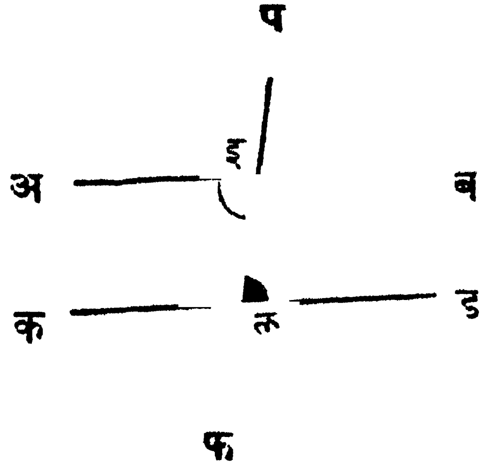
એનાં अड અને बइ અંતર માપો. આ અંતરો બરાબર છે? નહિ. કયું મોટું છે? अड. ड છેડો अની વધારે પાસે લાવો. ड છેડાને कની પાસે લાવીએ ત્યારે इ છેડો बની પાસે આવે છે કે દૂર જાય છે? દૂર જાય છે. આ સ્થિતિમાં अड, बइ માપો. આ અંતરો સરખાં છે? નહિ. કયું મોટું છે? अड. डને હજુ પણ अની પાસે લો. इ, बની પાસે આવ્યું કે દૂર ગયું? દૂર ગયું. अड, बइ અંતરો માપો. આ અંતરો બરાબર છે? હા. डને अની પાસે લઇ ગયા ત્યારે इ, बની પાસે આવ્યું કે દૂર ગયું. ड ને अ ની પાસે લઇ જતાં જતાં કોઈ પણ વખતે डअ, इब અંતર સરખાં થશે ખરાં? હા. આવી સ્થિતિમાં डइ, अबની વચ્ચે अड જેવડી એક પટી કાપી ડાબા હાથ તરફથી જમણા હાથ તરફ સરખી રાખી લઈ જાવ. આ પટીના છેડાઓ अब, डइની વચ્ચે હંમેશાં બરાબર રહે છે? હા. આવી સ્થિતિમાં બે લીટીઓની વચ્ચેનું અંતર હંમેશાં એકજ રહે છે ત્યારે એ લીટીઓ **સમાન્તર** કહેવાય છે.



પાટીઆ ઉપર अब જેવી એક આડી લીટી દોરો. म બિંદુ આગળ ટાંકણી મારી डइ જેવી એક લીટી મુકો. म બિંદુની આસપાસ જે डइ લીટી ફરે તેની જુદી જુદી સ્થિતિ ૧, ૨, ૩, ૪ થી બતાવી છે. डइ ને ड તરફ લંબાવીએ તો अब લીટીને તે મળશે ખરી? હા. કયા હાથ તરફ તે મળે છે? ડાબા હાથ તરફ. डइ લીટીને ૧-૧ ની સ્થિતિમાં લો. હવે તેને ड તરફ લંબાવો તો अबને ડાબા હાથ તરફ તે મળશે? હા. डइ ને હજુ પણ ૩-૩ ની સ્થિતિમાં ફેરવો. હવે તેને ड તરફ લંબાવો તો अब ને તે મળશે ખરી? નહિ. ત્યારે શું થશે? હવે તે જમણા હાથ તરફ अब ને મળશે. डइ ને ૪-૪ ની સ્થિતિમાં મુકો. હવે डइ ને કયા છેડા તરફ લંબાવતાં તે अबને મળશે? જમણા છેડા તરફ.

આ પ્રયોગમાં **डइ** લીટી કોઇ કોઈ વખતે **ड** તરફ લંબાવતાં **अब** ને ડાબા હાથ તરફ મળે છે, અને કોઈ કોઈ વખતે **इ** તરફ લંબાવતાં **अब** ને જમણા હાથ તરફ મળે છે. ત્યારે આ બે જાતની સ્થિતિમાં કોઇ એવી સ્થિતિ છે ખરી કે કોઇ પણ છેડા તરફ લંબાવતાં **डइ** લીટી **अब** ને મળેજ નહિ? હા. એવી કયી સ્થિતિ તે છે? **डइ** (૨—૨). આવી સ્થિતિમાં **अब**, **डइ** **સમાન્તર** છે એમ કહેવાય છે.

(क) ખુણાનાં નામ.



अब, **कड** બે લીટીઓ દોરો. **पफ** લીટી આ બે લીટીને અનુક્રમે **इ**, **ल**માં છેદે તેમ દોરો. આ આડી લીટીથી કેટલા ખુણા થાય છે? **इ** આગળ ચાર, અને **ल** આગળ ચાર.

अ इ ल અને **इ ल ड** ખુણા **વ્યુત્ક્રમ** (ઉલટી બાજુના) ખુણા છે તેમજ ∠ **ब इ ल** ને ∠ **इ ल क** ખુણા વ્યુત્ક્રમ ખુણા છે; ∠ **अ इ प**, ∠ **प इ ब**, ∠ **क ल फ** અને ∠ **ड ल फ** એ ચાર ખુણા **બહારના ખુણા** કહેવાય છે; કારણ કે આપેલી લીટીઓની બહાર એ ખુણા આવેલા છે.

∠**प इ ब** અને ∠**इ ल ड** **મળતા આવતા ખુણા** કહેવાય છે.
તેમજ ∠**अ इ प** અને ∠**इ ल क** પણ ,, ,,
તેમજ ∠**फ ल क** અને ∠**ल इ अ** પણ ,, ,,
તથા ∠**फ ल ड** અને ∠**ल इ ब** પણ ,, ,,

∠**अ इ ल**, ∠**ब इ ल** ∠ **क ल इ**, ∠ **ड ल इ**, ખુણા **અંદરના ખુણા** કહેવાય છે, કારણ કે તે આપેલી લીટીની અંદરની બાજુએ છે. ∠ **अ इ ल**, અને ∠ **इ ल क**, **प फ** ની એકજ બાજુએ છે તેથી તેઓ આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના અંદરના ખુણા કહેવાય છે.

તેમજ ∠ બ ઇ લ અને ∠ ઇ લ ડ પણ પ ફ ની એકજ બાજુએ છે તેથી તેઓ એકજ બાજુ તરફના અંદરના ખુણા છે.

નોટ—જુદી જુદી આકૃતિ કાઢી ઉપરના ખુણાઓની પુરેપુરી સમજણ આપવી

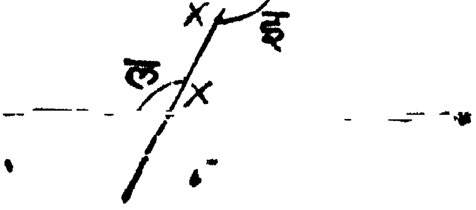
એકસરસાઇઝ બુકમાં જુદી જુદી સમાન્તર લીટીઓની ચાર પાંચ જોડ લો. દરેક જોડને છેદનારી કોઇ પણ આડી લીટી દોરો. આ આડી લીટી અને સમાન્તર લીટીની વચ્ચે થતા દરેક જોડના ગમે તે કોઈ બે વ્યુત્ક્રમ ખુણા માપી જુઓ. દરેક જોડના બાકીના વ્યુત્ક્રમ ખુણા માપી જુઓ; અને પરિણામ સરખાવી જુઓ. દરેકમાં વ્યુત્ક્રમ ખુણાનો અરસપરસ કાંઈ સબંધ છે ? આ ઉપરથી શું અનુમાન કાઢો છે ?

બે સમાન્તર લીટીઓની એક જોડ લઇ તેને છેદનારી એક આડી લીટી દોરો. એક વ્યુત્ક્રમ ખુણો કાપી કાઢો. તેને બીજા વ્યુત્ક્રમ ખુણા ઉપર (કાપેલાનો વ્યુત્ક્રમ) મુકો. આ ખુણાઓ બરાબર એક બીજા ઉપર મળી રહે છે ? આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો ?

સમાન્તર નહિ હોય એવી લીટીઓ દોરો. તેનાથી થતા વ્યુત્ક્રમ ખુણાઓ માપી જુઓ. આ ખુણાઓ બરાબર છે ? નહિ. આ પ્રયોગો ઉપરથી સમાન્તર લીટીઓના વ્યુત્ક્રમ ખુણા અને અસમાન્તર લીટીઓના વ્યુત્ક્રમ ખુણાઓમાં કાંઇ તફાવત છે કે નહિ ? હોય તો શું ફેર છે તે કહો.

"સમાન્તર લીટીઓને છેદનારી આડી લીટીથી થતા વ્યુત્ક્રમ ખુણાઓ બરાબર છે."

વળી એકસરસાઇઝ બુકમાં બે સમાન્તર લીટીઓ દોરો. છેદનારી એક આડી લીટી દોરો. સમાન્તર લીટીઓ અને આડી લીટીની વચ્ચેનો જમણા હાથ તરફનો ભાગ કાપી લો. તેને ઉંચકીને તીરની દિશામાં ફેરવીને ડાબા હાથ તરફના ભાગ ઉપર ખુણા ઉપર ખુણા



આવે તેમ મૂકો. આ પ્રમાણે કરતાં વ્યુત્ક્રમ ખુણાઓ બરાબર મળી જાય છે? શું અનુમાન કરો છો?

સમાન્તર અને અસમાન્તર લીટીઓની બે જોડ જુદી જુદી દોરો. દરેકને છેદનારી આડી લીટી દોરો. સમાન્તર લીટીની જોડમાં બહારનો કોઈ પણ ખુણો માપો અથવા કાપી લો; અને તેજ જોડનો અંદરનો તેને મળતો આવનો ખુણો માપો અથવા કાપી લો. અસમાન્તરની જોડમાં પણ એમજ કરો સરખાવતાં માલમ પડે છે કે સમાન્તર લીટીની જોડમાં બહારનો ખુણો અંદરના મળતા આવતા ખુણાની બરાબર છે? અસમાન્તરોમાં એ ખુણા બરાબર છે કે નહિ? આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

બે સમાન્તર લીટીઓ દોરો. અને આડી લીટીથી થતા અંદરના એકજ બાજુ તરફના બે ખુણાઓ માપો. બન્નેનો સરવાળો કરો. એ સરવાળો કેટલા કાટખુણા બરાબર છે?

બીજી બાજુ ઉપરના બે અંદરના ખુણાઓનો પણ સરવાળો કરો. એ સરવાળો કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? બે કાટખુણા.

બે સમાન્ત ર લીટી લો. તેને છેદતી આડી લીટી દોરો સમાન્તરો અને આડી લીટીની વચ્ચેના અંદરના ચારે ખુણા બરાબર કાપી લો. ડાબા હાથ ઉપરના બે ખુણાઓને એક લીટીની સાથે બરાબર મૂકો શું અનુમાન કરો છો? આ ખુણાઓ મળી બે કાટખુણા બરાબર છે? બીજી જોડમાં પણ એમજ કરો. આ ખુણાઓ મળી કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? બે કાટખુણા.

લંબાવતાં ડાબી બાજુએ મળે એવી બે લીટી દોરો. તેને છેદતી એક આડી લીટી દોરો. જમણી બાજુ પરના અંદરના ખુણાઓ માપો આ ખુણાઓ મળી બે કાટખુણા બરાબર છે? નહિ. ત્યારે બે કાટખુણા કરતાં તે મોટા કે નાના છે? મોટા. ડાબા હાથ તરફના અંદરના બે ખુણાઓનો સરવાળો કરો. એ સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે? નહિ. ત્યારે તે મોટો કે નાનો છે? નાનો.

લંબાવતાં જમણા હાથ તરફનું અંતર ઓછું અને ઓછું થતું જાય એવી બે લીટીઓ લો. તેને છેદતી એક આડી લીટી દોરો. ઉપલા પ્રયોગ પ્રમાણે તેના અંદરના ડાબા હાથ ઉપરના અને જમણા હાથ પરના ખુણાઓ માપો. ડાબા હાથ પરની જોડનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે? નહિ. તે મોટો છે કે નાનો? મોટો. જમણા હાથ પરની જોડનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે? નહિ. તે મોટો છે કે નાનો? નાનો.

ત્યારે સમાન્તર લીટીઓ ઉપરના ઉપલા પ્રયોગો પરથી શું શું અનુમાન કરો છો? એવી લીટીઓના કયા કયા ગુણ છે?

બે સમાન્તર લીટીઓને એક આડી લીટી છેદે તો

(૧) વ્યુત્ક્રમ ખુણાઓ બરાબર છે;

(૨) બહારનો ખુણો માંહેના મળતા આવતા (સામેના આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના) ખુણાની બરાબર છે.

(૩) આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના માંહેના બે ખુણાઓનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે.

સમાન્તર લીટીઓના ઉપલા ગુણો અસમાન્તર લીટીઓને પણ લાગુ પડે છે કે નહિ? નહિ.

નોટ—નીચેની અને હવે પછીની બીજી વ્યાખ્યા, જે આપી છે, તે વિદ્યાર્થીને ફક્ત અત્રે સમજાવવાનીજ છે; પાછળથી તે મ્હોડે કરાવવી.

વ્યાખ્યા—કોઈ પણ લીટીઓ, "એકજ સફાઇમાં" એવી રીતે આવી હોય કે તેને ગમે તે બાજુ તરફ લંબાવતાં તેઓ એક બીજીને મળે નહિ તો તે સમાન્તર લીટીઓ કહેવાય છે.

ઉપલી વ્યાખ્યામાં "એકજ સફાઇમાં" એવા શબ્દો શા કારણથી વાપર્યા હશે? એક પેન્સીલ પૂર્વ પશ્ચિમ દિશામાં ટેબલની ઉપર મુકો. બીજી પેન્સીલ તેને અસમાન્તર હોય તેમ ઉત્તર દક્ષિણ દિશામાં પહેલી પેન્સીલથી સહેજ ઉંચે રાખો. આ પેન્સીલ-લીટી લંબાવતાં કદી પણ મળશે નહિ.

ત્યારે આ પેન્સીલો સમાન્તર છે ? નહિ. આ કારણથી ઉપલી વ્યાખ્યામાં "એકજ સફાઇમાં" શબ્દો મુકયા છે.

બે સમાન્તરોને એક આડી લીટી છેદે છે. જો

એક વ્યુત્ક્રમ ખુણો ૫૧°નો હોય, તો બીજો વ્યુત્ક્રમ ખુણો કેવડો ?

„ ૧૧૩° „ „ „ „

એક બહારનો ખુણો ૪૯° „ તો બીજો મળતો આવતો ખુણો કેવડો?

„ ૭૩° „ „ „ „

„ ૧૦૪°, „ „ „ „

અંદરના એકજ બાજુ ઉપરના બે ખુણાઓમાંનો એક ખુણો ૬૩°, હોય તો બીજો કેવડો ?

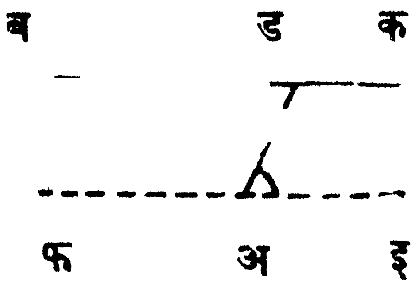
„ ૯૦°, „ „

„ ૧૩૭°, „ „

(ख) એક આપેલા બિંદુમાંથી એક આપેલી લીટીને સમાન્તર લીટી દોરવા વિષે.

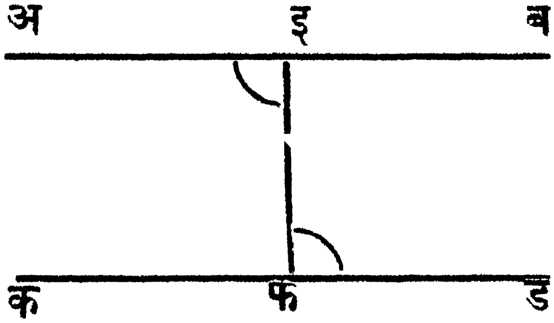
બે સમાન્તરોને એક આડી લીટી છેદે તો કયા ખુણા સરખા થાય છે ? વ્યુત્ક્રમ ખુણા. એ ખુણા આડી લીટીની કયી બાજુએ હોય છે ? વિરૂદ્ધ બાજુએ. ત્યારે એક લીટીને સમાન્તર લીટી દોરવી હોય તો કાંઈ નિયમ નીકળે ખરો કે ? अ બિંદુમાંથી ब क ની સમાન્તર એક લીટી દોરવાની છે તો શું કરીશું ?

अ માંથી बक ના કાંઈ પણ બિંદુ ड સુધી એક લીટી દોરો. अडब ખુણો માપો. અથવા તેની પાતળા કાગળ ઉપર નકલ કરો. આ ખુણો વ્યુત્ક્રમ ખુણો ગણીએ તો બીજો વ્યુત્ક્રમ કયાં આવવો



જોઇએ ? अ આગળ. કયી બાજુએ ? જમણી બાજુએ. अ આગળ ∠बडअની વિરૂદ્ધ બાજુ ઉપર डअइ ખુણેા ∠बडअની બરાબર કંપાસથી અથવા કેાણ માપકથી કરેા. અથવા ટાંકણી મારી છિદ્ર પાડી કરેા. ત્યારે કયી લીટી बकની સમાન્તર છે ? फअइ.

વળી अમાંથી बकની સમાન્તર લીટી દેારવાની છે. એ સમાન્તરેાને છેદતી આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના અંદરના ખુણાઓનેા શેા સંબધ છે ? એ ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે. अમાંથી डસુધી એક આડી લીટી દેારેા. ∠अडब અંદરનેા ખુણેા છે ? હા. ત્યારે બીજો અંદરનેા ખુણેા કેવડેા હેાવેા જોઇએ ? ∠अडबનેા ન્યૂનતાપૂરક. ત્યારે अडब ખુણેા માપેા. તેનેા ન્યૂનતાપૂરક ખુણેા કેવડેા ? આ ખુણા બરાબર अ આગળ अड સાથે डअफ ખુણેા કંપાસથી અથવા પ્રેાટ્રેકટરથી બનાવેા. ત્યારે अफ અને अडब લીટી કેવી છે ? સમાન્તર.



अब લીટી લેા. તેની બહાર (નીચે કે ઉપર) फ એક બિંદુ લેા. अबમાં એક इ બિંદુ લેા. इफ સાંધેા.

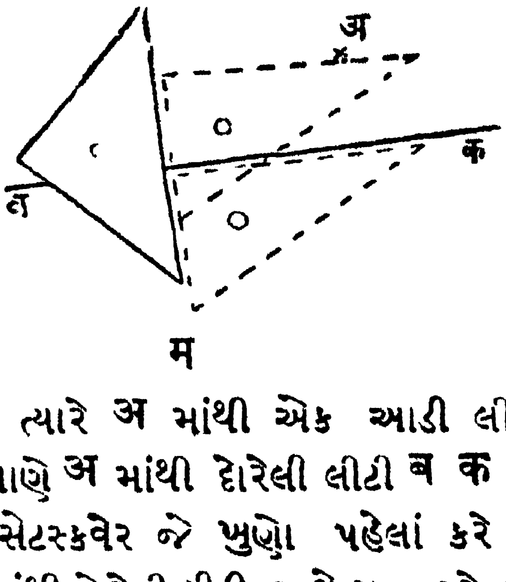
એક આકૃતિ કાઢી ∠अइफની બરાબર ∠इफड કરેા. આ ખુણાએા કેવા છે ? વ્યુત્ક્રમ. એ બરાબર છે ? હા, કયી જાતની લીટીએામાં વ્યુત્ક્રમ ખુણાએા બરાબર હેાય છે ? સમાન્તર. ત્યારે अब, कड કેવી લીટીએા હેાવી જોઇએ ? સમાન્તર.

બીજી આકૃતિ કાઢી ∠बइफનેા ન્યૂનતાપૂરક ∠इफड કરેા. ∠बइफ અને ∠इफडનેા શું સંબંધ ? તે બન્નેનેા સરવાળેા બે કાટખુણા બરાબર છે ? એ બે ખુણાએા આડી લીટીની એકજ બાજુ ઉપર અંદરના ખુણાએા છે ? કયી જાતની લીટીએામાં આવા અંદરના બે ખુણાએા

એ કાટખુણા બરાબર છે? સમાન્તર. ત્યારે अब, कड કેવી લીટીઓ હોવી જોઇએ? સમાન્તર.

ત્રીજી આકૃતિ કાઢી फइ ને ल સુધી લંબાવો. ∠ ल इ ब બરાબર ∠ इ फ ड કરો. આ ખુણાઓ કેવા છે? મળતા આવતા ખુણા. એ બરાબર છે? મળતા આવતા ખુણાઓ ક્યારે બરાબર હોવા જોઇએ? अ ब, क ड સમાન્તર હોય ત્યારે.

સમાન્તર લીટી દોરવાની રીત.



अ માંથી ब क ની સમાન્તર એક લીટી દોરવાની છે. ब क લીટી સાથે સેટસ્કવેરની કાટખુણો કરતી એક કોર બરાબર મુકો. એ સેટસ્કવેરની બીજી કોર સાથે બીજો સેટસ્કવેર (યા પટી) બરાબર મુકો. પહેલા સેટસ્કવેરને બીજાની કોર સાથે अ બિંદુ તરફ ખસેડો. अ બિંદુ બરાબર સેટસ્કવેરની કાટખુણો પડતી કોરની નીચે આવે ત્યારે अ માંથી એક આડી લીટી પેન્સીલ કોર સાથેજ રાખી દોરો. આ પ્રમાણે अ માંથી દોરેલી લીટી ब क ની સમાન્તર છે. કારણ કે ब क સાથે સેટસ્કવેર જે ખુણો પહેલાં કરે છે તેજ ખુણો બીજી વખતે સેટસ્કવેર अ માંથી દોરેલી લીટી સાથે પણ કરે છે. અને આ ખુણાઓ મળતા આવતા છે.

अ ब એક લીટી દોરો. अ ब ની સમાન્તર क ड દોરો. क ड ની સમાન્તર इ फ દોરો. अ ब, क ड કેવી લીટી છે? क ड, इ फ કેવી લીટી છે? સમાન્તર. अ ब, क ड નું અંતર વધે ઘટે ખરૂં? નહિ. क ड, इ फ નું અંતર વધે ઘટે ખરૂ? નહિ. જ્યારે એ અંતરો એકજ રહે છે

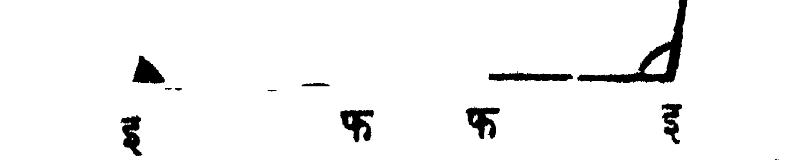
ત્યારે अ ब, इ फ નું અંતર કેવું હશે? એકજ. ત્યારે अ ब, इ फ નો કેવો સંબંધ હોવો જોઇએ? સમાન્તર. ત્યારે **જે લીટીઓ એકજ લીટીને સમાન્તર છે તે અરસપરસ કેવી હોવી જોઇએ? સમાન્તર.**

એકજ લીટીને ઘણી સમાન્તર લીટી દોરવા વિષે.

अ ब એક લીટી લો. તેની બહાર ઉપર કે નીચે क, ड, इ, फ, ल બિંદુ લો. अ ब સાથે સેટસ્કવેરની બાજુની કોર બરાબર મુકો. અને બીજી બાજુની કોર સાથે ફુટપટી મુકો. (અથવા બીજો સેટસ્કવેર મુકો). આ ફુટપટી સાથે પહેલા સેટસ્કવેરને જોઈએ તે પ્રમાણે ઉપર અથવા નીચે क, ड, इ, फ, ल બિંદુઓ પહેલી કોરની બરાબર નીચે આવે તેમ ખસેડો અને તે વખતે કોરની નીચેથી કોરની સાથે પેન્સીલ રાખી क, ड, इ, फ, લમાંથી લીટીઓ દો. આ લીટીઓ આપેલી अब લીટીને સમાન્તર છે.

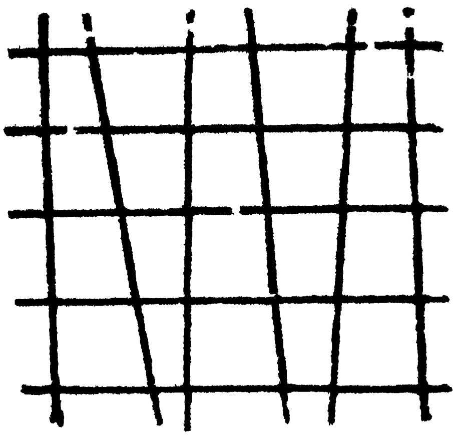
ચાર બિંદુઓ ગમે ત્યાં લઈ ઉપલીજ રીતે अ ब ની સમાન્તર લીટીઓ દોરો.

बअक ખુણો લો. इ આગળથી अब સમાન્તર इड દોરો; અને अकસમાન્તર इफદોરો. ∠अ અને ∠इ માપી જુઓ. આ બે ખુણાઓનો કાંઈ સંબંધ છે?



(૧) માં ∠अની ઉપર ∠इ મુકો. આ ખુણાઓ સરખા છે? હા. (૨)માં ∠अ, ∠इ ખુણા કાપી લઈ એક લીટીની સાથે ઉપર યા નીચે બન્ને પાસે પાસે મુકો. આ બે ખુણાની બહારની શાખા લીટીઓ લીટીની સાથે બરાબર મળી જાય છેઃ હા, ત્યારે એ બે ખુણાનો શો સંબંધ છે? એ બે ખુણા મળી બે કાટખુણા છે? અથવા બન્ને અરસપરસ ન્યૂતાપૂરક છે? હા.

(ग) આડી લીટી ઉપર સમાન્તર લીટીઓથી થતા અંતર્ભાગો.

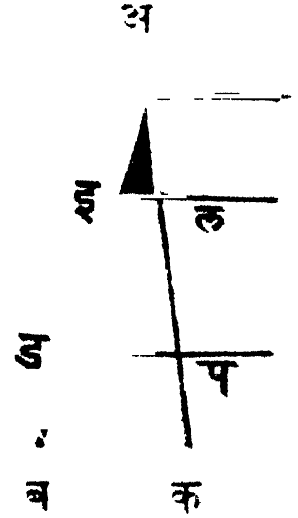


अब ઉભી લીટી લો. તેની ઉપર ગમે તે પાંચ બિંદુઓ સરખે એકજ અંતરે લો. એ બિંદુઓમાંથી દોરેલી પાંચ ગમે તે સમાન્તર લીટીઓને છેદે તેમ ઉભી લીટીઓ દોરો. પહેલી લીટી ઉપર સમાન્તરો ની વચ્ચે થતા ચાર અંતર્ભાગો માપો. એ સરખા છે ? બીજી લીટી ઉપરના અંતર્ભાગો માપો. એ સરખા છે ? હા. ત્રીજીના માપો. એ સરખા છે ? હા. ચોથીના માપો એ સરખા છે ? હા. પાંચમીના માપો. એ અંતર્ભાગો સરખા છે ? હા. વગેરે.

ત્યારે આ પ્રયોગ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો ?

"ત્રણ અથવા વધારે સમાન્તરોની વચ્ચે થતા કોઈ પણ એક લીટીના અંતર્ભાગો સરખા હોય તો તેજ સમાન્તરોને છેદતી બીજી કોઈપણ લીટીના અંતર્ભાગો પણ બરાબર છે."

अब, अक બે લીટી કોઇ પણ ખુણો કરે એમ દોરો. अब ઉપર इ બિંદુ લો. अब ઉપર ड બિંદુ એવું લો કે इ ड અંતર अइ ના કરતા બમણું હોય. अ, इ, डમાંથી ત્રણ સમાન્તરો દોરો. સમાન્તરો अ क ને ल, प માં છેદે છે. अल, लप નો શો સંબંધ છે ? ल प અંતર અર્ધુ કરો. તે અર્ધા ભાગને अल ઉપર મુકો.

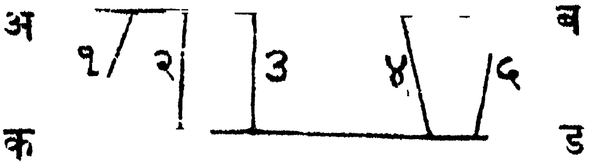


ઉપલા પ્રયોગમાં इ ड અંતર अ इ થી ત્રણ ગણું, ચાર ગણું, પાંચ ગણું, છ ગણું, લો. પછી इ, ड માંથી સમાન્તરો દોરો. આ સમાન્તરો अ क ને ल, पમાં છેદે છે, ત્યારે अ ल, ल प માપો. अ ल

ल प સરખાવેા. ल प, अ क થી કેટલાગણું છે? આ ઉપરથી શું અનુમાન કરેા છેા?

(ઘ) સમાન્તર લીટીએા વચ્ચેનું અંતર.

अ ब, क ड એ સમાન્તરેા દોરેા. તેની ઉપર ત્રણ ચાર અંતરેા બતાવ્યા પ્રમાણે દોરેા. સમાન્તર



લીટીની વચ્ચેનાં આ અંતર માપેા. આ અંતરેા બધાં સરખાં છે? નહિ. આ અંતરેા સમાન્તરેા સાથે જે ખુણા કરે તે માપેા. આ ખુણાએા સરખા છે? ૧ નીચેની સમાન્તર સાથે જે ખુણેા કરે તેવડાજ ખુણેા ૨ પણ કરે છે? નહિ. ૩, ૪, વગેરે પણ તેવડાજ ખુણા કરે છે? નહિ. ૩ જે ખુણેા કરે તે બરાબર ધ્યાનમાં રાખેા. જમણા હાથ પર જઇએ તેમ તેમ ૨, ૩, ૪, ૧ ના કરતાં क ड સાથે મેાટા ખુણા કરે છે કે નાના? મેાટા. કયુ અંતર क ड સાથે કાટખુણેા કરે છે? ૩. એજ અંતર अ ब ની સાથે કયેા ખુણેા કરે છે? કાટખુણેા. ૩ અંતર બધાં અંતરેા માં નાનામાં નાનું છે? હા. એના કરતાં નાનું અંતર કેાઇ પણ બાજુ ઉપર દોરી શકાય ખરૂં કે? નહિ. તેથી બે સમાન્તરેાની વચ્ચે જે લંબ અંતર છે તે સૈાથી નાનું છે અને તેથી બે સમાન્તરેાનું અંતર તેઓની વચ્ચે કાટખુણે લેવાય છે. ત્યારે બે સમાન્તર લીટીએાની વચ્ચેનું અંતર કયા નિયમે કાઢવું જોઇએ? **જે અંતર બે સમાન્તરેાને લંબ હેાય તેજ અંતર લેવું.** તમારી લીટીવાળી નેાટબુકમાં જે લીટીએા સમાન્તર છે તેની વચ્ચેનાં અંતરેા ઇંચ અને મી. મી. માં માપેા; અને સરખાવેા. બે સમાન્તરને લંબ હેાય તેમ એક લીટી દોરેા. આ લીટી બીજી સમાન્તરને મળે તેમ લંબાવેા. આડી લીટી અને બીજી સમાન્તર વચ્ચેનેા ખુણેા માપેા. એ ખુણેા કેવેા છે?

ત્રણ, ચાર, પાંચ, સમાન્તરેા દોરેા. એકને લંબ હેાય તેવી એક લીટી દોરેા. આ લીટી બીજી સમાન્તરેાને છેદે તેમ લંબાવેા. આ આડી

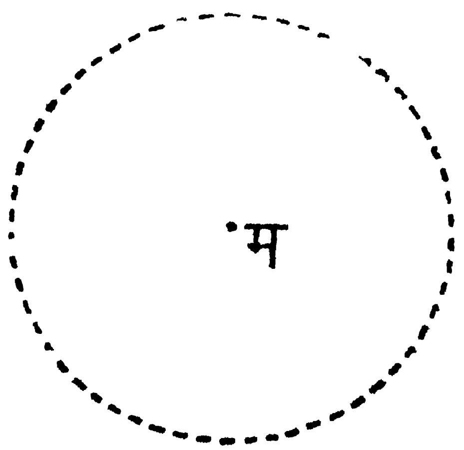
લીટી અને બાકીની સમાન્તરોની વચ્ચેના બધા ખુણા માપો અને સરખાવો આ ખુણાઓ કેવા છે ? આ પ્રયોગો પરથી શું અનુમાન કરો છો ?

" બે અથવા વધારે સમાન્તર લીટીમાંથી એકને જો કોઇ પણ લીટી લંબ હોય તો તે બીજી સમાન્તરોને પણ લંબ હોય છે "

§ ૯. ત્રિકોણ.

(क) વર્તુળ.

પાટીઆ ઉપર વાપરવાના કંપાસના છેડામાં ચાક મૂકી કંપાસના બન્ને છેડાને એક ફૂટ દૂર લો. પાટીઆ ઉપર **म** બિંદુ લઇ તેના ઉપર કંપાસનું લોખંડનુ અગ્રબિંદુ મૂકી કંપાસને બીજે છેડેના ચાકથી એક બિંદુ પાટીઆ ઉપર મૂકો. આ બિંદુ **म**થી કેટલું દૂર છે ? એક ફુટ. ચાકના છેડાનેજ સહેજ ખસેડી બીજું બિંદુ લો. આ બિંદુ **म**થી કેટલુ દૂર છે ? એક ફૂટ. આ પ્રમાણે ચાકના છેડાનેજ સહેજ સહેજ ખસેડી એક એક બિંદુ મૂકી એ દરેક બિંદુ **म**થી કેટલું દૂર છે એ વિદ્યાર્થી પાસે કઢાવવું. આ બધાં બિંદુ **म**થી કેટલે કેટલે અંતરે છે ? એક ફૂટ. બધાં સરખેજ અંતરે છે ? હા. પછી **म** ઉપર લોખંડનું બિંદુ રાખી એક ફૂટનું જે અંતર બન્ને છેડાની વચ્ચે લીધું છે તેજ કાયમ રાખી ચાકના બીજા છેડાથી વર્તુળનો આખો પરિઘ દોરો. પરિઘ ઉપર એકાદ બિંદુ લો. આ બિંદુ **म** થી કેટલું દૂર છે ? એક ફુટ. (બીજું લઇ) આ બિંદુ **म** થી કેટલું દૂર છે ? એક ફૂટ. આ (પરિઘ) લીટી ઉપરનાં કયાં કયાં બિંદુ **म** થી એક ફૂટ અંતરે છે ? આ લીટી



ઉપરનાં કેટલાં બિંદુ म થી એક ફુટ અંતરે છે? બધાં. વર્તુળના મધ્ય અને પરિધનાં બિંદુઓ વચ્ચેના અંતર વિષે આ ઉપરથી કાંઈ નિયમ નીકળે

"પરિધ ઉપરનાં બિંદુઓ મધ્યબિંદુથી બધાંજ સરખે આવેલાં હોય છે." મધ્ય બિંદુથી ૧। ફુટ અંતરે એક બિંદુ લો. આ મધ્ય બિંદુથી કેટલું દુર છે? એક ફુટથી વધારે કે ઓછે અંતરે છે વર્તુળની બહાર છે કે અંદર? મધ્ય બિંદુથી ૧૧ ઇંચ અંતરે એક લો. ઉપર પ્રમાણે પ્રશ્ન કરી પૂછો કે મધ્ય બિંદુથી એક ફુટ આવેલું બિંદુ પરિધની બહાર અથવા અંદર હોઈ શકે ખરું? નહિ

ડ્રોઇંગનાં સાહિત્યોમાંથી કોઈ એક ગોળવસ્તુ લો. તેના પરિધ બરાબર એક પાતળી દોરી વિંટાળો. બરાબર એક વખત વિંટાઈ રહે જેટલી દોરી વિંટળાઈ હોય તેટલી કાપી લો. આ કટકો ફૂટપટ્ટીથી એજ ગોળ વસ્તુનો વ્યાસ માપો. પહેલા કટકાની લંબાઈ આ લંબાઇ સરખાવો. પરિધની લંબાઈ વ્યાસની લંબાઇથી કેટલા ગણી છે?

ટેબલ ઉપર એક પૈસો અથવા રૂપીઓ મુકો. અને તેની આસ દોરો વિંટાળી ઉપલો પ્રયોગ કરો. પરિધ અને વ્યાસની લંબાઇ પ્રમાણમાં છે?

સાત ઇંચ વ્યાસનો એક વર્તુળ દોરો. તેના પરિધના એક બિ શરૂ કરી આસપાસ દોરો વિંટાળો. એક ફેરો બરાબર પુરો થઈ રહે દોરો કાપી લો. આ દોરો પરિધની લંબાઇ બરાબર છે? પરિધ વ્યાસની લંબાઇનું પ્રમાણ શું છે?

૨.૮" ૯.૧ સે. મી., ૧.૪" વગેરેના વ્યાસ લઇ વર્તુળ દોરી ઉ પ્રયોગ કરો. પરિધ વ્યાસથી કેટલા ગણો મોટો લાગે છે? એ વિષે ઉપરથી કાંઈ નિયમ નીકળે છે? હા. કયો નિયમ? પરિધ વ્યાસથી ગણો છે. અથવા પરિધ અને વ્યાસ ૨૨: ૭ ના પ્રમાણમાં છે.

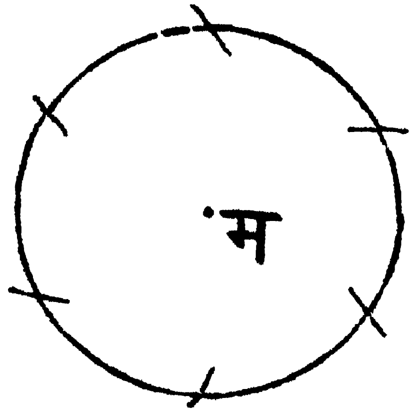
એક વર્તુળ દોરો. પરિધ ઉપર अ, ब, क, ड, इ, વગેરે બિ પાસે પાસે લો. એ બિંદુઓમાં ટાંકણીઓ મારો. अ થી શરૂ કરી ટ

અંદર રહે તેમ તેની આસપાસ દોરો વિંટાળો. એક ફેરો પુરો થાય કે દોરો કાપી લો. આ દોરો પરિધની લંબાઈ આશરે બતાવે છે એમ માલમ પડશે. એ દોરો વર્તુળની ત્રિજ્યાથી કેટલા ગણો છે ? આશરે સવા છ ગણો.

ઉપલાજ પ્રયોગમાં अ, ब, क, ड, વગેરે તદ્દન પાસે પાસે મુકો. અને એ પ્રયોગ કરો. આ વખતે દોરાની લંબાઈ પહેલી વખતના જેટલીજ છે ? ના. વધારે કે ઓછી છે ? વધારે.

એ પ્રમાણે अ, ब, क, ड, इ, વગેરે તદન પાસે પાસે આવે તેમ પ્રયોગ કરો. આ વખતે પરિધ ઉપર દોરો બરાબર આવે છે કે નહિ ? આવે છે.

આ પ્રયોગો પરથી માલમ પડે છે કે પરિધ ઉપર अ, ब, क, ड, વગેરે જેમ જેમ પાસે પાસે લઇએ તેમ તેમ अ ब અને તેની ઉપરના કૌંસની વચ્ચેનો તફાવત ઓછો થતો જાય છે, અને अ, ब, क, ड વગેરે છેક તદ્દન પાસે લઇએ તો પરિધ અને अ ब क ड...ની વચ્ચે કાંઇજ તફાવત રહેતો નથી. આ ઉપરથી ઠસાવો કે વર્તુળમાં દોરેલા બહુકોણની બાજુઓની સંખ્યા જેમ વધે, એટલે બાજુઓ દરેક બહુજ નાની થાય છે તેમ એ બહુકોણની બાજુઓ પરિધની પાસે અને પાસે આવે છે; અને આખરે તેની પરિમિતિ પરિધના જેવડીજ થઈ રહે છે



કાગળ ઉપર કોઇ પણ વર્તુળ દોરો. પરિધના કોઈ પણ બિંદુથી શરૂ કરી ત્રિજ્યાના જેવડા જેટલા ભાગ થાય તેટલા કરો. છેલ્લા અંતરનો બીજો છેડો પહેલા બિંદુ ઉપર બરાબર આવે છે ? પરિધ ઉપર કેટલા ભાગ પડયા છે ? છ. આ ભાગોની વચ્ચે વચ્ચે પરિધ ઉપર જે જે બિંદુઓ છે તેને અનુક્રમે સાંધો. આ દરેક જ્યા* માપો. દરેક કેટલી લાંબી છે ? ત્રિજ્યાના જેટલી.

*જ્યા—પરિધ ઉપરનાં કોઇ પણ બે બિંદુને જોડનારી લીટી જ્યા કહેવાય છે.

(ख) વર્તુળ અને ત્રિકોણ.

૧.૫" ત્રિજ્યાનો વર્તુળ દોરો. ૩.૨" ત્રિજ્યાનો વર્તુળ દોરો ૭.૪ સે. મી. ત્રિજ્યાનો વર્તુળ દોરો. એ પ્રમાણે ચાર પાંચ બીજા વર્તુળ દોરો.

म બિંદુ આગળથી એક તોપનો ગોળો બધી બાજુ ૩ૄ માઇલ સુધી જાય છે તો કેટલી જગ્યામાં તોપના ગોળા પડી શકે? (૧ મા. : ૧")

अ આગળ ઉભો રહી એક માણસ શિકાર કરે છે. તેની બંદુકની ગોળી ૪૦૦ વાર સુધી જઇ શકે તો કેટલા ભાગમાંથી તે માણસ જનાવરને મારી શકશે? (૪૦ વાર : ૧ સે. મી.)

બે કિલ્લાઓ ૧૦ માઇલને અંતરે છે. દરેકમાંથી તોપનો ગોળો ૭ માઇલ અંદર પડી શકે છે. જે સફાઇમાં બન્નેના ગોળા આવી પડે તેની આકૃતિ ૧ મા : ૧ સે. મી.ના પ્રમાણમાં કાઢો.

એક માળી એક ગોળ બગીચામાં (ત્રિજ્યા ૫૦') તેની કોર ઉપર ઉભો રહી ૭૦ આસપાસ પાણી છાંટી શકે છે તો જે સફાઇમાં પાણી ન જાય તેની આકૃતિ પાડો. (૧૦ ફુટ : ૧").

૨" દૂર હોય એવાં બે अ, ब બિંદુ લો. अથી ૨" દૂર આવેલાં બધાં બિંદુઓ બતાવો. (अ મધ્ય બિંદુ લઇ ૨" ત્રિજ્યાનાં વર્તુળનો પરિધ દોરો.) बથી ૨" દૂર આવેલાં બધાં બિંદુઓ બતાવો, अ અને ब બન્નેથી ૨" દુર આવેલાં કેટલાં બિંદુઓ છે? બે. ધારો કે તે क, ड છે. कअ, कब. डअ, डब સાંધો. अब, बक, कअ દરેક કેટલી લાંબી છે? अब, बड, डअ દરેક કેટલી લાંબી છે?

૩.૫" દુર આવેલાં अ, ब બિંદુ લો. अથી ૪.૧" દુર આવેલાં બધાં બિંદુ બતાવો. बથી ૨.૭" દુર આવેલાં સઘળાં બિંદુ બતાવો. अ થી ૪.૧" દુર અને बથી ૨.૭" દુર આવેલાં કેટલાં બિંદુઓ છે? બે. ધારો કે તે क, ड છે. अड, बड કેટલી કેટલી લાંબી છે? अक, बक કેટલી કેટલી લાંબી છે?

ઉપલા પ્રયોગોમાં આપણે કેવાં બિંદુઓ શોધ્યાં છે ? બે આપેલાં બિંદુથી આપેલાં અંતરે આવેલાં. ત્યારે આપેલાં અંતરે આવેલું બિંદુ શોધવાને માટે આ ઉપરથી કાંઈ નિયમ નીકળે છે ખરો ? હા. બે આપેલાં બિંદુથી આપેલાં અંતરે આવેલું બિંદુ શોધવાને માટે કયો નિયમ છે ?

આ બિંદુને આપેલાં બે બિંદુ જોડે સાંધીએ તો જે આકૃતિ થાય છે તે જુઓ. એમાં કેટલા ખુણા છે ? ત્રણ. કેટલી બાજુ છે ? ત્રણ.

૨·૭" દુર આવેલાં **अ**, **ब** બે બિંદુ લો. **अ**થી ૨·૯" દુર અને **ब**થી ૩·૩" દુર આવેલું **क** બિંદુ શોધી કાઢો. **अब**, **बक**, **कअ** સાધો. **अब** કેટલી લાંબી છે ? **बक** કેટલી લાંબી છે ? **कअ** કેટલી લાંબી છે ? **अबक** કેવી આકૃતિ થઈ ? ત્રણ ખુણા અને બાજુ વાળી.

ઉપર પ્રમાણેનો પ્રયોગ જુદી જુદી લંબાઇઓ લઈ ચાર પાંચ વખત કરો.

"**अब**, **कब**, **कअ** ત્રણ બાજુનો ત્રિકોણ બનાવવો હોય તો **अब** દોરો. **अ** મધ્યબિંદુ અને **कअ** ત્રિજ્યાનો એક વર્તુળ દોરો. **ब** મધ્યબિંદુ અને **कब** ત્રિજ્યાનો બીજો વર્તુળ દોરો. આ બે વર્તુળો જે બિંદુમાં છેદે તે બિંદુને **अ**, **क** જોડે સાંધો **अबक** માગેલો ત્રિકોણ છે."

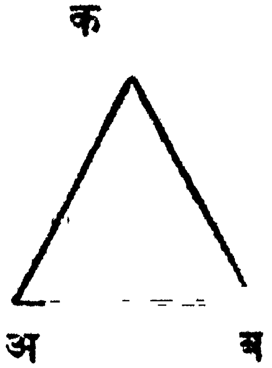
ઉપલા પ્રયોગમાં **अ ब**, **क ब**, **क अ** લંબાઇઓ આપેલી છે. એવી લંબાઇનો જે ત્રિકોણ થાય તે દોરવાને એ પ્રયોગો પરથી કાંઈ નિયમ નીકળે છે ?

ઉપલા પ્રયોગોમાં **अ ब क**, **अ ब ड** ત્રિકોણો થયા છે તે કોઈ રીતે સરખા થાય એવું કાંઈ માલમ પડે છે ?

નીચેનાં માપ પરથી ત્રિકોણો કાઢો:—

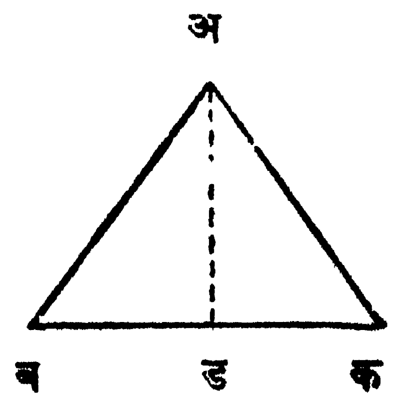
अ ब ૯·૭ સે. મી.	**ब क** ૯·૯ સે. મી.	**क अ** ૭·૭ સે. મી.
,, ૯·૭ ,,	,, ૯·૩ ,,	,, ૯·૩ ,,
,, ૫·૧ ઇંચ,	,, ૪·૨ ઇંચ,	,, ૩·૭ ઇંચ.
,, ૩·૨ ,,	,, ૪·૨ ,,	,, ૧·૭ ,,
,, ૪·૨ ,,	,, ૩·૧ ,,	,, ૬·૩ ,,
,, ૧૧૧ મી. મી.	,, ૮૨ મી. મી.	,, ૬૧ મી. મી.
,, ૭૮ ,,	,, ૫૩ ,,	,, ૬૪ ,,

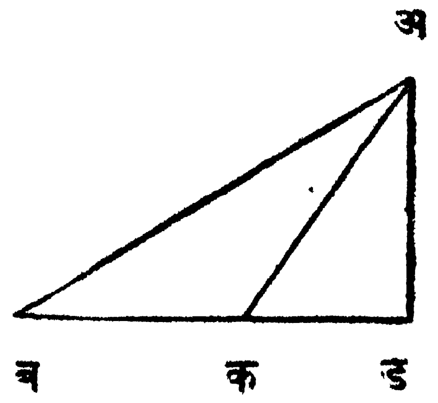
(ग) બાજુ ઉપરથી ત્રિકોણનો પ્રકાર.



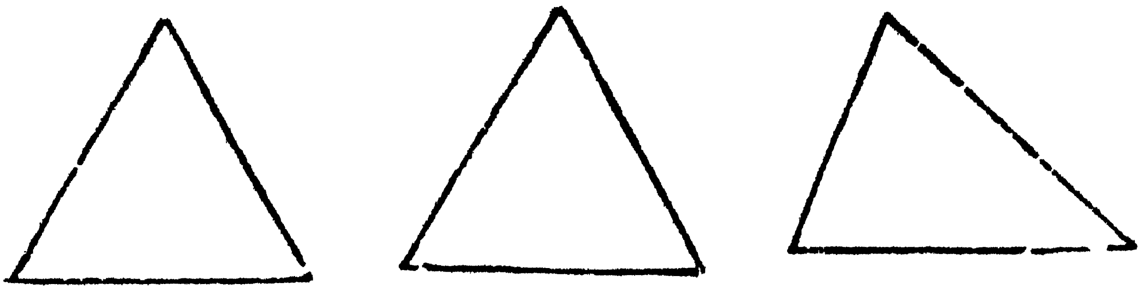
ત્રિકોણને જે બાજુ ઉપર ઉભો રહેલો આપણે ધારીએ છીએ તે બાજુ ત્રિકોણનો **પાયો** કહેવાય છે. अ ब ઉપર ત્રિકોણ ઉભો છે એમ ધારીએ તો अ ब પાયો છે; ब क ઉપર તે ઉભો છે એમ ધારીએ તો ब क પાયો છે; क अ ઉપર તે ઉભો છે એમ ધારીએ તો क अ પાયો છે.

પાયાની સામેના ખુણાને **શિરોબિંદુ આગળનો ખુણો** કહે છે. શિરોબિંદુમાંથી પાયા ઉપર દોરેલી લંબને ત્રિકોણની **ઉંચાઈ** કહે છે. નીચેના अबक ત્રિકોણોમાં अड દરેક ત્રિકોણની **ઉંચાઈ** છે.





પાટીઆ ઉપર એકાદ (૧) સમબાજુ ત્રિકોણ, (૨) એકાદ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ, (૩) એકાદ વિષમબાજુ ત્રિકોણ દોરો. (૧) બતાવી બાજુઓ સરખાવો. બાજુઓનો કાંઇ સંબંધ માલમ પડે છે? (૨) બતાવી બાજુઓ સરખાવો. કેટલી બાજુઓ સરખી છે? બે. (૩) બતાવી કેટલી બાજુઓ બરાબર છે? એક બાજુ બરાબર હોય એવો ત્રિકોણ આવી શકે ખરો? એમ બોલવામાં શું ભૂલ થાય છે તે કહો.



(૧)સમબાજુ ત્રિકોણ. (૨)સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ. (૩)વિષમબાજુ ત્રિકોણ.

વ્યાખ્યા—જે ત્રિકોણમાં ત્રણે બાજુ બરાબર હોય તેને **સમબાજુ** (સમ = બરાબર) ત્રિકોણ કહે છે.

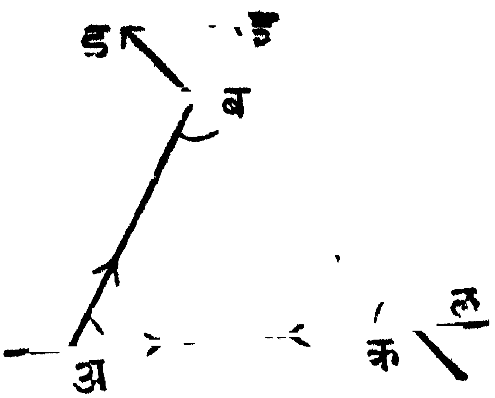
વ્યાખ્યા—જે ત્રિકોણમાં ગમે તે બે બાજુ બરાબર હોય તેને **સમદ્વિબાજુ** (સમ = બરાબર, દ્વિ = બે) ત્રિકોણ કહે છે.

વ્યાખ્યા—જે ત્રિકોણમાં કોઇ પણ બે બાજુ બરાબર નથી હોતી તેને **વિષમબાજુ** (વિષમ = બરાબર નહિ) ત્રિકોણ કહે છે.

થોડાક સમબાજુ, થોડાક સમદ્વિબાજુ, થોડાક વિષમબાજુ ત્રિકોણ વિદ્યાર્થી પાસે કંપાસથી અને ફુટપટ્ટીથી દોરાવો. પછી ફક્ત હાથથીજ દોરાવો.

(ઘ) ત્રિકોણના ત્રણે ખુણાનો સરવાળો.

ગમે તે એક ત્રિકોણ કાઢો. તેના ત્રણે ખુણા કાપી લો. એ ત્રણે ખુણાને એકેકની પાસે પાસે મૂકી એક લીટીની ઉપર મૂકો. એ ત્રણે ખુણા મળી કેટલો સરવાળો થયો ? એ સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે ? હા. ગમે તે એક ત્રિકોણ કાઢો. તેના ત્રણે ખુણાને કોણ માપકથી માપો ને તેનો સરવાળો કરો. આ સરવાળો કેટલો છે ? ૧૮૦°. આ પ્રમાણે ઘણી વખત કરો. આ પ્રયોગો ઉપરથી ત્રિકોણના ખુણાના સરવાળા વિષે કાંઇ નિયમ લાગે છે ? હા. કયો નિયમ લાગે છે ? **ત્રિકોણના ત્રણે ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે.**



૫.

अबक કોઈ પણ ત્રિકોણ લો. **अक** ઉપર એક પેન્સીલ તીરની દિશામાં મૂકો. **क** તરફ તેનો પાતળો છેડો અને **अ** આગળ જાડો છેડો રહેવા દો. પેન્સીલ કયી દિશામાં મૂકી છે? પશ્ચિમથી પૂર્વમાં. **अ** આગળ છેડાને રાખી પેન્સીલને **अब** ની |૫. દિશામાં લઇ જાવ. પેન્સીલ હવે કયાં છે? **अब** ઉપર. પાતળો છેડો કયી દિશામાં છે? **अब**ની દિશામાં. કયા ખુણામાંથી પેન્સીલને આપણે ફેરવી છે? ∠**अ**માંથી. હવે પેન્સીલને **ब** આગળ લઈ જાવ અને **बइ** દિશામાંથી **बड** દિશામાં મૂકો. પેન્સીલ હવે કયાં છે? **बड** ઉપર. કયી દિશામાં? **बड**ની. પેન્સીલને હવે કયા ખુણામાંથી ફેરવી છે? **अबक**માંથી. પહેલાં કયા ખુણામાંથી ફેરવી હતી? ∠**अ**માંથી એ વખત મળી કયા ખુણામાંથી ફેરવી છે? ∠अ+∠**ब**માંથી. હવે પેન્સીલને **क** આગળ **कब** ઉપર નીચે સેરવો. પેન્સીલ હવે કયાં છે? **कब** ઉપર. કોઈ પણ ખુણામાંથી અત્યારે ફેરવી છે? નહિ. પેન્સીલને ∠**बकअ**માંથી ફેરવો. પેન્સીલ હવે કયાં છે? **कअ** ઉપર. અત્યારે કયા ખુણામાંથી પેન્સીલને ફેરવી છે? ∠**बकअ** માંથી. પહેલાં કયા કયા ખુણામાંથી ફેરવી હતી? ∠**अ** અને ∠**ब** માંથી. એકંદર આપણે પેન્સીલને કયા કયા ખુણામાંથી ફેરવી છે? ∠**अ**+∠**ब**+∠**क** માંથી. ત્રિકોણના ત્રણે ખુણામાંથી પેન્સીલને આપણે ફેરવી છે? હા. અત્યારે પેન્સીલ કયી દિશામાં છે? પૂર્વથી પશ્ચિમ છે? પહેલાં તે કયી દિશામાં હતી? પશ્ચિમથી પૂર્વ. ત્યારે ત્રિકોણના ત્રણે ખુણામાંથી ફેરવતાં પેન્સીલની દિશા કેટલી બદલાઇ ગઈ? વર્તુળના કેટલા ભાગમાંથી તે ફરી? અર્ધા. કેટલાક કાટખુણામાંથી તે ફરી? બે કાટખુણા. ત્યારે ત્રિકોણના ત્રણે ખુણાના સરવાળા વિષે શું અનુમાન કરો છો? **ત્રિકોણના ત્રણે ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે.**

પ્રશ્નો.

૧, ત્રિકોણમાં નીચેના બે ખુણા આપ્યા હોય તો ત્રીજો ખુણો કેવડો?

(૧) ૫૪°, ૭૬°; (૨) ૪૧°, ૯૧°; (૩) ૫૩°, ૫૭°; (૪) ૬૧°. ૭૯°; (૫) ૭૨°, ૯૧°; (૬) ૧૧૫°, ૨૩°; (૭) ૪૭°, ૫૧°.

૨. નીચે પ્રમાણેનો એકેક ખુણો આપેલો છે અને બાકીના બન્ને ખુણા સરખા છે એવા ત્રિકોણના ખુણાનાં માપ શું?

૫૨°, ૪૭°, ૨૬°, ૪૨°, ૬૮°, ૭૨°, ૪૧°, અને ૧૫°

૩. પ્રશ્ન ૨માં જે સરખા ખુણા છે તે દરેક તેમાં જે ખુણો આપ્યો છે તેના જેવડો છે તો ત્રિકોણના ખુણાનાં માપ શુ ?

૪. જો ત્રિકોણમાં ત્રણે ખુણા સરખા હોય તો દરેક ખુણો કેવડો?

૫ નીચેના ખુણાવાળા ત્રિકોણો કોઈ પણ પાયા ઉપર આવી શકે ખરા?

(૧) ૯૦°, ૬૦°, ૩૦°; (૨) ૭૧°, ૯૦°, ૨૦°; (૩) ૧૩૫°, ૨૧°, ૨૩°; (૪) ૪૭°, ૩૩°, ૯૯°; (૫) ૩૧°, ૩૨°, ૧૧૫°; (૬) ૧૨°, ૬૨°, ૧૦૬°; (૭) ૨૫°, ૪૫°, ૧૧૦°; (૮) ૫૦°, ૭૦°, ૬૧°, (૯) ૧૫°, ૫૫°, ૧૧૦°.

૬. ઉપરના પ્રશ્નમાં ત્રિકોણ ન બની શકે તો તેનું શુ કારણ છે?

૭ ત્રિકોણ ન બને તેવા ખુણાની દશ જોડ બોલો.

૮. એક લીટી દોરો; તેના બન્ને છેડા ઉપર એકેક લીટી સાંકડા ખુણો કરે તેમ દોરો. આ ત્રણ લીટીઓથી ત્રિકોણ બને છે ?

૯. એક લીટી દોરો. તેના બન્ને છેડા ઉપર એકેક લીટી કાટખુણો કરે તેમ દોરો. આ ત્રણ લીટીઓથી ત્રિકોણ બને છે? કારણ કહો.

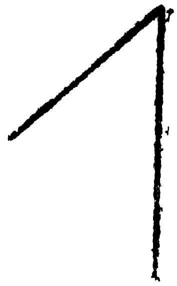
૧૦. એક લીટી દોરો. તેના બન્ને છેડા ઉપર એકેક લીટી પહોળો ખુણો કરે તેમ દોરો. આ ત્રણ લીટીઓથી ત્રિકોણ બને છે?

૧૧. કોઈપણ ત્રિકોણમાં નીચેના ખુણાની કયી કયી જોડ હોઇ શકે?

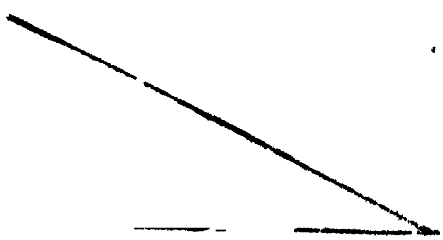
	૧ લો ખૂણો.	૨ જો ખુણો.	૩ જો ખુણો.
(૧)	કાટખુણો.	સાંકડો ખુણો.	સાંકડો ખુણો.
(૨)	કાટખુણો.	સાંકડો ખુણો.	પહોળો ખુણો.
(૩)	સાંકડો ખુણો.	સાંકડો ખુણો.	સાંકડો ખુણો.
(૪)	પહોળો ખુણો.	પહોળો ખુણો.	સાંકડો ખુણો.
(૫)	કાટખુણો.	કાટખુણો.	સાંકડો ખુણો.
(૬)	સાંકડો ખુણો.	સાંકડો ખુણો.	પહોળો ખુણો.
(૭)	પહોળો ખુણો.	પહોળો ખુણો.	પહોળો ખુણો.
(૮)	કાટખુણો.	કાટખુણો.	કાટખુણો.

(ક) ખુણા ઉપરથી ત્રિકોણનો પ્રકાર.

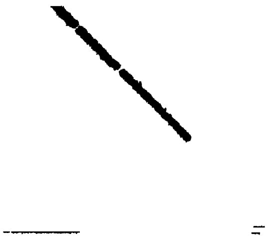
પાટીઆ ઉપર એકાદ કાટખુણ (૧), એકાદ પહોળાખુણ (૨) અને એકાદ સાંકડખુણ (૩) ત્રિકોણ દોરો. (૧) બતાવી આ ખુણો કેવો છે? કાટખુણો. એ ત્રિકોણમાં બીજો કાટખુણો આવી શકે ખરો? નહિ. ત્રિકોણમાં કેટલા કાટખુણા આવી શકે? **એકજ**. જે ત્રિકોણમાં એક ખુણો કાટખુણો હોય તેને **કાટખુણ ત્રિકોણ** કહે છે.



(૨) બતાવી આ ખુણો કેવો છે? પહોળો ખુણો. એ ત્રિકોણમાં બીજો પહોળો ખુણો આવી શકે ખરો? નહિ. ત્યારે ત્રિકોણમાં કેટલા પહોળા ખુણા આવી શકે? **એકજ.** જે ત્રિકોણમાં એક ખુણો પહોળો ખુણો હોય તેને **પહોળખુણ ત્રિકોણ** કહે છે.



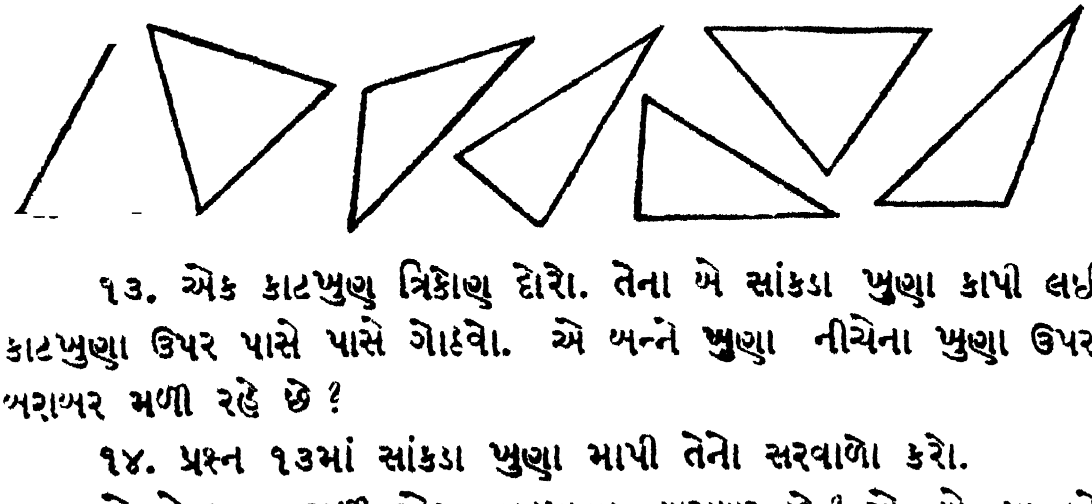
(૩) જો ત્રિકોણ બતાવો. આમાં કેટલા સાંકડા ખુણા છે?



(૧) માં કેટલા સાંકડા ખુણા છે ? બે. (૨)માં કેટલા સાંકડા ખુણા છે ? બે. ત્યારે કોઈ પણ ત્રિકોણમાં ઓછામાં ઓછા કેટલા સાંકડા ખુણા આવી શકે ? બે. ત્યારે બેજ સાંકડા ખુણા જેમાં હોય એવા ત્રિકોણને સાંકડખુણ ત્રિકોણ કહીએ તો ચાલે ખરૂં ? નહિ. કારણ......બે સાંકડા ખુણાવાળા ત્રિકોણને સાંકડખુણ ત્રિકોણ કહીએ તો (૧) અને (૨) માં શું ભુલ થાય છે ? ત્યારે કાટખુણ ત્રિકોણ અથવા પહોળખુણ ત્રિકોણ ન કહી શકાય એવા ત્રિકોણમાં કેટલા ખુણા સાંકડા હોવા જોઇએ ? ત્રણ. આ ઉપરથી સાંકડખુણ ત્રિકોણ કોને કહે છે તે કહો. જે ત્રિકોણમાં ત્રણે ખુણા સાંકડા ખુણા હોય તેને **સાંકડખુણ ત્રિકોણ** કહે છે.

પ્રશ્નો.

૧૨. નીચેની આકૃતિઓના ત્રિકોણો ખુણાના પ્રકાર પ્રમાણે કેવા છે ?



૧૩. એક કાટખુણ ત્રિકોણ દોરો. તેના બે સાંકડા ખુણા કાપી લઈ કાટખુણા ઉપર પાસે પાસે ગોઠવો. એ બન્ને ખુણા નીચેના ખુણા ઉપર બરાબર મળી રહે છે ?

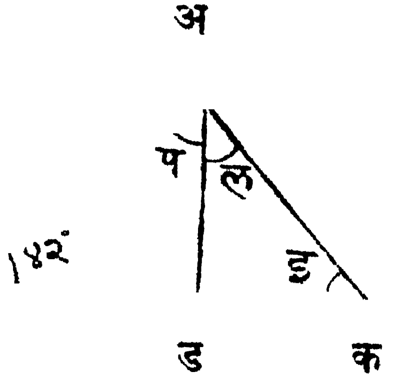
૧૪. પ્રશ્ન ૧૩માં સાંકડા ખુણા માપી તેનો સરવાળો કરો.

એ બે ખુણા મળી એક કાટખુણા બરાબર છે ? એ બે ખુણાને અરસપરસ શું કહી શકો ?

૧૫. કાટખુણ ત્રિકોણમાં એક સાંકડો ખુણો ૫૩°, ૩૭°, ૪૮°, ૭૧°, ૧૯°, ૫૯°, ૬૭° કે ૩૯° હોય તો બીજો સાંકડો ખુણો કેવડો ?

૧૬. કાટખુણુ ત્રિકાણુમાં બે સાંકડા ખુણા અરસપરસ કાટિખુણા છે કે નહિ તે કાઈ પણ પાંચ કાટખુણુ ત્રિકાણુ લઈ તપાસી જુઓ.

૧૭ अबक ત્રિકાણુમાં ∠बअक કાટખુણેા છે અને अड, बक ઉપર લંબ છે. જો ∠ब=૪૨° હોય તેા ∠प કેવડો છે? ∠ल કેવડો? ∠इ કેવડો?

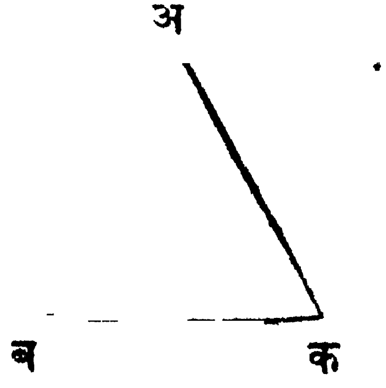


૧૮. પ્રશ્ન ૧૭માં ∠ब=૩૫, ૪૭, ૬૩, ૫૧°, ૧૯°, ૨૩° કે ૭૧° હોય તેા ∠इ, ∠ल, ∠प દરેકનું મહત્વ કાઢો.

(च). ત્રિકાણુના બાહ્ય ખુણા.

કેાઈ પણ अबक ત્રિકાણુ દોરેા. તેની बक બાજુ ड સુધી લંબાવેા. अकड ખુણેા ત્રિકાણુની બહાર છે કે અંદર? બહાર. अकड ખુણાને ત્રિકાણુનેા બાહ્ય ખુણેા કહે છે? ત્રિકાણુની ત્રણે બાજુને બન્ને દિશામા લંબાવેા. ત્રિકાણુના કેટલા બાહ્ય ખુણા છે? ૭. પણ ત્રિકાણુના દરેક શિરેાબિંદુ આગળના સામસામેના કેટલા ખુણા છે? બે. એ બે સરખા છે? હા. તેથી દરેક શિરેાબિંદુ આગળના **એકજ** બહારના ખુણાને બાહ્યખુણા તરીકે ગણવામાં આવે છે અને તેથી ત્રિકાણુની ત્રણે બાજુને **અનુક્રમે** લંબાવીએ તેા એ પ્રમાણે થતા બહારના ત્રણ ખુણા ત્રિકાણુના બાહ્યખુણા લેવાય છે.

अ ब क એક ત્રિકાણુ દોરેા. अ, ब અને क એ ત્રણે ખુણાનેા સરવાળેા શું? બે કાટખુણા. ત્યારે ∠अ+∠ब નેા ન્યૂનતાપૂરક ખુણેા કયેા? ∠क. તેમજ ∠ब+∠क નેા ન્યૂનતાપૂરક ખુણેા કયેા? ∠अ. અને ∠अ+∠क નેા ન્યૂનતાપૂરક ખુણેા કયેા? ∠ब.



એક બીજો **अ ब क** ત્રિકોણ દોરો. તેની **ब क** બાજુ **ड** સુધી લંબાવો. ∠**अ क ब** નો ન્યૂનતાપૂરક ખુણો કયો? ∠ **अ क ड**. અને ઉપલા પ્રયોગ પ્રમાણે બીજો જવાબ શું? ∠**अ**+∠**ब**. ત્યારે ∠ **अ क ड** અને (∠**अ** + ∠**ब**) નો શું સંબંધ હોવો જોઇએ? તે બરાબર હોવા જોઇએ. આ ઉપરથી ત્રિકોણના બાહ્ય ખુણા અને અંદરના ખુણાનો શું સંબંધ હોવો જોઇએ? એ વિષે કાંઈ નિયમ નીકળે છે?

"ત્રિકોણનો કોઈ પણ બાહ્ય ખુણો ત્રિકોણની માંહેના તે બાહ્યખુણાની પાસેના ખુણા સિવાયના બાકીના બે ખુણાના સરવાળા બરાબર છે."

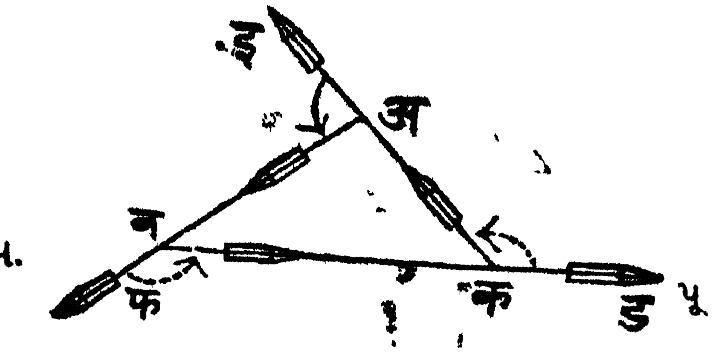
ત્રિકોણના બાહ્ય ખુણાનો સરવાળો.

કોઈપણ **अ ब क** ત્રિકોણ દોરો. તેની ત્રણે બાજુ અનુક્રમે લંબાવો. બહારના ત્રણે ખુણા કાપી કાઢો. અને તેને પાસે પાસે એકજ શિરોબિંદુ આગળ ગોઠવો. એ કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? ચાર.

अबक ત્રિકોણ દોરી તેના બાહ્ય ખુણાઓ માપો અને તેનો સરવાળો કરો. કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? ચાર. એક **अबक** ત્રિકોણ દોરો. તેની ત્રણે બાજુ અનુક્રમે લંબાવો. **ब** આગળના અંદરના અને બહારના ખુણાનો સરવાળો શું? બે કાટખુણા. **क** આગળના અંદરના અને બહારના ખુણાનો સરવાળો શું? બે કાટખુણા. **अ** આગળના એજ બન્ને ખુણાના સરવાળો શું? બે કાટખુણા. ત્યારે **अ**, **ब**, **क** આગળના ત્રણે અંદરના અને ત્રણે બહારના ખુણાનો સરવાળો શું? છ કાટખુણા. અને ત્રિકોણના ત્રણે અંદરના ખુણાનો સરવાળો શું? બે કાટખુણા. ત્યારે ત્રિકોણના ત્રણે બાહ્ય ખુણાનો સરવાળો શું? ચાર કાટખુણા.

આ ઉપરથી ત્રિકોણના બાહ્યખુણાના સરવાળા વિશે શું અનુમાન કરો છો? **એ સરવાળો કાટખુણા બરાબર છે.**

પછી નીચે પ્રમાણેનો પ્રયોગ કરાવી એ નિયમ બરાબર ઠસાવો.



अबक એક ત્રિકોણ લો. **बक** ઉપર એક પેન્સીલ મૂકો અને તેનો જાડો છેડો **क** આગળ લાવો. પેન્સીલનો તીણો છેડો કયી દિશામાં છે? પૂર્વમાં. એ લક્ષમાં રાખો. પેન્સીલને **क** આગળના બહારના ખુણામાંથી ફેરવી **कअ** ઉપર લાવો. પેન્સીલ કયા ખુણામાંથી ફરી? ∠**अकड**માંથી. પેન્સીલને **अ** આગળ ખસેડી **अ** આગળના બહારના ખુણામાંથી તેને **अब** ઉપર આવે તેમ ફેરવો. હવે પેન્સીલ કયા ખુણામાંથી ફરી? ∠**इअब** માંથી. પેન્સીલને **ब** આગળ ખસેડી **ब** આગળના બાહ્યખુણામાંથી ફરવો. હવે પેન્સીલ કયા ખુણામાંથી ફરી? ∠**फबक**માંથી. ત્યારે પેન્સીલ એકંદર કયા કયા ખુણા-માંથી ફરી? ત્રિકોણના ત્રણે બાહ્યખુણામાંથી. પેન્સીલનો તીણો છેડો કયી દિશામાં છે? પૂર્વમાં. પહેલાં કયી દિશામાં તે હતો? પૂર્વમાં. ત્યારે પેન્સીલ ફરીને પાછી તેજ દિશામાં આવી. પેન્સીલને ઘડી ઘડીએ ફેરવી ત્યારે તે પૂર્વમાંજ હંમેશાં હતી? નહિ. તેની દિશા બદલાતી હતી. ત્યારે એ પ્રમાણે ફરતાં આ પ્રયોગમાં તે કેટલા આંટા ફરી? એક આખો આંટો. અને એક આખો આંટો ફરે ત્યારે વર્તુળનો કેટલામો ભાગ તે ફરી હશે? આખો વર્તુળ. ત્યારે કેટલા કાટખુણામાંથી તે ફરી? ચાર કાટખુણામાંથી. ત્યારે ત્રિકોણના ત્રણે બાહ્યખુણાનો સરવાળો શું? **ચાર કાટખુણા.**

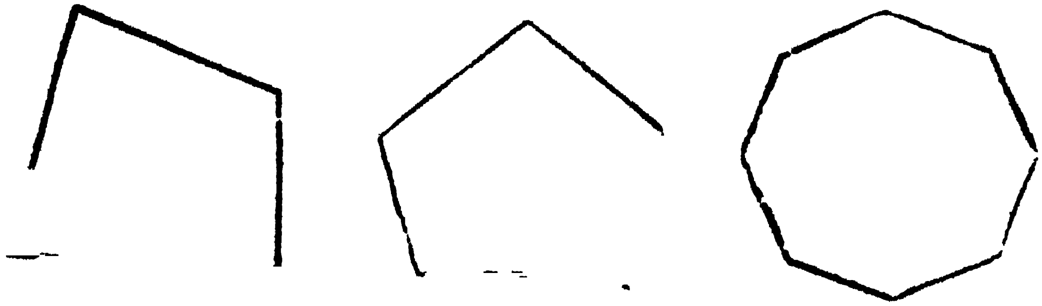
(છ.) બહુકોણ આકૃતિના બાહ્યખુણાનું મહત્ત્વ.

વ્યાખ્યા—ચાર સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને **ચતુષ્કોણ** કહે છે.

વ્યાખ્યા—ચાર કરતાં વધારે સીધી લીટીઓથી નિયમિત થએલી આકૃતિને **બહુકોણ કહેછે.**

વ્યાખ્યા—પાંચ સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને **પંચકોણ** કહે છે.

વ્યાખ્યા—૭ સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને **ષટ્કોણ** કહે છે.



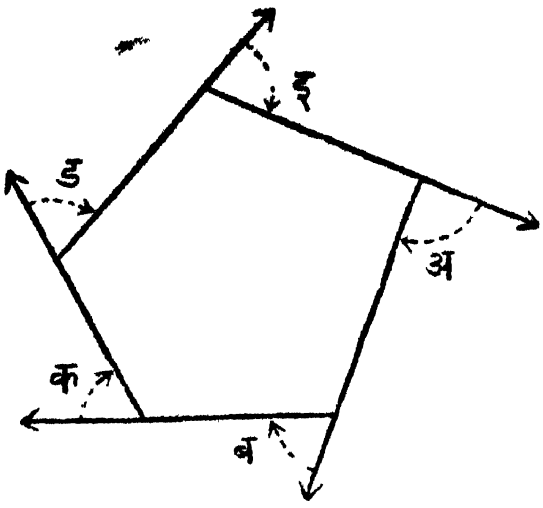
ચતુષ્કોણ. પંચકોણ અષ્ટકોણ.

વ્યા૦—સાત, આઠ, નવ, દશ અને બાર સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને અનુક્રમે **સપ્તકોણ, અષ્ટકોણ, નવકોણ, દશકોણ,** અને **દ્વાદશકોણ,** કહે છે.

કોઈ પણ ચતુષ્કોણ દોરો. તેની બાજુઓ અનુક્રમે લંબાવો. અને બહારના ખુણાઓ કોણ માપકથી માપો સરવાળો કરો. એ કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? ચાર. ચતુષ્કોણના બહારના ખુણાઓ કાપી લઇ એકેકની પાસે પાસે ગોઠવો. એ બરાબર મળી રહે છે? હા. ત્યારે એ કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? ચાર.

કોઇ પણ પંચકોણ, ષટ્કોણ, સપ્તકોણ, વગેરે લો. તેની બાજુઓ અનુક્રમે લઈ ઉપલો પ્રયોગ કરો. દરેક આકૃતિમાં બહારના ખુણાનો સરવાળો કેટલા કાટખુણા બરાબર થાય છે તે જુઓ. આ ઉપરથી બહુકોણના બાહ્ય ખુણાઓના સરવાળા વિષે શું નિયમ છે? **એ સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે,**

પછી પાસેની આકૃતિ લઈ એ નિયમ ઠસાવવાને પાના ૯૦ ઉપર બતાવ્યા પ્રમાણે પ્રયોગ કરો. અને પ્રશ્નોતર કરી બતાવો કે કોઈ પણ *સીધી લીટી આકૃતિના બાહ્યખુણાનો સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે.



(ज) બહુકોણના અંદરના ખુણાનું મહત્ત્વ.

૧લી રીત. કોઈપણ સીધી લીટી આકૃતિ લો. તેનાં શિરોબિંદુઓને સામેના એક શિરોબિંદુ જોડે સાંધો. આમ કરવાથી ચતુષ્કોણના ત્રિકોણ થાય છે. અને દરેક ત્રિકોણના અંદરના ખુણા કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? બે. તેથી ચતુષ્કોણમાં બધા ખુણાનો સરવાળો કેટલા ત્રિકોણના ખુણાના સરવાળા બરાબર છે? બે. એટલે કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? ૨×૨=૪ કાટખુણા. એજ પ્રમાણે બરાબર ઠસાવો કે

પંચકોણ	= ૩ ત્રિકોણ,	ખુણાનો સરવાળો	= ૨×૩ = ૬ કાટખુણા.
ષટ્કોણ	= ૪ ત્રિકોણ;	,,	= ૨×૪ = ૮ કાટખુણા.
અષ્ટકોણ	= ૬ ત્રિકોણ;	,,	= ૨×૬ = ૧૨ કાટખુણા.
નવકોણ	= ૭ ત્રિકોણ;	,,	= ૨×૭ = ૧૪ કાટખુણા

૨ જી રીત. ઉપર પ્રમાણેની સીધી લીટી આકૃતિ દોરો. દરેકના અંદરના ખુણાઓ પ્રોટ્રેક્ટરથી માપો અને સરવાળો કરો. ઉપર બતાવ્યા પ્રમાણે પરિણામ આવે છે?

*સીધી લીટીઓથી નિયમિત થએલી આકૃતિ તે સીધી લીટી આકૃતિ.

૩ જી રીત. કોઈપણ **अबकड** ચતુષ્કોણ દોરો. તેની બાજુઓ અનુક્રમે લંબાવો. **अ** આગળના બન્ને ખુણાનો સરવાળો શું ? બે કાટખુણા. **ब** આગળના બન્ને ખુણાનો સરવાળો શું ? બે કાટખુણા. વગેરે. ત્યારે ચતુષ્કોણની ચાર બાજુઓ છે, એટલે ચાર શિરોબિંદુઓ છે, તેથી ચતુષ્કોણના અંદરના અને બહારના ખુણાઓનો સરવાળો શું ? આઠ કાટખુણા છે ત્યારે આ ખુણાઓનો બાજુની સંખ્યા સાથે કાંઈ સબંધ છે ? **જેટલી બાજુ છે તેથી બમણા કાટખુણા.** ફક્ત બહારના ખુણાનો સરવાળો શું ? ચાર કાટખુણા ઉપલા સરવાળામાંથી એ બાદ કરો તો ચતુષ્કોણના અંદરના ખુણાનો સરવાળો કેટલા કાટખુણા બરાબર છે ? ચાર.

પંચકોણ, ષટ્કોણ, વગેરે આકૃતિ લઈ ઉપલો પ્રયોગ કરો. પંચકોણના અંદરના ખુણાઓ કેટલા કાટખુણા બરાબર છે ? જેટલી બાજુ છે તેથી બમણા કાટખુણામાંથી ચાર કાટખુણા જતાં જે બાદબાકી રહે તેની બરાબર. ૫×૨=૧૦; ૧૦−૪=૬ કાટખુણા. ષટ્કોણના અંદરના ખુણાઓનો શું સરવાળો ? ૬×૨=૧૨; ૧૨−૪=૮ ,, સપ્તકોણના અંદરના ખુણાઓનો શું સરવાળો ? ૭×૨=૧૪; ૧૪−૪=૧૦,, એક સીધી લીટી આકૃતિની દશ, બાર પંદર કે વીશ બાજુઓ છે તો તેના અંદરના ખુણાઓ કેટલા કેટલા કાટખુણા બરાબર છે ?

આ પ્રયોગો ઉપરથી કોઈ પણ સીધી લીટી આકૃતિના અંદરના બધા ખુણાના સરવાળા વિષે કાંઈ નિયમ તમને લાગે છે ? સીધી લીટી આકૃતિની જેટલી બાજુ છે તેથી બમણા કાટખુણામાંથી ચાર કાટખુણા ઓછા કરી જે બાદબાકી આવે તેટલા કાટખુણા બરાબર બધા અંદરના ખુણા છે.

૪ થી રીત—ત્રિકોણ, પંચકોણ આકૃતિના સંબંધી ૯૦મે પાને બતાવ્યા પ્રમાણે પેન્સીલ ફેરવીને જે પ્રયોગ કર્યો છે તે પ્રયોગ ચતુષ્કોણ, ષટ્કોણ, વગેરેની બાજુઓ ઉપર પેન્સીલ મુકી કરો. અને તે પેન્સીલ દરેક આકૃતિના પ્રયોગમાં કેટલી કેટલી વખત આખાં ચક્કર ફરે છે તે જુઓ. આ ઉપરથી સીધીલીટી આકૃતિના અંદરના ખુણા સંબંધી ઉપલો નિયમ ઠસાવો.

૫ મી રીત—કોઈ પણ સીધી લીટી આકૃતિ લો. તેની અંદર કોઈ પણ **મ** બિંદુ લો. આકૃતિનાં શિરોબિંદુઓને **મ** સાથે સાંધો. આકૃતિના કેટલા ત્રિકોણ થાય? જેટલી બાજુ છે તેટલા. ત્રિકોણના ત્રણે ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે એ નિયમ ઉપરથી આકૃતિના ત્રિકોણના ખુણાનો સરવાળો શું? જેટલી આકૃતિની બાજુ છે તેથી બમણા કાટખુણા બરાબર. **મ** આગળના બધા ખુણાનો સરવાળો શું? ચાર કાટખુણા. તેથી ત્રિકોણના બધા ખુણામાંથી એ ચાર કાટખુણા જતા રહેતાં જે ખુણા રહ્યા તે કોના ખુણા રહેશે? આપેલી આકૃતિના અંદરના ખુણા ત્યારે આકૃતિની બાજુની સંખ્યા "અ" હોય તો તેના બધા અંદરના ખુણાનો સરવાળો ૨×અ–૪ કાટખુણા છે એ નિયમ સિદ્ધ કરો.

પ્રશ્નો.

૧૯ કોઈ પણ ચતુષ્કોણમાં નીચે પ્રમાણેના ત્રણ ખુણા છે તો ચોથો ખુણો કેવડો છે તે કહોઃ—

૧૨°, ૧૧૫°, ૭૩; ૯૭°, ૮૧°, ૫૭°; ૬૨°, ૯૦°, ૧૨૭°; ૧૨૫°, ૮૪°, ૬૩°; ૯૭°, ૫૪°, ૬૨°; ૮૧°. ૮૮°, ૮૮°.

૨૦. એક ચતુષ્કોણમાં બે ખુણા ૧૧૦° અને ૬૬° છે અને બાકીના બે સરખા છે તો તે ખુણા કેવડા છે તે કહો.

૨૧. પ્રશ્ન ૨૦ માં બે ખુણા ૫૩° અને ૫૯°, ૯૩° અને ૭૭°, ૪૯° અને ૧૨૧°, ૮૯° અને ૧૩૩°ના છે તો બાકીના ખૂણા કેવડા છે?

૨૨. એક ચતુષ્કોણમાં પહેલો ખુણો બીજાથી બમણો, બીજો ત્રીજાથી બમણો અને ત્રીજો ચોથાથી બમણો છે તો દરેક ખુણો કેવડો છે?

૨૩. એક ચતુષ્કોણમાં બધા ખુણા સરખા છે તો દરેક ખુણો કેવડો છે?

૨૪. એક ચતુષ્કોણમાં પહેલો ખુણો બીજાથી ત્રીજે ભાગે છે, બીજો ત્રીજાની બરાબર અને પહેલો ચોથાથી બમણો છે તો દરેક ખુણો કેવડો?

૨૫. એક ચતુષ્કોણમાં બે ખુણા કાટખુણા અને બાકીના બેમાંથી એક બીજાથી બમણો છે તો આ ખુણા કેવડા છે ?

૨૬. એક *નિયમિત કે સમ ચતુષ્કોણમાં દરેક ખુણો કેવડો છે ?

૨૭. નિયમિત પંચકોણ, ષટ્કોણ, અષ્ટકોણ, દશકોણ અને દ્વાદશકોણનો દરેક ખુણો કેવડો છે તે કહો.

૨૮. નિયમિત ચતુષ્કોણ, પંચકોણ, ષટ્કોણ, સપ્તકોણ, અષ્ટકોણ અને દશકોણનો દરેક બહારનો ખુણો કેવડો છે તે કહો.

૨૯. એક ચતુષ્કોણમાં બે પાસેના ખુણા મળી ૨૦૦°ના છે તો બાકીના ખુણાને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખુણો કેવડો છે ?

૩૦. એક ચતુષ્કોણમાં બે પાસેના ખુણા મળી ૧૭૦° ના છે તો તેની પાસેના બહારના ખુણાઓને દુભાગનારી લીટીઓ વચ્ચેનો ખુણો કેવડો છે ?

૩૧. એક પંચકોણમાં ત્રણ ખુણા દરેક ૮૦° ના છે અને બાકીના બે સરખા છે તો તે દરેક ખુણો કેવડો છે ?

૩૨. એક પંચકોણમાં ચાર ખુણા સરખા છે, અને પાંચમો ખુણો એ દરેકથી અર્ધો છે તો દરેક ખુણો કેવડો છે ?

૩૩. એક પંચકોણમાં ત્રણ ખુણા સરખા છે, અને બાકીના બેમાંથી એ પૈકી એકથી અર્ધો, અને પાંચમો ખુણો ચોથા કરતાં ત્રણગણો છે તો દરેક ખુણો કેવડો હશે ?

૩૪. એક ષટ્કોણમાં ત્રણ ખુણા સરખા છે અને બાકીનો દરેક પહેલા ત્રણ પૈકી એકથી અર્ધો છે તો દરેક ખુણો કેવડો ?

૩૫. એક (નિયમિત) સમ બહુકોણમાં દરેક ખુણો (૧) ૧૦૮°; (૨) ૧૭૦°; (૩) ૧૪૦°; (૪) ૧૫૦° છે તો તેની કેટલી બાજુઓ છે ?

૩૬. ઓછામાં ઓછી બાજુવાળો સમકોણમાં દરેક ખુણો કેવડો ?

---

* જે આકૃતિની બધી બાજુ સરખી અને બધા ખુણા સરખા હોય તે.

૩૭. એક સમકોણુમાં બહારનો દરેક ખુણો (૧) ૩૦°; (૨) ૪૦°; (૩) ૧૫°; (૪) ૯૦°; (૫) ૨૪°; અને (૬) ૧૦°; છે તો તેની કેટલી કેટલી બાજુ છે તે કહો.

૩૮. જેમાં ૧૧°, ૧૩°, ૧૫°, અને ૩૩°નો દરેક બહારનો ખુણો હોય એવો નિયમિત બહુકોણ બની શકે કે નહિ? કારણ આપો.

(ક્ષ) *સાર્વસમાન અથવા એકરૂપ ત્રિકોણો.

નોટ—ત્રિકોણોની *સર્વસમાનતાના નીચેના પ્રયોગો (દરેક) નવ દશ વખત કરાવી તેના નિયમો બરાબર ઠસાવવા.

(૧) કોઈપણ **अबक** ખુણો લો તેવડોજ બીજો **डइफ** ખુણો કરો. **ब अ** મરજી પડે તેવડી કાપો અને **इड**, **बअ** ના જેવડીજ કાપો. **बक** મરજી પડે તેવડી કાપો અને **इफ**, **बक** ના જેવડીજ કાપો. **अक** અને **डफ** સાંધો. **अबक** ત્રિકોણને ઉચકીને **डइफ** ત્રિકોણ ઉપર મુકો, એવી રીતે કે **अब**, **डइ**ના ઉપર બરાબર પડે. ત્રિકોણો એક બીજા ઉપર મળી જાય છે? આવા ત્રિકોણોની સર્વસમાનતા વિષેનો શું નિયમ આ પ્રયોગ ઉપરથી નીકળે છે?

"જો એક ત્રિકોણની બે બાજુ અનુક્રમે બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની બરાબર હોય અને એ બાજુઓની વચ્ચેના અંતર્ખુણા બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે બરાબર છે."

(૨) કોઈ પણ **अबक** ખુણો લો અને તેવડોજ બીજો **डइफ** ખુણો લો. **बक** જોઇએ તેવડી લો અને તેવડીજ લીટી **इफ** પણ લો. **क** આગળ **बकअ** ખુણો જોઇએ તેવડો કરો અને તેવડોજ **इफड** ખુણો **फ**

*સર્વસમાન—જે આકૃતિઓમાં બાજુઓ અને ખુણાઓ અનુક્રમે લેતાં બરાબર હોય તે એટલે આકૃતિઓ બધી રીતે બરાબર હોય તે (ક્ષેત્રફળમાં સુધ્ધાં).

આગળ પણ કરો. अबक ત્રિકોણ ઉંચકીને (અથવા પાતળા કાગળ ઉપર નકલ કરીને) डइफ ત્રિકોણ ઉપર મૂકો, એવી રીતે કે बक, इफ ઉપર બરાબર આવી રહે. ત્રિકોણો એક બીજા ઉપર બરાબર મળી જાય છે? આવા ત્રિકોણની સર્વ સમાનતા વિષેનો શું નિયમ આ પ્રયોગો પરથી નીકળે છે?

"એક ત્રિકોણની એક બાજુ બીજા ત્રિકોણની એક બાજુની બરાબર હોય અને એ બાજુઓ ઉપરના (છેડેના) ખુણાઓ પણ બરાબર હોય તો ત્રિકોણો સર્વસમાન છે."

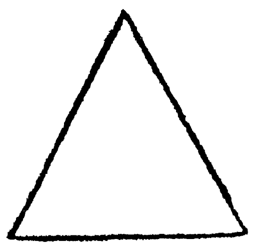
(૩) अबक ખુણો મરજી પડે તેવડો કરો. डइफ ખુણો ∠ अबक ના જેવડોજ કરો. बअ જોઇએ તેવડી કાપો અને इड પણ તેવડીજ કાપો. ∠अकबની નકલ તેલીઆ કાગળ ઉપર કરો. અને એ કાગળને ઉચકીને એવી રીતે મુકો કે बक, इफ ઉપર પડે અને बकને इफ ઉપર રાખીને તેલીઆ કાગળના ખુણાને ખસેડતાં ખસેડતાં એ ખુણાની બીજી શાખા લીટી લંબાવતાં डમાંથી બરાબર જાય. એ ખુણાનું શિરોબિંદુ फ આગળ આવે ત્યારે फड સાંધો. ત્યારે अबक, डइफ ત્રિકોણોમાં ક્યા ક્યાં અંગો બરાબર છે? બબ્બે ખુણા અને દરેકમાંના સરખા ખુણાની સામેની બાજુ. હવે अबक ત્રિકોણને ઉચકીને डइफ ત્રિકોણ ઉપર એવી રીતે મુકો કે अब, डइ ઉપર બરાબર આવી રહે ત્રિકોણો એક બીજાના ઉપર બરાબર આવી રહે છે? હા. આવા ત્રિકોણો સર્વ સમાન છે? ત્યારે શું નિયમ નીકળે છે?

"એક ત્રિકોણના બે ખુણા તે બીજા ત્રિકોણના બે ખુણાની અનુક્રમે બરાબર હોય અને એક ત્રિકોણમાં એક ખુણાની સામેની બાજુ તે બીજા ત્રિકોણમાં તેના સરખા ખુણાની સામેની બાજુની બરાબર હોય તો એવા ત્રિકોણો સર્વસમાન છે?"

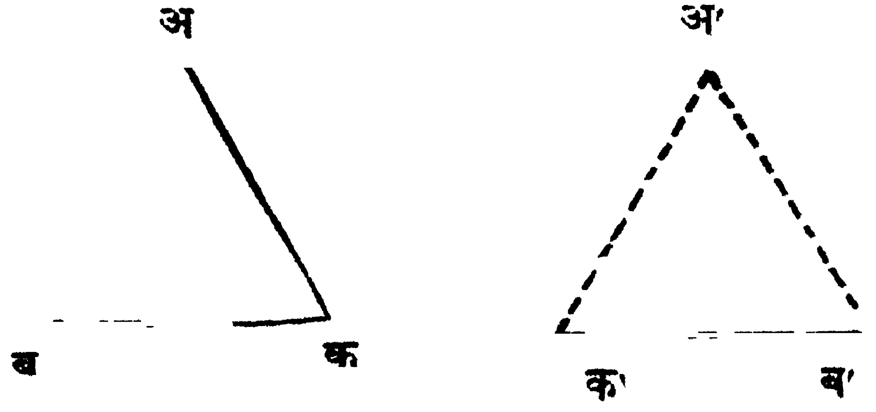
ઉપલા પ્રયોગોમાં ત્રિકોણની સર્વ સમાનતા બતાવવાને માટે દરેક વખત આપણે ત્રિકોણનાં ત્રણ બાજુ અને ત્રણ ખુણા પૈકી કેટલાં અંગો

લીધાં હતાં ? ત્રણ. કયાં કયાં ? (૧) માં બે બાજુ, અને તેનો અંતર્ખુણો; (૨) માં બે ખુણા અને તેઓની પાસેની બાજુ; અને (૩) માં બે ખુણા અને તેમાંના સરખા ખુણાની એક જોડની સામેની બાજુ.

(ञ) સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં બાજુ અને ખુણાનો સંબંધ.



કોઈ પણ ખુણાની બે શાખા લીટીઓ સરખી કાપી તેના છેડાઓ સાંધી એક ત્રિકોણ બનાવો. સરખી બાજુની સામેના ખુણાઓ માપો. આ ખુણાઓ સરખા છે ? હા. એ ખુણા સરખી બાજુની સામેના છે ? હા. એ પ્રયોગ ચાર પાંચ વખત જુદી આકૃતિ કાઢી કરો. આ ઉપરથી કોઈ પણ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણની સરખી બાજુની સામેના ખુણાઓ વિષે શું અનુમાન કરો છો તે કહો.

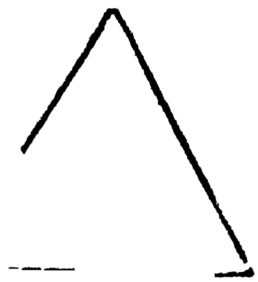


अ ब क એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કરો. (अब = अक). अ ब क ત્રિકોણ બરાબર કાપી કાઢી ત્રિકોણને, બાજુ ઉલટાવી, કાપેલા ત્રિકોણની ખાલી જગ્યામાં, એવી રીતે ગોઠવો કે ત્રિકોણ ખાલી ત્રિકોણ પર આવી રહે. ब ખુણો કયાં પડયો છે ? ब' ઉપર. એ જગ્યાએ પહેલાં કયો ખુણો હતો ? ∠ क. ત્યારે ∠ ब, ∠ क બરાબર છે ? હા. તેજ પ્રમાણે ∠ क, ∠ ब સરખા કરો આ ઉપરથી શું નિયમ શોધી કાઢો છો ?

કોઈ પણ **अबक** (**अब = अक**) સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કરો. કાગળને સળ વાળી એવડ વાળો અને **अब** ને **अक** ઉપર પડવા દો. આમ કરવાથી **ब** ખુણો ક્યાં પડે છે? ∠**क** ઉપર એ ખુણાઓ બરાબર મળી જાય છે? હા. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં સરખી બાજુની સામેના ખુણાઓનો શું સંબધ છે તે આ ઉપરથી કાંઇ માલમ પડે છે? હા. એ ખુણાઓ સરખા છે. આ પ્રયોગો ઉપરથી સામાન્ય નિયમ શું નીકળે છે?

"સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં સરખી બાજુની સામેના ખુણા સરખા છે."

એક સમબાજુ ત્રિકોણ કરો ઉપલા પ્રયોગો કરી સમબાજુ ત્રિકોણને વિષે શુ નિયમ છે તે કઢાવો. એ ત્રિકોણના ત્રણ ખુણા કાપી લો. અને એકમેકની ઉપર મુકી સરખાવો. શુ માલમ પડે છે? એ ખુણા સરખા છે. કોણ-માપકથી એ ખુણાઓ માપી જુઓ.



આ ઉપરથી સમબાજુ ત્રિકોણના ખુણા વિષે શું નિયમ નીકળે છે?

"સમબાજુ ત્રિકોણના ત્રણે ખુણા સરખા છે, અને તે દરેક ખુણો ૬૦° નો કે $\frac{2}{3}$ કાટખુણો છે."

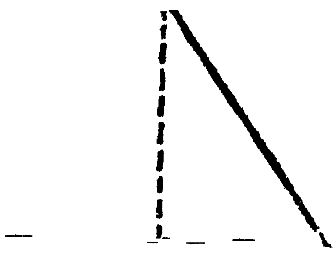
अब એક લીટી દોરો. **अ** અને **ब** આગળ સરખા ખુણા કરો. **अबक** ત્રિકોણ પૂરો કરો. **अब** ને એની ઉપરજ એવડ વાળી ∠**अ**, ∠**ब** ઉપર આવી પડે તેમ ત્રિકોણ એવડ વાળો. **अक**, **बक** ઉપર પડે છે? બરાબર મળી જાય છે? હા. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

એક **अब** લીટી લો. **अ** આગળ **बअक** ખુણો કરો અને તેવડોજ **अबक** ખુણો **ब** આગળ પણ કરો. ત્રિકોણની **अक**, **बक** બાજુ માપી જોઈ શુ પરિણામ આવે છે તે કહો. એ બાજુઓ સરખી છે. ત્યારે ત્રિકોણના બે ખુણા સરખા આપ્યા હોય તો તેની સામેની બાજુઓનો શું સંબંધ છે? એ વિષે શુ નિયમ નીકળે છે?

"ત્રિકોણમાં સરખા ખુણાની સામેની બાજુઓ સરખી છે?"

अ ब કોઈ પણ લીટી લો. ∠अबक ૨/૩ કાટખુણો કરો. ∠बअक ૨/૩ કાટખુણો કરો. क ખુણો માપી જુઓ. કેવડો છે? ૨/૩ કાટખુણો अ ब क ત્રિકોણના ત્રણ ખુણા સરખા છે? હા. अ ब, ब क, क अ માપી જુઓ. ત્રણે બાજુ સરખી છે? આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

अ ब ૪.૫ સે. મી. લો. ∠बअक ૬૦° નો કરો અને ∠बअक પણ ૬૦° નો કરો. ∠क કેટલા અંશનો છે? ૬૦° નો. अ ब, ब क, क अ માપો સરખી છે? હા. આ ઉપરથી ત્રિકોણમાં બે ખુણા ૬૦° ના હોય તો શું નિયમ નીકળે છે? તેનો ત્રીજો ખુણો પણ ૬૦°નો છે અને ત્રણે બાજુ સરખી છે? ત્રણ ખુણા સરખા હોય તો ત્રિકોણ કેવો હોવો જોઇએ? સમબાજુ.



अ ब क એક સમબાજુ ત્રિકોણ દોરો. તેને એવી રીતે બેવડ વાળો કે अ, ब ઉપર આવે અને क સ્થિર રહે ત્રિકોણના બન્ને ભાગો કેવા છે? સરખા. अ, ब ખુણા કેવડા છે? ૬૦° ના. સળથી ∠क ના કેવડા ભાગ થાય છે? ૩૦°ના. अ ड क ત્રિકોણમાં डની સામેની બાજુ માપો અને कની (૩૦°ની) સામેની બાજુ માપો. આ બાજુઓને સરખાવો. શું માલમ પડે છે?

अ ड = ૧.૪″, ∠अ = ૬૦°, ∠ड = ૯૦° લઈ ઉપરનો ત્રિકોણ કરો.

अ ड = ૪.૭ સે. મી., ∠अ = ૬૦°, ∠ड = ૯૦° લઈ ,,

अ ड = ૨.૩″, ∠अ = ૬૦°, ∠ड = ૯૦° લઈ ,,

દરેકમા अ क માપી अ ड સાથે સરખાવો. કાટખુણ ત્રિકોણમાં એક ખુણો ૩૦° નો હોય તો તેની સામેની બાજુ અને કાટખુણાની સામેની બાજુ વચ્ચે શું સંબંધ છે?

'કાટખુણ ત્રિકોણમાં ૩૦° ની સામેની બાજુ *કર્ણથી અર્ધી છે'.

---

* કાટખુણ ત્રિકોણમાં કાટખુણાની સામેની બાજુ કર્ણ કહેવાય છે. ચતુષ્કોણ વગેરેમાં સામસામેનાં શિરોબિંદુને સાંધનારી સીધી લીટી કર્ણ કહેવાય છે.

(ड) બીજા સર્વ સમાન ત્રિકોણો.

(૪) अ ब ૧.૪" લો. ब क ૨.૧" અને अ क ૨.૫" લઈ अ ब क ત્રિકોણ કરો. એજ લંબાઈઓ લઈ એક બીજો ત્રિકોણ अ' ब' क' કરો. સરખી બાજુઓ એક બીજી ઉપર પડે તેમ अ ब क ત્રિકોણને ઉંચકીને अ' ब' क' ઉપર મુકો. બન્ને અરસપરસ મળી જાય છે કે કાંઇ ફેર પડે છે? બરાબર મળી જાય છે. આજ પ્રયોગ ચાર પાંચ જુદા ત્રિકોણ લઈ કરો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? ત્રણે બાજુ સરખી આપેલી હોય એવા ત્રિકોણો વિષે કાંઈ નિયમ એ ઉપરથી નીકળે છે?

'એક ત્રિકોણની ત્રણ બાજુ બીજા ત્રિકોણની ત્રણ બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે.'

(૫) ∠बअक અને ∠इडफ કાટખુણા લો. अब ૧.૪" લો. અને डइ પણ તેવડીજ લો. ब મધ્યબિંદુ લઈ अकને कમાં છેદે તેમ એક ત્રિજ્યા લઈ કોસ દોરો. इ મધ્યબિંદુ લઈ बकના જેવડીજ ત્રિજ્યા લઈ કોસ દોરી डफને फમાં છેદો. अबक, डइफ ત્રિકોણ પુરા કરો. अबक ત્રિકોણને ઉંચકીને એવી રીતે डइफ ત્રિકોણ ઉપર મુકો કે કાટખુણો કાટખુણા ઉપર અને ब, इ ઉપર આવી રહે, क, फ ઉપર બરાબર આવી રહે છે? ત્રિકોણો એક બીજા ઉપર બરાબર મળી જાય છે?

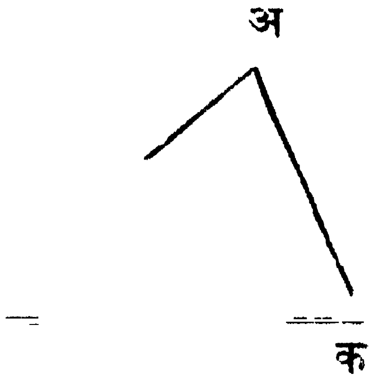
अब, डइ ૨.૩"ની લઈ ઉપર પ્રમાણે अबक, डइफ બે કાટખુણુ ત્રિકોણ કરો. બન્ને ત્રિકોણોમાં શું શું સરખાં આપેલાં છે? કર્ણ, એક બાજુ અને કાટખુણા. ∠ब, ∠इ માપો અને સરખાવો; ∠क, ∠फ માપો અને સરખાવો; अक, डफ માપો અને સરખાવો. આ પ્રમાણે

अब, डइनी જુદી જુદી લંબાઈ લઇ ઘણી વખત પ્રયોગ કરો. अक,डफनी સરખી જુદી જુદી લંબાઇ લઈ એ પ્રયોગ ઘણી વખત કરો. આ ઉપરથી શું નિયમ નીકળે છે તે કહો.

"બે કાટખુણ ત્રિકોણોમાં એકની એક બાજુ બીજાની એક બાજુની બરાબર હોય અને કર્ણો પણ સરખી હોય તો કાટખુણ ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે."

(ठ). ત્રિકોણમાં અસમાન બાજુ અને ખુણાનો તેની સામેના ખુણા અને બાજુની જોડે સંબંધ.

अबक કોઇપણ ત્રિકોણ, જેમાં अब, अक કરતાં મોટી હોય તેવો લો. ∠ब, ∠क માપો અને સરખાવો. કયો ખુણો મોટો છે? ∠क. अब, अक માં કયી મોટી છે? अब. ત્યારે મોટી કે નાની બાજુની સામેનો ખુણો મોટો છે? મોટી બાજુની સામેનો ખુણો મોટો છે



अबक કોઈ પણ વિષમબાજુ ત્રિકોણ લો. ∠ब, ∠क ની પાતળા કાગળ પર નકલ કરો, અથવા તેને કાપી કાઢો. ∠क ના ઉપર ∠ब મુકી બન્નેને સરખાવો. કયો મોટો છે? ∠क. अब, अक માપી સરખાવો. કયી બાજુ મોટી છે? अ ब. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? આ પ્રયોગ દશ જુદા વિષમ બાજુ ત્રિકોણ લઇ કરો. ત્રિકોણમાં મોટી બાજુની સામેનો ખુણો અને નાની બાજુની સામેનો ખુણો એ બેની વચ્ચે શુ સબંધ છે? તેનો કાંઇ નિયમ નીકળે છે?

"કોઈ પણ ત્રિકોણમાં એક બાજુ બીજી બાજુ કરતાં મોટી હોય તો મોટી બાજુની સામેનો ખુણો નાની બાજુની સામેના ખુણા કરતાં મોટો?"

અ બ એક લીટી લેા. **અ** આગળ **બ અ ક** એક ખુણેા કરેા. અને **બ** આગળ ∠ **અ બ ક**, ∠ **બ અ ક** કરતાં નાનેા કરેા. **અ બ ક** ત્રિકેાણ પુરેા કરેા. **બ ક**, **અ ક** માપેા અને સરખાવેા, કયી મેાટી છે? **બ ક** મેાટી છે. ∠**અ** અને ∠**બ** માં કયેા મેાટેા છે? ∠**અ**. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરેા છેા?

અ બ એક લીટી દેારેા, **બ અ ક** એક ખુણેા કરેા અને એના કરતાં મેાટેા ∠**અબક** કરેા. ત્રિકેાણ પુરેા કરી **અક**, **બક** માપી સરખાવેા. કયી મેાટી છે? **અ ક**. એ બાજુ મેાટા ખુણાની સામેની કે નાના ખુણાની સામેની છે? મેાટા ખુણાની સામેની. ઉપલા બન્ને પ્રયેાગેા પાંચ પાંચ વખત કરેા. એ ઉપરથી શું નિયમ નીકળે છે?

"કેાઈ પણ ત્રિકેાણમાં એક ખુણેા બીજા કરતાં મેાટેા હેાય તેા તે મેાટા ખુણાની સામેની બાજુ નાના ખુણાની સામેની બાજુ કરતાં મેાટી છે."

પ્રશ્નેા.

૩૯. કાટખુણ ત્રિકેાણમાં કયી બાજુ મેાટામાં મેાટી હેાય છે તે કહેા.
૪૦. પહેાળખુણ ત્રિકેાણમાં કયી બાજુ મેાટામાં મેાટી હેાય છે તે કહેા.
૪૧. નીચેના કેાષ્ટકમાં ખાલી આસનેા પુરેાઃ—

ત્રિકેાણ	સાંકળ ખુણ છે?	કાટખુણ છે?	પહેાળખુણ છે?
સમબાજુ ત્રિકેાણ			
સમાદ્વિબાજુ ત્રિ.			
વિષમબાજુ ત્રિ.			

ઉત્તરસારૂ ખાનામાં ખાલી હા કે ના જવાબ લખવા.

જવાબ નક્કીજ હોય તો "હા" કે "ના" લખવું. બની શકતુ હોય તો "બની શકે" કે "હોઈ શકે" લખવું.

(ङ) ત્રિકોણની બે બાજુના સરવાળા અને બાદબાકીનો ત્રીજી બાજુ જોડે સંબંધ.

अब કોઈ પણ લીટી લો. **अब** ને **म** માં દુભાગો. **अ** મધ્યબિંદુ અને **अड** ત્રિજ્યા લઇ એક વર્તુળ દોરો. **ब** મધ્યબિંદુ અને **ब इ** ત્રિજ્યા લઈ એક બીજો વર્તુળ દોરો. આ વર્તુળો એક બીજાને છેદે છે ? નહિ. **अब** પાયા ઉપર એ વર્તુળો દોરી ત્રિકોણ થઈ શકે છે ? નહિ. **अड**, **अम**થી મોટી કે નાની છે ? નાની. **बइ**, **बम**થી નાની કે મોટી છે ? નાની. આ વર્તુળોથી ત્રિકોણ થતો નથી ત્યારે ત્રિકોણ બનાવવાને માટે શું થવું જોઇએ ? વર્તુળોએ અરસપરસ છેદવુ જોઇએ. વર્તુળો ક્યારે એક બીજાને છેદે ? **अड**, **अइ**થી મોટી જોઈએ, અથવા **बइ**, **बड**થી મોટા જોઇએ. ત્યારે ત્રિકોણ બનાવવાને માટે **अड+अइ** ત્રિજ્યાઓનો **अब** સાથે શું સંબંધ હોવો જોઇએ ?



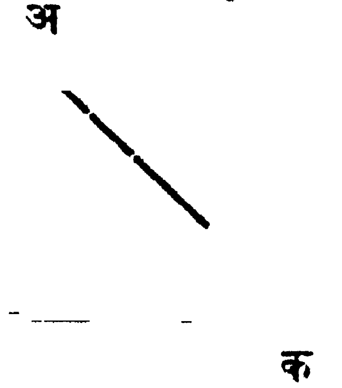
अब કોઇ પણ લીટી લો. **अब**ને **ब** તરફ **ड** સુધી લંબાવો. **ब** મધ્યબિંદુ લઈ અને **बक** ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુળ દોરો. **अ** મધ્યબિંદુ અને **अड** ત્રિજ્યા લઈ એક બીજો વર્તુળ દોરો. આ વર્તુળો એક બીજાને છેદે છે કે નહિ ? કારણ શું ? એક વર્તુળ બીજાની તદ્દન અંદર રહી જાય છે. જો એક વર્તુળ બીજાને છેદે એવો દોરવો હોય તો કેવડી ત્રિજ્યા લેવી જોઇએ ? **अब–बक**થી મોટી ને **अक**થી નાની. આ ઉપરથી બે બાજુના સરવાળા કરતાં ત્રીજી બાજુ મોટી હોય તો ત્રિકોણ બની શકે કે નહિ તે વિષે શું કહો છો ? નહિ બની શકે.



अब ૨.૭", **बक** ૧.૩", **कअ** ૧.૧" બાજુઓ લઇ ત્રિકોણ કાઢો. ત્રિકોણ શક્ય છે ? **अब** ૩.૫ સે. મી., **बक** ૧.૩ સે, મી.; **कअ** ૨.૨

સે. મી. નો ત્રિકોણ શકય છે કે નહિ? આકૃતિઓ કાઢો. ત્રિકોણ બને છે કે નહિ? કારણ શું? ત્યારે ત્રિકોણ બનાવવો હોય તો **कअ** ઓછામાં ઓછી કેવડી લેવી જોઇએ?

ब અને **क** વચ્ચેનું અંતર કેટલું છે? **ब** થી **क** સુધી સીધું અંતર ન લેતાં **ब** થી ઉપર કે નીચે જઇ **बअक** એક વાંકી લીટી દોરો. **बअक**, **बक** કરતાં ઓછી કે વધારે છે? વધારે. કારણ કે **बअक** વાંકું અંતર છે. એજ પ્રમાણે **अब** અંતર માપો. અને **अकब** વાંકું અંતર માપો. કયું મોટું છે? **अकब**. કારણ કે **अकब** વાંકું અંતર છે. અને **अक**, **अबक** માપો. કયું અંતર મોટું છે? **अबक**. કારણ કે **अबक** અંતર વાંકું છે? આ પ્રયોગ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? ત્રિકોણની બે બાજુનો સરવાળો અને ત્રીજી બાજુની વચ્ચે શું સંબંધ હોવો જોઈએ?



"કોઇ પણ ત્રિકોણમાં બે બાજુનો સરવાળો ત્રીજી બાજુ કરતાં મોટો હોય છે."

अब ૪.૬" લો. **बक** ૨.૫" લો **कअ** કેટલા ઈંચ કરતાં લાંબી હોય કે ત્રિકોણ થઈ શકે? (૪.૬"–૨.૫"=) ૨.૧" કરતાં લાંબી જોઇએ. આ પ્રયોગ જુદી જુદી લંબાઈઓ લઈ કરો. આ ઉપરથી ત્રિકોણની બે બાજુની બાદબાકી અને ત્રીજી બાજુની વચ્ચે શું સંબંધ હોવો જોઇએ?

"કોઈ પણ ત્રિકોણમાં કોઈ પણ બાજુ બીજી બે બાજુની બાદબાકીના કરતાં મોટી હોય છે."

(ढ) અસમાન ત્રિકોણો.*

કોઇ પણ બે નાના મોટા ખુણા લો. જાડા દોપીસ્તાની બે સરખાં

* જે ત્રિકોણોનાં બાજુ અને ખુણાઓ અનુક્રમે લેતાં બરાબર ન હોય એવા ત્રિકોણ; એટલે કે જે ત્રિકોણો સર્વસમાન નથી હોતા તે.

પટીઓ કાપી કાઢો; અને બીજી બે સરખી પટીઓ કાપો. બન્ને જોડમાંથી એકેક પટી લઈ એકેક છેડા ઉપર ટાંકણી મારી તે બેની વચ્ચે મોટો ખુણો રાખો. (પટીઓ જોઇએ તેના કરતાં સહેજ મોટી રાખવી કે ટાંકણી મારી શકાય). બીજી બે પટીઓમાં પણ ટાંકણી મારી તે બેની વચ્ચે નાનો ખુણો રાખી પહેલી બે પટીના ખુલ્લા છેડાનું અંતર માપો. કયો પાયો કોનાથી મોટો છે? કયી જોડની પટીની વચ્ચેનો ખુણો મોટો છે? બન્ને ત્રિકોણમાં કેટલી કેટલી બાજુઓ સરખી છે?

∠**अबक** મોટો અને ∠**डइफ** નાનો લો. **बअ**, **बक** કોઈ પણ અંતર કાપો. **बअ** ના જેવડી **इड** કાપો; **बक** ના જેવડી **इफ** કાપો. **अक**, **डफ** સાંધો. બન્નેને માપો. કયી બાજુ મોટી છે? **अक**. **अक** મોટી છે તેની સામેનો ખુણો, **ड क** નાની છે તેની સામેના ખુણા કરતા મોટો છે કે નાનો? મોટો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

∠ **अ ब क** નાનો અને ∠ **ड इ फ** મોટો લો. **ब अ** અને **इ ड** સમાન કાપો. **ब क** અને **इ फ** સમાન કાપો. **अ क**, **ड फ** અંતર માપો. કયું અંતર મોટું છે? **ड फ**. આ પ્રયોગો ઉપરથી શું નિયમ નીકળે છે?

“ એક ત્રિકોણની બે બાજુ બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય પણ એક ત્રિકોણની સરખી બાજુની વચ્ચેનો અંતર્ખૂણો બીજા ત્રિકોણની સરખી બાજુની વચ્ચેના અંતર્ખૂણા કરતાં મોટો હોય તો પહેલા ત્રિકોણનો પાયો બીજા ત્રિકોણના પાયા કરતાં મોટો છે. ”

अ ब, **ड इ** બે નાની મોટી લીટી લો. **अ** મધ્ય બિંદુ અને **अ क** ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુળ દોરો. **ड** મધ્ય બિંદુ લઇ અને **अ क** ના જેવડીજ ત્રિજ્યા લઇ એક વર્તુળ દોરો. **ब** અને **इ** મધ્ય બિંદુઓ અને એકજ સરખી ત્રિજ્યા લઈ બે વર્તુળો **अ ब क**, **इ ड फ** ત્રિકોણ બને તેમ દોરો. **अ ब**,

ड इ માપેા. કયી મેાટી છે? अ ब. ∠ क, ∠ फ માપેા? કયેા ખુણેા મેાટેા છે? ∠क. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરેા છેા? આ પ્રયેાગ પાંચ જુદી જુદી લંબાઇએા લઈ કરેા. શું નિયમ નીકળે છે?

કેાઇ પણ બે કાગળની પટીએા લેા અને તેના જેવડીજ લાંબી બીજી બે પટીએા લેા. બન્ને જેાડમાંથી એકેક પટી લઇ બે છેડા વચ્ચે એક ત્રીજી પટી મુકેા. અને બાકીના છેડાએાને પાસે પાસે લાવેા. એજ પ્રમાણે બાકીની બે પટી લઈ તેના છેડા વચ્ચે એક (પહેલાના કરતાં નાની કે મેાટી) ત્રીજી પટી મુકેા અને બાકીના છેડાએાને જેાડી દેા. આ બે ત્રિકેાણમાં કયી કયી બાજુએા બરાબર છે? બન્નેના પાયા માપેા (ત્રીજી પટીએા). કયેા મેાટેા છે? એ પાયાની સામેના ત્રિકેાણના ખુણા માપેા. કયેા ખુણેા નાનેા છે? કયેા મેાટેા છે? આ ઉપરથી જે નિયમ નીકળે છે તે કહેા.

"કેાઈ પણ ત્રિકેાણની બે બાજુ બીજા ત્રિકેાણની બે બાજુની અનુક્રમે બરાબર હેાય પણ એક ત્રિકેાણનેા પાયેા બીજા ત્રિકેાણના પાયા કરતાં મેાટેા હેાય તેા પહેલા ત્રિકેાણનેા શિરેાબિંદુ ખુણેા બીજા ત્રિકેાણના શિરેાબિંદુ ખુણા કરતાં મેાટેા છે"

(ण) ત્રિકેાણનાં બીજાં લક્ષણ.

કેાઇ પણ સમદ્વિબાજુ ત્રિકેાણ લેા. સળ વાળી તેના પાયા ઉપર શિરેાબિંદુમાંથી લંબ દેારેા. પાયાના જે બે ભાગ લંબથી થાય છે તેને સરખાવેા આ પ્રયેાગ ચાર પાંચ વખત કરેા. શું નિયમ નીકળે છે?

"સમદ્વિબાજુ ત્રિકેાણમાં શિરેાબિંદુમાંથી પાયા ઉપર લંબ દેારીએ તેા તે લંબ પાયાના બે સરખા ભાગ કરે છે."

अबक એક સમદ્વિબાજુ (अक = बक) ત્રિકેાણ દેારેા अब પાયાને સળ વાળી मમાં દુભાગેા. मकને સાંધેા. ∠अमक, ∠बमक માપેા. ∠ अकम, ∠ बकम માપેા. આ પ્રયેાગ જુદા જુદા સમદ્વિબાજુ ત્રિકેાણ લઇ કરેા. શું નિયમ નીકળે છે?

"સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુમાંથી પાયા ઉપરના મધ્ય બિંદુ સુધી દોરેલી લીટી* પાયાને લંબ છે અને શિરોબિંદુ આગળના ખુણાના બે સરખા ભાગ કરે છે."

સમબાજુ ત્રિકોણ લઇ ઉપલા બન્ને પ્રયોગો કરો. એ નિયમો સમબાજુ ત્રિકોણને પણ લાગુ પડે છે કે નહિ? પડે છે.

अबक ત્રિકોણ લો. તેની બાજુનાં મધ્યબિંદુ શોધી કાઢો. આ મધ્ય બિંદુ અને સામેનાં શિરોબિંદુ સાંધો. આ લીટીઓ (મધ્યગાઓ) કયાં મળે છે તે જુઓ. આ પ્રયોગ જુદા જુદા ત્રિકોણ લઈ કરો. મધ્યગાઓના છેદન બિંદુ વિષે આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? **ત્રિકોણની મધ્યગાઓ એક બિંદુગામી છે,** એટલે બધી મધ્યગાઓ એકજ બિંદુમાં મળે છે.

આ મધ્યગાઓ અરસપરસ જે બિંદુમાં મળે છે તે બિંદુ આગળથી દરેક મધ્યગાના થતા બે ભાગો માપો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? **ત્રિકોણની દરેક મધ્યગા સામાન્ય છેદન બિંદુમાં ત્રીજે ભાગે છેદાય છે;** અને દરેક મધ્યગાનો શિરોબિંદુ તરફનો ભાગ તેના પાયા તરફના ભાગથી બમણો છે.

કોઈ પણ ત્રિકોણ લો. તેના પાયા આગળના બે ખુણા દુભાગો. આ દુભાગનારી લીટી જે બિંદુમાં મળે તે બિંદુને ત્રિકોણના ત્રીજા શિરોબિંદુ જોડે સાંધો; અને એ લીટીથી શિરોબિંદુ આગળના ખુણાના થતા બે ભાગો માપો. ત્રિકોણના ગમે તે બે ખુણા દુભાગી ઉપલો પ્રયોગ કરો. ત્રિકોણના ત્રણે ખુણા સળથી દુભાગો. આ પ્રયોગો ઉપરથી ત્રિકોણના ત્રણે ખુણાને દુભાગનારી લીટી કયાં મળે છે તે વિષે શું અનુમાન કરો છો? **એ લીટીઓ એક બિંદુગામી છે.**

કોઇ પણ ત્રિકોણ લો. તેની ત્રણે બાજુનાં મધ્યબિંદુ શોધો. આ

* ત્રિકોણની બાજુના મધ્યબિંદુને સામેના શિરોબિંદુ જોડે સાંધવાથી થતી લીટી મધ્યગા કહેવાય છે.

મધ્યબિંદુમાંથી ત્રિકોણની (તેજ મધ્યબિંદુ વાળી) બાજુ ઉપર સળ વાળી લંબ દોરો. આ પ્રયોગ વારંવાર કરો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? **ત્રિકોણની બાજુનાં મધ્યબિંદુમાંથી તેજ બાજુઓને દોરેલા લંબ એક બિંદુગામી છે.**

કોઈ પણ ત્રિકોણ લો. તેની બે બાજુ દુભાગો. આ બાજુનાં મધ્યબિંદુ સાંધી એક સીધી લીટી દોરો. આ લીટી અને દુભાગેલી બાજુની વચ્ચેના ખુણાઓ માપો અને ત્રિકોણના પાયા આગળના ખુણા માપો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? આ પ્રયોગ વારવાર કરો. આ ઉપરથી શું નિયમ નીકળે છે? ત્રિકોણનો પાયો માપો. અને બીજી બાજુના મધ્યબિંદુ સાંધનારી લીટી માપો. આ પ્રયોગ વારવાર કરો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? **ત્રિકોણની બે બાજુનાં મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી ત્રીજી બાજુને સમાન્તર છે અને તેનાથી અર્ધી છે.**

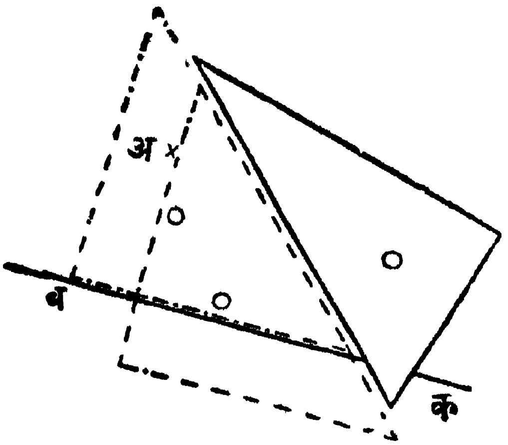
કોઈ પણ ત્રિકોણ લો તેની ત્રણે બાજુ દુભાગો અને તેનાં મધ્યબિંદુઓ અરસપરસ સાંધો. આ લીટીથી થતા ચારે ત્રિકોણો કાપી લઈ સરખાવો. અથવા વચ્ચેના ત્રિકોણ ઉપર બહારના ત્રણે ત્રિકોણ વારા ફરતી મધ્ય બિંદુને જોડનારી લીટીની ઉપરથી બેવડ વાળો. પ્રયોગ વારંવાર કરી જે અનુમાન નીકળે તે કહો. **ત્રિકોણની બાજુનાં મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટીઓ ત્રિકોણના ચાર સર્વસમાન ત્રિકોણ કરે છે.**

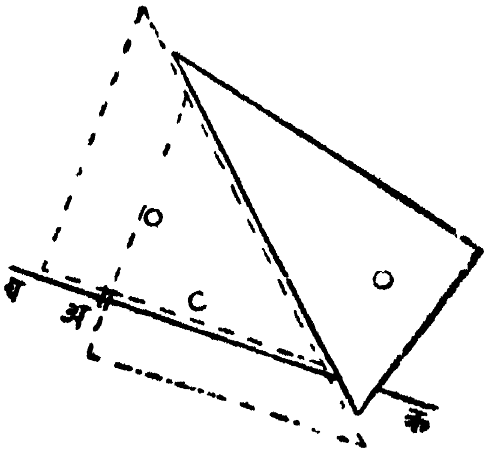
કોઈ પણ **अबक** ત્રિકોણ લો. **अब** બાજુના છેડા એક બીજા ઉપર બરાબર આવે તેમ સળ વાળો. આ સળ **अब** ને કાટખુણે દુભાગે છે? **बक** ને પણ એજ પ્રમાણે કાટખુણે દુભાગો. આ બન્ને સળ **म** માં મળે તો **म** ને **कअ** ના મધ્યબિંદુ જોડે સાંધો. આ લીટી **अक** ને લંબ છે? હા. આ પ્રયોગ વારંવાર કરો. શું અનુમાન નીકળે છે તે કહો.

“ત્રિકોણની બાજુનાં મધ્યબિંદુમાંથી તેજ બાજુને દોરેલી લબ જે બિંદુમાં મળે તે બિંદુથી ત્રીજી બાજુના મધ્યબિંદુ સુધી દોરેલી લીટી ત્રીજી બાજુને લંબ છે.”

§ ૧૦. લંબ.

(क). अ બિંદુમાંથી ब क ઉપર લંબ દોરવા વિષે.

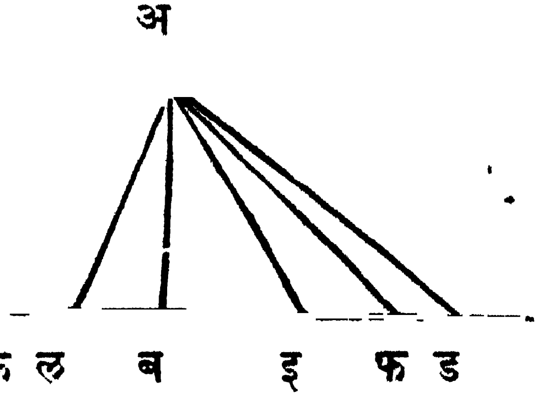




ब क કોઇ પણ લીટી દોરો. તેની બહાર અથવા અંદર अ બિંદુ લો. बकની સાથે સેટસ્કવેરની કાટખુણે પડતી કોર બરાબર મુકો અને તેના કર્ણની સાથે બીજો સેટસ્કવેર (અથવા ફુટપટી) મુકો. આ સેટસ્કવેર સજ્જડ રાખી પહેલા મુકેલા સેટસ્કવેરને નીચે અથવા ઉપર કોરની સાથે બરાબર રાખી ખસેડો. અને જ્યારે अ બિંદુ સેટસ્કવેરની કાટખુણે પડતી ઉભી કોરની નીચે બરાબર આવે ત્યારે अ માંથી એ કોરની સાથે પેન્સીલથી ब क ઉપર કાટખુણે પડતી લીટી દોરો.

(ख) સીધી લીટી ઉપર પડતા લંબનું મહત્વ.

अ કોઈ પણ બિંદુ અને कड કોઈ પણ લીટી લો. अમાંથી कड ઉપર अ ब લંબ દોરો. अ ल, अ इ, अक કોઇ પણ લીટીઓ દોરો. अ ब માપો. अल, अइ, अक માપો. કયી નાનામાં નાની છે? अब. अમાંથી कड ઉપર अबના કરતાં કોઇ નાની લીટી દોરાય ખરી? નહિ.



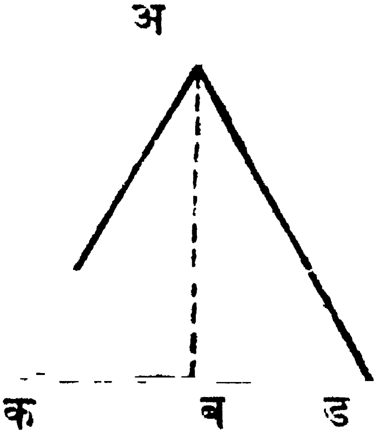
ત્યારે કોઇપણ બિંદુમાંથી એક આપેલી લીટી સુધી લીટીઓ દોરીએ તો તેમાંથી નાનામાં નાની કયી છે એ વિષે શું નિયમ છે?

"તે બિંદુમાંથી આપેલી લીટી સુધી દોરેલી બધી લીટીઓમાં જે તેના પર લંબ છે તે નાનામાં નાની છે."

∠**बअइ**, ∠**बअफ** માપો. કયો મોટો છે? **अइ**, **अफ** માપો. કયી મોટી છે? ∠**बअफ**, ∠**बअड** માપો. કયો મોટો છે? **अफ**, **अड** માપો. કયી મોટી છે? ∠**बअल**, ∠**बअक** માપો. કયો મોટો છે? **अल**, **अक** માપો. કયી મોટી છે? આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? **अ** માંથી **कड** સુધી જે જે લીટીઓ દોરીએ તે લીટીઓ અને **अब** લંબની વચ્ચેના ખુણા અને તે લીટીઓનો શો સંબંધ છે?

"લંબની સાથે એ લીટી જેમ જેમ મોટો ખુણો કરે છે તેમ તેમ એ લીટી મોટી થતી જાય છે."*

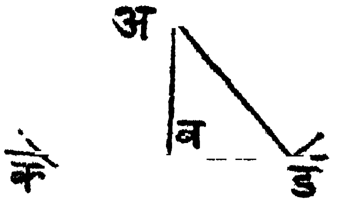
∠ अ ल ब, ∠ अ क ब માપો અને अ ल, अ क માપો. તેમજ ∠ अ इ ब, ∠ अ फ ब અને अ इ, अ फ માપો. તેમજ ∠ अ फ ब, ∠ अ ड ब અને अ फ, अ ड માપો. આ ઉપરથી શું અનુમાન નીકળે છે? **अ માંથી જે લીટીઓ क ड સુધી દોરીએ તે જેમ જેમ મોટી થતી જાય તેમ તેમ તે લીટી અને क ड ની વચ્ચેનો ખુણો નાનો થતો જાય છે.***



अ બિંદુ અને क ड લીટી લો. अ માંથી क ड ઉપર લંબ દોરો. क अ ब કોઇ પણ ખુણો કરો અને તેવડોજ ब अ ड ખુણો કરો. अ क, अ इ માપો. આ પ્રયોગ જુદા જુદા ∠क अ ब લઇ કરો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? **લંબની બંન્ને બાજુએ જે લીટીઓ સરખા ખુણા કરે તે સરખી છે."**

* આ પ્રયોગો પરથી કાંઈ એવું સિધ્ધ થતુ નથી કે ખૂણો બમણો, દોઢો કે ત્રણ ગણો થાય તો લીટી પણ અનુક્રમે બમણી, દોઢી કે ત્રણગણી થાય છે; અને ઉલટું.

अ બિંદુ અને क ड લીટી લેા. अ માંથી क ड ઉપર લંબ દેારેા. अ મધ્ય બિંદુ અને अ ड ત્રિજ્યા લઈ क ड ને ड, क માં છેદે તેમ એક ક્રેાસ દેારેા. ड क સાંધેા. ∠क अ ब, ∠ड अ ब માપેા. શું અનુમાન કરેા છેા?



अ ड ત્રિજ્યા જુદી જુદી લઇ એજ પ્રયેાગ ચાર પાંચ વખત કરેા. આ ઉપરથી શું નિયમ નીકળે છે? **લંબની આજુબાજુએ આપેલી લીટી સુધી જે સરખી લીટીએા દેારી હેાય તે લંબ સાથે સરખા ખુણા કરે છે.**

अ ब કેાઈ પણ લીટી લેા. क બિંદુ अ ब ની બહાર લેા. अ ब થી क નું અંતર કેટલું છે? क માંથી अ ब સુધી ઘણી લીટીએા દેારેા. આ લીટીએા સરખી લંબાઈની છે? નહિ. એ બધીમાં સૈાથી નાની કયી છે? अब ઉપર क માંથી જે લંબ છે તે. ત્યારે એક લીટીથી કેાઈ બિંદુનું અંતર કાઢવું હેાય તેા તે આપેલી લીટી સુધી તે બિંદુમાંથી જે લંબ દેારીએ તે લંબ તે બિંદુનું અંતર લેવાય છે. તેથી अ ब થી क નું અંતર લેવું હેાય તેા अ ब થી क નું સૈાથી નાનું અંતર, એટલે अब ઉપર क માંથી દેારેલી લંબ લઇએ છીએ. આ લંબના કરતાં બીજું કેાઇ અંતર નાનું છે? આ ઉપરથી કેાઈ આપેલા બિંદુમાંથી કેાઇ આપેલી લીટી સુધીનું અંતર કાઢવાને માટે તે બિંદુમાંથી તે લીટી ઉપર આપણે જે લંબ દેારીએ તે તેનું **અંતર** કહેવાય છે.

(ग) નિધાન.*

કેાઇ પણ अब લીટી દેારેા. अब ને સળથી क માં દુભાગેા અને क માંથી अब ઉપર લંબ દેારેા. આ લંબમાં કેાઇ પણ ड બિંદુ લેા. ड अ,

* અમુક આપેલી શરત પૂર્ણ કરે એવાં બિંદુએાનેા જે માર્ગ તે નિધાન કે કક્ષા કહેવાય છે.

डब સાંધો. તેને માપો, બન્ને અંતર સરખાં છે? હા. कड માં ચાર પાંચ બિંદુ લઇ તેઓને अ,ब જોડે સાંધો અને બન્ને અંતરો માપો. कड ઉપ-રનાં કોઈ પણ બિંદુનાં अ, ब સુધીનાં બન્ને અંતરો સરખાં છે ? હા. આ પ્રયોગ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

"કોઇ પણ લીટીના દુભાગનાર લંબ ઉપરનું કોઈ પણ બિંદુ આપેલી લીટીના છેડાથી સમાન અંતરે છે.*

કોઇ પણ ∠बअक ખુણો લો. ∠अ ને સળ પાડી દુભાગો. આ સળ ઉપર કોઈ પણ બિંદુ લઈ તેમાંથી बअ, कअ શાખા લીટી ઉપર લંબ દોરો. એ લંબ માપો. બન્ને સરખા છે? હા. દુભાગનાર લીટી ઉપર પાચ દશ બિંદુ લઈ એજ પ્રયોગ કરો. શું અનુમાન કરો છો?

"કોઈ પણ ખુણાની દુભાગનાર લીટી ઉપરનુ કોઈ પણ બિંદુ આપેલા ખુણાની શાખા લીટીથી સરખે અંતરે છે."*

કોઈ પણ ત્રિકોણ દોરો. તેના શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુઓ ઉપર લંબ દોરો. આ લંબ એકજ બિંદુમાં મળે છે? આ પ્રયોગ જુદા જુદા ત્રિકોણ લઈ કરો. આ ઉપરથી શું અનુમાન ઉપર આવો છો ?

"ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુઓમાંથી સામેની બાજુઓ ઉપર દોરેલા લંબ એક બિંદુગામી છે."

કોઈ પણ ત્રિકોણ દોરો. તેની બાજુનાં મધ્યબિંદુમાંથી તેજ બાજુ પર લંબ દોરો આ લંબો એકજ બિંદુમાં મળે છે? આ પ્રયોગ પાચ જુદા ત્રિકોણ લઇ કરો. આ ઉપરથી શુ અનુમાન ઉપર આવો છો ?

"ત્રિકોણની બાજુનાં મધ્ય બિંદુમાંથી તેજ બાજુઓ ઉપર દોરેલા એક બિંદુગામી છે."

---

* અમુક આપેલી શરત સંપૂર્ણ કરે એવાં બિંદુઓનો જે માર્ગ તેને નિધાન કે કક્ષા કહે છે. એમાં દુભાગનાર લીટી આપેલાં બિંદુનું નિધાન છે,

§ ૧૧. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ.

(क) સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણના ગુણો.

કોઇ પણ બે સમાન્તર લીટી દોરો. તેને છેદે એમ એક આડી લીટી દોરો. આ લીટીને સમાન્તર એક બીજી આડી લીટી દોરો. આ આકૃતિમાં કયી કયી બાજુઓ સમાન્તર છે? સામસામેની. આવી આકૃતિ **સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ કહેવાય છે.**

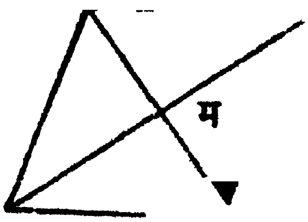
નિશાળના ઓરડામાં કયી કયી ચીજોમાં સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ માલમ પડે છે? પાટીઉં, ટેબલ, સ્લેટ, ચોપડી,...કોઈ પણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ આશરે કાઢો; તેની બાજુઓ સમાન્તર છે કે નહિ તે તપાસી જુઓ. હાથથીજ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ દોરાય ત્યાં સુધી એવીજ આકૃતિ સ્લેટ ઉપર પાડયા કરો.

વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુ સમાન્તર હોય તેને **સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ** કહે છે.

કોઈ પણ જુદા જુદા સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ દોરો. તેની સામ સામેની બાજુ અને ખુણાઓ માપો અને સરખાવો. તેના કર્ણ દોરો આ કર્ણ અને બાજુઓની વચ્ચેના ખુણા માપી સરખાવો. આ પ્રયોગ જુદી જુદી આકૃતિઓ કાઢી કરો. આ ઉપરથી સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ વિષેનો કયો નિયમ માલમ પડે છે? "સામસામેની બાજુ અને ખુણ બરાબર છે." "કર્ણથી થતા વ્યુત્ક્રમ ખુણા બરાબર છે." કર્ણથી થત બન્ને ત્રિકોણો અરસપરસ લઈ સરખાવો. એક ત્રિકોણ કાપી કા બીજા ઉપર બરાબર બેસે એમ મુકો. જુદી જુદી આકૃતિઓ લઈ આ પ્રયોગ કરો. શું અનુમાન કરો છો? "બન્ને ત્રિકોણો સર્વ સમાન છે."

નોટ—સંજ્ઞા—સમાન્તર સીધી લીટીઓને માટે ‖ (ઉભી બે લીટી)નું ચિ વપરાય છે; અને સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણને માટે ‖ કોણ અથવા સ૦ ચ૦ વપરાય

अबकड એક સ૦ ચ૦ લેા. अक સાંધેા, अड, कब કેવી લીટી છે ? ત્યારે ∠डअक, ∠ अकब બરાબર છે ? કારણ ? अब, डक કેવી લીટી છે ? ત્યારે ∠ बअक, ∠ अकड બરાબર છે ? કારણ ? अक નું મધ્યબિંદુ म લેા. अबकड સ૦ ચ૦ ની નકલ કાગળ પર લેા.



આ નકલને અર્ધા વર્તુળમાંથી, એટલે બે કાટખુણામાંથી ફેરવેા. अक નું म શું છે ? મધ્યબિંદુ. ત્યારે अ, क ઉપર પડે છે ? ∠ डअक = ∠अकब છે ત્યારે अड, कब ઉપર પડે છે ? અને ∠बअक = ∠अकड, ત્યારે अब, कड ઉપર પડે છે ? मअ કયાં પડે છે ? मक ઉપર. ड કયાં પડે છે ? ब ઉપર. ब કયાં પડે છે ? ड ઉપર. क કયાં પડે છે ? अ ઉપર

बक કેાની બરાબર થાય છે ? डअની. अब કેાની બરાબર થાય છે ? कड ની. ∠ ब કયાં પડે છે ? ∠ ड ઉપર. અને ∠ बअड કયાં પડે છે ? ∠डकबની ઉપર. ત્યારે આખેા નકલ કરેલેા સ૦ ચ૦ મૂળ સ૦ ચ૦ ઉપર બરાબર પડે છે ? હા. અને ड, ब ઉપર પડે છે અને ब, ड ઉપર પડે છે ત્યારે मब, કેાની બરાબર છે ? मडની. આ પ્રયેાગ જુદા જુદા સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કેાણ લઈ કરેા. આ ઉપરથી શું નિયમ ઉપર આવેા છેા ?

"કેાઈ પણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કેાણમાં

(ક) સામસામેની બાજુ બરાબર છે.

(ખ) સામસામેના ખુણા બરાબર છે.

(ગ) દરેક કર્ણ સ. ચ. ના બે સરખા ભાગ કરે છે.

અને (ઘ) કર્ણો અરસપરસ દુભાગે છે."

(ख) જુદી જુદી જાતના સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કેાણેા.

अब, अक બે સરખી લીટી કાટખુણે દેારેા. ब માંથી बड, अक ની સમાન્તર અને कમાંથી कड, अब ની સમાન્તર લીટી દેારેા.

अबडक સ. ચ. છે ? હા. **अबडक** નાં બાજુ અને ખુણા માપો. શુ માલમ પડે છે ? બધી બાજુ સરખી છે અને બધા ખુણા કાટખુણા છે. આ આકૃતિને **ચોરસ** કે **સમ ચોરસ** કહે છે.

કાગળમાંથી બે સરખા ચોરસ કાપી એકને બીજા ઉપર જુદી જુદી રીતે ગોઠવો. શું અનુમાન કરો છો ? બન્ને ચોરસનાં બાજુ અને ખુણા બરાબર છે.

अब, **अक** બે અસમાન લીટી કાટખુણે દોરો **अबडक** સ ચ. પુરો કરો. અને તેનાં બાજુ અને ખુણા માપી સરખાવો. શુ અનુમાન કરો છો ? બધી બાજુઓ સરખી નથી પણ બધા ખુણા કાટખુણા છે. આવી આકૃતિને **લંબ ચોરસ** કહે છે.

अब, **अक** બે સમાન લીટી કાટખુણા સિવાયનો કોઇ પણ ખુણો કરે તેમ દોરો. **अबडक** સ. ચ. પુરો કરો. આ આકૃતિને **રોમ્બસ** અથવા **વિષમ ચતુરસ્ર** કહે છે.

કોઇ પણ લબ ચોરસ દોરી તેનાં બાજુ અને ખુણા સરખાવો. શું અનુમાન કરો છો ? કોઈ પણ રોમ્બસ દોરી તેનાં બાજુ અને ખુણા સરખાવો. શુ અનુમાન કરો છો ? કોઈ પણ સ. ચ. દોરી તેનાં બાજુ અને ખુણા સરખાવો. શું અનુમાન કરો છો ?

"લંબ ચોરસમાં સામસામેની બાજુ સરખી છે અને ખુણા કાટખુણા છે." "રોમ્બસમાં બધી બાજુઓ સરખી છે અને સામ સામેના ખુણા સરખા છે." "કોઇ પણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં સામ સામેનાંજ બાજુ અને ખુણા સરખાં છે."

પ્રશ્નો.

૧. નીચેનાં માપની બાજુઓ પર સમચોરસ દોરો —
૫·૭ સે. મી.; ૫·૮ સે. મી; ૩·૪"; ૨·૭"; ૯·૭ સે. મી· ૩·૧"; ૨૫ મી. મી.; ૮·૧ સે. મી.; ૫·૧"; અને ૩·૯".

૨. નીચે પાસે પાસેની બે બાજુઓ આપી છે તો લંબચોરસ દોરો.—

૩·૨ સે. મી., ૭ સે. મી.; ૪·૫", ૩·૭"; ૨·૩", ૪·૧";
૮·૯ સે. મી., ૧·૪ સે. મી.; ૭·૮", ૫·૩"; ૬·૧", ૩·૧";
૧·૯", ૨·૩'; ૨૨ મી. મી., ૩૯ મી. મી.; ૩·૯", ૨·૭".

૩ નીચેનાં માપ ઉપરથી રૉમ્બસ દોરોઃ—

∠ अ = ૫૧°, અ = ૫·૧"; ∠ ब = ૧૧૫°, બ = ૩·૨";
∠ क = ૭૨°, ક = ૭·૯ સે. મી., ∠ ड = ૬૭°, ડ = ૯·૭ સે. મી.

૪. નીચેનાં માપ ઉપરથી સ૦ ચ૦ દોરોઃ—

(૧) ∠ ड = ૩૫°, ક = ૪·૩'. ડ = ૩·૯';
(૨) ∠ क = ૬૭°, અ = ૭·૮ સે. મી., બ = ૭·૧ સે. મી.;
(૩) ∠ क = ૧૧૫°, ક = ૯·૩ સે. મી., અ = ૬·૧ સે. મી.;
(૪) ∠ ब = ૭૧°, અ = ૩·૫", બ = ૨·૭';
(૫) ∠ अ = ૯૭°, બ = ૪·૨', ક = ૩·૫".

૫. જાડા કાગળમાંથી ચાર પટ્ટી કાઢી એક સ૦ ચ૦ બનાવો. તેને મચડી એક ખુણો કાટખુણો કરો. બાકીના ખુણા માપો.

૬. ઉપર પ્રમાણે એક સ૦ચ૦ બનાવી મચડી એક લંબ ચોરસ બનાવો

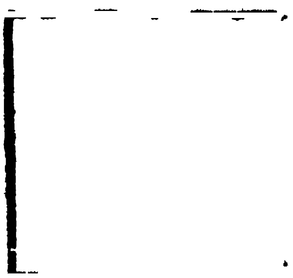
૭. એક સમચોરસ ચોકઠું બનાવી તેને સહેજ મચડો. કેવી આકૃતિ થાય છે તે કહો.

(ग) ચોરસ વગેરેના અન્ય ગુણ.

ચોરસ, લંબ ચોરસ, રોમ્બસ અને સ૦ ચ૦ ના કર્ણો દોરો. કર્ણના ભાગો માપો ને સરખાવો. આખા કર્ણોને સરખાવો. દરેકને વિષે શું નિયમ નીકળે છે?

"ચોરસના કર્ણો સરખા હોઈ કાટખુણે અરસપરસ દુભાગે છે."
"લંબચોરસના કર્ણો સરખા હોઈ ફક્ત અરસપરસ દુભાગે છે."
"રોમ્બસના કર્ણો અસમાન હોઈ અરસપરસ કાટખુણે દુભાગે છે."
"સ. ચ.ના કર્ણો અસમાન હોઈ ફક્ત અરસપરસ દુભાગે છે."

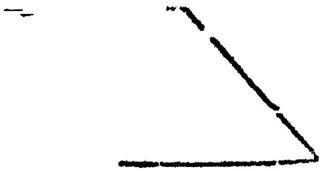
વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણની બધી બાજુ સરખી હોય અને બધા ખુણા કાટખુણા હોય તેને **ચોરસ** કે **સમચોરસ** કહે છે.



વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણના બધા ખુણા કાટખુણા હોય અને પાસે પાસેની બાજુ સરખી ન હોય તેને **લંબચોરસ** કહે છે.



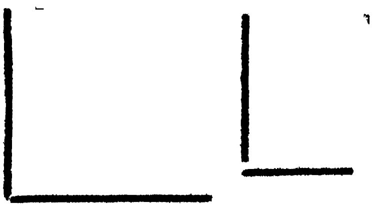
વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણની બાજુઓ સરખી હોય પણ ખુણા કાટખુણા ન હોય તેને **રોમ્બસ** કે **વિષમ ચતુરસ્ર** કહે છે



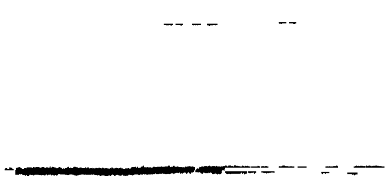
વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુઓ સમાન્તર હોય અને ખુણા કાટખુણા હોય કે ન હોય તેને **સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ** કહે છે.



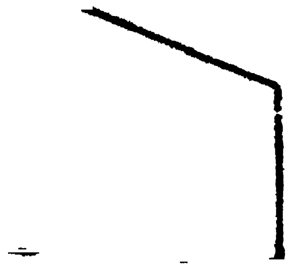
વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણમાં બધા ખુણા કાટખુણા હોય તેને **કાટખુણ ચોખુણ** કહે છે.



વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણની ફક્ત બેજ બાજુઓ સમાન્તર હોય તેને **દ્રાપિજ્યમ** કહે છે.



વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણની કોઈ પણ બાજુઓ સમાન્તર ન હોય તેને **વિષમ બાજુ ચતુષ્કોણ** કહે છે.



ઉપરની વ્યાખ્યા પ્રમાણે આપેલી ચોરસ, લંબચોરસ, રોમ્બસ, સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ, કાટખુણ ચોખુણ, ટ્રાપિઝ્યમ અને વિષમબાજુ ચતુષ્કોણની આકૃતિઓ ચોક્કસ આવે ત્યાં સુધી પહેલાં સાહિત્યોથી અને પછી હાથથીજ પેન્સીલ કે પેનથી કઢાવો.

ઉપલી વ્યાખ્યાઓમાં નિયમિત પ્રકારનો ચતુષ્કોણ જે શરૂઆતમાં કહ્યો છે તે સિવાય જે ચતુષ્કોણના ગુણો નિયમિત હોય તેવો ચતુષ્કોણ કોઈ બીજો થઇ શકે કે નહિ તે કહો.

સ૦ ચ૦ અને ટ્રાપિઝ્યમની આકૃતિઓ ફક્ત હાથથીજ કાઢો. ચોરસ અને લંબચોરસ એ બન્નેને માટે કયો એકજ શબ્દ વાપરીએ તો ચાલે? કાટખુણ ચોખુણ.

બધા કાટખુણ ચતુષ્કોણમાં કયો ગુણ સામાન્ય છે?
બધા ખુણા કાટખુણા છે. અને કર્ણો બરાબર છે.
ચોરસ અને રોમ્બસ કયા કયા ગુણમાં મળતા આવે છે?
બધી બાજુઓ સરખી છે. અને કર્ણો કાટખુણે દુભાગે છે.
કયા કયા ધર્મમાં એ બન્ને જુદા પડે છે?

બધા સ. ચ. ના કયા કયા ગુણ છે? સામસામેની બાજુ અને સામસામેના ખુણા સરખા છે.

લંબ ચોરસ અને સ. ચ. માં શું તફાવત છે? શું મળતાપણું છે? નીચેના કોઠામાં બતાવેલાં ખાનાંમાં કયા કયા ગુણ કયી કયી આકૃતિને લાગુ પડે છે તે "હા" "ના" કે "શક્ય" શબ્દ લખી બતાવો:—

આકૃતિ	સામસામેના ખુણાને બાજુ બરાબર.	કર્ણો એક બાજાને દુભાગે છે.	ખુણા કાટખુણા છે.	કર્ણો બરાબર છે.	કર્ણો કાટખુણે છેદે છે.	પાસે પાસેની બાજુ બરાબર છે.
સ૦ ચ૦						
લંબ ચેારસ						
સમ ચેારસ						
રેામ્બસ						

નીચે પ્રમાણેના એકેક પક્ષ લઇ ચતુષ્કેાણ આકૃતિ દેારેા --

(૧). સામસામેની બાજુએા બરાબર હેાય; કે

(૨). સામસામેના ખુણા સરખા હેાય; કે

(૩). સામસામેની બેજ બાજુ બરાબર અને સમાન્તર હેાય; કે

(૪). કર્ણો અરસપરસ દુભાગે.

આ પ્રમાણેની જુદી જુદી ચતુષ્કેાણ આકૃતિ દેારી તેની બાજુએા સમાન્તર છે કે નહિ તે જુએા. દરેક જાતની આકૃતિ વિષે શું નિયમ નીકળે છે ?

(૧) સામસામેની બાજુએા બરાબર હેાય તેા ચતુષ્કેાણ સ.ચ. છે.

(૨) સામસામેના ખુણાએા બરાબર હેાય તેા ,, ,,

(૩) સામસામેની બેજ બાજુ બરાબર અને સમાન્તર હેાય તેા ,, ,,

(૪) કર્ણો અરસપરસ દુભાગે તેા ,, ,,

પ્રશ્નો.

૮ નીચેનાં માપ ઉપરથી કાટખુણુ ચતુષ્કોણુ દોરોઃ—

બાજુઓ ૩·૫" અને ૨·૪"; ૪·૭" અને ૫·૩"; ૭·૮" અને ૪·૧"; ૪·૧ સે. મી. અને ૩·૮ સે. મી.; ૯·૯ સે. મી. અને ૬·૩ સે. મી.

૯. નીચેનાં માપ ઉપરથી સ૰ ચ૰ દોરો·—

બાજુઓ ૪·૧" અને ૩·૩' અને એ બાજુઓની વચ્ચેનો ખુણો ૭૫°;
બાજુઓ ૬·૧' અને ૫·૩" અને એ બાજુઓનો અંતર્ખુણો ૧૧૨
બાજુઓ ૧૩·૩ સે. મી.ને ૧૦·૧ સે. મી. અને બાજુઓનો અંતર્ખુણો ૬૭,
બાજુઓ ૩·૫ સે. મી.ને ૮·૩ સે.મી અને એ બાજુઓનો અંતર્ખુણો ૪૫

૧૦. નીચેનાં માપ ઉપરથી ચતુષ્કોણુ દોરોઃ—

[अबकड ચતુષ્કોણમાં ∠अ, ∠ब, ∠क, ∠ड છે અને अब, बक, कड, डअ ને અનુક્રમે અ, બ, ક, ડ, કહી છે.]

(૧) અ = ૬·૩ સે મી., ∠ब = ૮૨°, બ = ૮·૨ સે. મી., ∠क = ૯૦° અને ક = ૭·૭ સે. મી.

(૨) અ=૪·૧", બ=૩·૫", ડ=૨·૭", ∠अ = ૬૫° અને ∠ब = ૯૦ .

(૩) ∠ब=૧૧૨°, બ=૨·૧', ∠क = ૯૧°, ड =૯૯° અને ક=૨·૭

(૪) ડ=૫·૧', ∠अ=૭૧ , ∠क=૫૫°, અ=૪·૭" અને ∠ब = ૧૧૫

(૫) ∠ब = ૯૧°, ∠अ = ૭૫°, ∠क = ૭૨°, ડ = ૭·૨ સે. મી. અને અ = ૪·૩ સે. મી.

(૬) અ = ૨·૭", બ = ૨·૩", ક=૪·૩", ∠ब=૧૧૫°, અને ડ = ૩·૪

(૭) અ = ક = ડ = ૪·૯ સે. મી., ∠अ = ૭૫° અને ∠ब = ૫૧°.

(૮) ∠क = ૫૫°, ∠अ = ૬૯°, ક=૪·૦", અ=૭·૩" અને ડ=૩·૫'.

(૯) બ=૧·૨", अब=૩·૨", ∠ब=૭૫°, ડ = ૨·૭", અને ક = ૨·૫"

(૧૦) बक=૩·૩', ∠क=૧૧૩°, ∠ब=૭૨°, અ=૨·૭"ને ∠अ=૭૧°.

૧૧. નીચેના ચતુષ્કોણો દોરોઃ—

(૧) અ=ક=૭·૨ સે.મી., બ=ડ=૩·૯ સે. મી. અને बड=૪·૨ સે.મી.

(૨) અ=ડ=ક=૨·૧ સે. મી., अक=૨·૭ સે.મી., બ=૩·૨ સે. મી.

(૩) અ=બ=ક=ડ=૬·૧ સે. મી. અને अक=૮·૩ સે. મી.

(૪) અ=૫·૧"; બ=૬·૨", ક=૬·૦", ∠ब=૭૨°. ∠क=૫૧°

(૫) અ=બ=ક=૩·૭" कअ=૪·૨', ∠अ=૧૫૨°.

પ્રકરણ ૨ જું.

ભૂમિતિનાં મૂળ તત્ત્વો.

નોટ—આ ભાગ પ્રાયોગિક ભાગ થઈ ગયા પછી શીખવવો.

ભૂમિતિ શાસ્ત્ર—એક દોરી બીજી કરતાં કેટલી મોટી છે તે તેની લંબાઈ ઉપરથી આપણે કહી શકીએ છીએ. એક મેદાન બીજા કરતાં કેટલું મોટું છે તે તેની લંબાઇ અને પહોળાઇ ઉપરથી જાણીએ છીએ; વળી એક ટેબલ બીજા કરતાં કેટલું મોટું છે તે તેની લંબાઈ, પહોળાઈ અને ઉંચાઈ ઉપરથી જાણીએ છીએ. તેમજ એક ઘન બીજા કરતાં કેટલો મોટો છે તે તેની લંબાઈ, પહોળાઇ અને જાડાઇ ઉપરથી આપણે કહી શકીએ છીએ. લંબાઈ, પહોળાઇ અને જાડાઈ ઉપરથી એક પદાર્થ મોટો છે કે નાનો છે તે વિષે જે નિયમો છે તે નિયમો આપણે જાણવા જોઈએ. આ નિયમો દરેક પદાર્થની લંબાઈ, પહોળાઈ અને તેની વચ્ચેના ખુણાના જે ગુણો ઉપરથી નક્કી થાય છે તે ગુણોનું વર્ણન કરવું એ **ભૂમિતિ શાસ્ત્રનું કામ** છે. [ભૂ = પૃથ્વી; જમીન; અને મિતિ = માપણી] ભૂમિતિ એટલે જમીનની માપણી. જમીન માપવાને માટે પદાર્થની લંબાઈ, પહોળાઇ, જાડાઈ અને ખુણા ઉપરથી પરિમાણો કેમ મપાય છે તે સંબંધી કાંઇ નિયમો હોય છે અને એ નિયમોનું વિવેચન જે શાસ્ત્રમાં હોય તેને **ભૂમિતિ** કહે છે.

પદાર્થ.

વર્ગમાં પડેલી પાંચ દશ વસ્તુઓ બતાવો. એ દરેકને આકાર કે રૂપ છે ? હા. બીજી બહારની વસ્તુઓનાં નામ આપો. એ વસ્તુઓને આકાર કે રૂપ છે ? હા. એ બધી વસ્તુઓને **પદાર્થ** કહે છે, કારણ કે તેઓને રૂપ અથવા આકાર છે. *

આ ઘન જુઓ. એ ઘન કાંઈ જગ્યા રોકે છે ? હા. જેવડી જગ્યા એ રોકે છે અથવા જેવા પ્રકારની જગ્યા એ રોકે છે તેવો તેનો **આકાર** છે. આ ગોળ જુઓ. એ કેવી જગ્યા રોકે છે ? ગોળ. તેથી તેનો આકાર ગોળ છે. આ પેટી જુઓ. એ કેવી જગ્યા રોકે છે ? ચોખુણ. તેથી તેનો આકાર ચોખુણ છે. જે પદાર્થ જેવા પ્રકારની જગ્યા રોકે છે તેવો આકાર તેને પ્રાપ્ત થાય છે. પાણીને એક ઘડામાં રેડો. પાણીને કેવો આકાર પ્રાપ્ત થયો ? ઘડાના અંદરના ભાગ જેવો. એજ પાણીને કાઢીને તપેલામાં રેડો. હવે તેનો કયો આકાર થયો ? તપેલાના જેવો. આ ઉપરથી બધા પદાર્થને માટે કાંઈ સામાન્ય નિયમ નીકળે છે ? હા. શું ? **દરેક પદાર્થ કાંઈ પણ જગ્યા કે અવકાશનો ભાગ રોકે છે અને તેને કાંઈ આકાર હોય છે.**

બબ્બે સરખી લંબાઈ, પહોળાઈ અને જાડાઈના કકડાની ત્રણ જોડ લો. એક જોડના એક કકડાને લંબાઈ ઉપરથી થોડો વત્તો કાપી કાઢો. આ બે કકડામાં હવે શું ફેર છે ? એક બીજા કરતાં વધારે લાંબો છે. બીજી જોડના એક કકડાને પહોળાઈ ઉપરથી થોડો વત્તો કાપી કાઢો. આ બે કકડામાં શું ફેર છે ? એક બીજા કરતાં વધારે પહોળો છે. ત્રીજી જોડના એક કકડાને જાડાઇ ઉપરથી ઓછો વત્તો કાપી કાઢો. આ બે કકડામાં શું ફેર છે ? એક બીજા કરતાં વધારે જાડો છે. આ પ્રમાણે દરેક પ્રયોગ બે ત્રણ વખત કરી એક પદાર્થ બીજા કરતાં કેવડો મોટો છે તે માપવા માટે દરેક પદાર્થનો નીચેનો સામાન્ય નિયમ ઠસાવો. **"દરેક પદાર્થને લંબાઈ, પહોળાઈ અને જાડાઈ હોય છે."** આ ત્રણ

પરિમાણોવાળા ઘણાએક પદાર્થ બતાવવાને વિદ્યાર્થીને કહો. સર્વ પદાર્થને ત્રણ પરિમેય હોય છે તેથી તે **ત્રિપરિમેયાત્મક** કહેવાય છે.

જુદી જુદી લંબાઈના, પહોળાંઇના અને જાડાઇના પદાર્થો બતાવો. કેટલાક પદાર્થો એવા બતાવો કે તેના પરિમેયો બહુજ બારીક હોય. પુછો કે કોઇ એવો પદાર્થ બતાવશો અથવા કહેશો કે જેને બિલકુલજ લંબાઇ પહોળાઈ કે જાડાઈ ન હોય. કોઇજ નહિ.

લંબાઈ, પહોળાઇ અને જાડાઈ.

કોઈ પણ પદાર્થ લો. એની એક બાજુ બતાવો. આ બાજુને **લંબાઇ** કહે છે. અને આ બન્નેને કાટખુણે મળતી આ આડી બાજુને **પહોળાઈ** કહે છે. અને આ બાજુને કાટખુણે મળતી અથવા આ ઉભી બાજુને **જાડાઈ** કહે છે. આ પ્રમાણે લંબાઈ, પહોળાઇ અને જાડાઇ ગણવાનો સામાન્ય નિયમ છે. પણ પદાર્થની સૈાથી મોટી બાજુને લંબાઈ, તેથી નાની બાજુને પહોળાઇ અને સૈાથી નાની બાજુને જાડાઇ કહીએ છીએ. તો પણ વિદ્યાર્થીના મનમાં બરાબર ઠસાવવું કે કોઈ પણ બાજુને લંબાઇ, કોઇ પણ બીજી બાજુને પહોળાઇ અને બાકીની ત્રીજી બાજુને જાડાઈ તરીકે લઇએ તો પણ તે ચાલે છે.

પૃષ્ઠ કે સફાઈ.

વર્ગની અંદરની અને બહારની થોડીએક ચીજો લઇ નીચે પ્રમાણે પ્રશ્નો કરો. આ ગોળનો આકાર બધી બાજુએ સરખો લાગે છે? આ પેટીનો આકાર બધી બાજુએ સરખો લાગે છે? આ પાટીઆનો આકાર બધી બાજુએ સરખો લાગે છે? આ ઘનનો આકાર બધી બાજુએ સરખો લાગે છે? આ અર્ધ ગોળનો આકાર બધી બાજુએ સરખો લાગે છે? આ ચોપડીનો આકાર બધી બાજુએ સરખો લાગે છે? આ પૈસો ઉપરથી જોતાં કેવો દેખાય છે? આ ખડીઓ લંબાઇ ઉપરથી જોતાં કેવો દેખાય છે? આ પેટી પહોળાઈ ઉપરથી જોતાં કેવી દેખાય છે?

વગેરે. ગોળ બધી બાજુએ સરખોજ દેખાય છે; પરંતુ બીજી બધી વસ્તુઓ સરખાં દેખાતી નથી. આ પદાર્થ બધી બાજુએ સરખા દેખાતા નથી એનું શું કારણ છે? એની બાજુઓ જુદા જુદા પ્રકારની છે, એટલે એનાં **પૃષ્ઠ** જુદા પ્રકારનાં છે. આ ઉપરથી પદાર્થનો બીજો કયો ગુણ માલમ પડે છે? **પદાર્થને પૃષ્ઠ અથવા બાજુ હોય છે.**

જુદા જુદા નીચેના પદાર્થ બતાવી નીચે પ્રમાણે પ્રશ્નો કરોઃ—

આ પેટીને કેટલાં પૃષ્ઠ છે? આ ઘનને કેટલાં છે? આ પાટીઆને કેટલાં છે? આ પૈસાને કેટલાં છે? આ ગોળને કેટલાં છે? આ અર્ધગોળને કેટલાં છે? આ + દંડગોળને કેટલાં છે? વગેરે. ગોળને એક પૃષ્ઠ છે. અર્ધગોળને બે છે. પેટી અને ઘનને છ છે. પૈસાને ત્રણ છે. દંડગોળને ત્રણ છે અનેક પૃષ્ઠ હોય એવા દાખલા આપો

ગોળ અને ઘનનાં પૃષ્ઠમાં શુ ફેર છે? ઘનનું પૃષ્ઠ સપાટ છે અને ગોળનું પૃષ્ઠ વક્ર છે ત્યારે પૃષ્ઠના કેટલા પ્રકાર છે? કયા કયા? **વક્ર પૃષ્ઠ** અને **સપાટ પૃષ્ઠ.** સપાટ પૃષ્ઠના દશ બાર પદાર્થો બતાવો, અને દરેકને કેટલા કેટલાં પૃષ્ઠો છે તે પૂછો. ઓછામાં ઓછાં કેટલાં સપાટ પૃષ્ઠ પદાર્થમાં હોય છે? ચાર. ચારથી ઓછાં સપાટ પૃષ્ઠ હોય એવો કોઇ પણ બધાંજ સપાટ પૃષ્ઠોવાળો પદાર્થ બતાવી શકો ખરા કે? નહિ.

આ બે પૃષ્ઠો (કોઈ પદાર્થ લઈ) જ્યાં મળે છે તેને શું કહો છો? કોર. એ કોર કોના જેવી દેખાય છે? લીટીના જેવી. ત્યારે બે પૃષ્ઠો જ્યાં મળે ત્યાં ભૂમિતિની કયી આકૃતિ થાય છે? લીટી (વાંકી અથવા સીધી). ત્રણે પૃષ્ઠો મળે ત્યાં શું દેખાય છે? છેડો. આ કોરો મળે છે ત્યાં શું દેખાય છે? છેડો. છેડો ભૂમિતિની કયી આકૃતિ પ્રમાણે દેખાય છે? બિંદુ પ્રમાણે

---

* બાજુનો અર્થ સફાઇ અથવા કોર પણ થાય છે. માટે પૃષ્ઠ શબ્દ વાપરવો.

+ એક નળાકાર લાકડાનો કકડો જેના બે છેડાઓ સરખા, અને સમાન્તર વર્તુળ હોય.

ઘન, નિયમ ઘન, શંકુ, પેટી, સેટરકવેરો, વગેરે લઇને આ પ્રમાણે પ્રશ્નો કરોઃ—આ પિરામિડમાં કેટલાં પૃષ્ઠ છે? કેટલી કોરો છે? ખુણા કેટલા છે? છેડા કેટલા છે? બબ્બે પૃષ્ઠો ક્યાં ક્યાં મળે છે? કોર—લીટીમાં. કોરો ક્યાં ક્યાં મળે છે? છેડા—બિંદુમાં. આ પિરામિડનાં કેટલાં પૃષ્ઠો એકી વખતે સાથે દેખાય છે? વગેરે.

આ ઉપરથી ઠસાવો કે કોઇપણ પદાર્થનો ઉપલો ભાગ પૃષ્ઠ હોય છે, પૃષ્ઠનો છેવટનો ભાગ લીટી અને લીટીનો છેવટનો ભાગ બિંદુ હોય છે.

આ પૃષ્ઠને લંબાઈ છે? હા. પહોળાઈ છે? હા. જાડાઈ છે? ના (કોઇ વિદ્યાર્થી હાનો જવાબ આપે તો બરાબર સમજ પડે ત્યાં સુધી ઉપલોજ પ્રયોગ કરતા જવું.) એક વાસણમાં પાણી ભરો. પાણીનું પૃષ્ઠ જુઓ. આ પૃષ્ઠ વાસણના અંદરના ભાગને અડકેલું છે? હા. જે જગ્યાએ આ પૃષ્ઠ લાગેલું છે ત્યાં નીચે પાણી લાગેલું છે? ઉપર હવા લાગેલી છે? ત્યારે એ પૃષ્ઠની નીચે શું છે? પાણી. ઉપર શું છે? હવા. પાણી પુરૂં થાય કે તરતજ હવા લાગેલી છે. માટે આ પૃષ્ઠને કાંઈ જાડાઈ છે? એક કાચની બાટલીમાં થોડું પાણી અને થોડું તેલ રેડો. બનાવો કે જ્યાં પાણી પુરૂં થાય છે ત્યાંથી તરતજ તેલ શરૂ થાય છે.

એક લાકડાનો કકડો લો. તેને વ્હેરતાં વ્હેરતાં એવો એક કકડો કરો કે જાણે તેને બિલકુલજ જાડાઈ રહેતી નથી એમ આપણે ધારીએ. લંબાઈ પહોળાઇવાળા આ કકડાને પૃષ્ઠ કહે છે. અને તેને જાડાઇ નથી (એવી કલ્પના કરેલી છે.) એક ખેતરનું ક્ષેત્રફળ કાઢવું હોય તો આપણે ફક્ત લંબાઈ અને પહોળાઇનો વિચાર કરીએ છીએ. પરંતુ તેની જાડાઇનો બિલકુલ વિચાર કરતા નથી. આ પ્રમાણે ખેતરની માપણી કરવામાં જેનો વિચાર કરીએ છીએ તેનેજ પૃષ્ઠ કહે છે. જમીન ઉપર જે છાંયડા પડે છે તેને લંબાઈ અને પહોળાઇ છે પરંતુ જાડાઇ નથી. તેથી છાંયડા એ પૃષ્ઠનો એક બહુ સારો દાખલો છે.

કોઈ પણ પદાર્થ અને અવકાશની વચ્ચેની સીમાને શું કહો છો? પૃષ્ઠ.

પૃષ્ઠને કેટલાં પરિમેય છે? બે. પૃષ્ઠની કોરો કયી આકૃતિના જેવી દેખાય છે? લીટીના જેવી. વર્તુળ, પરિધ, વ્યાસ, કૌંસ, જ્યાને કેટલાં પરિમેય છે? પાતળો કાગળ અને કાગળના ઉપર જે રંગ દીધેલા છે તેને કેટલાં પૃષ્ઠ છે?

વ્યાખ્યા—જેને ફક્ત લંબાઇ અને પહોળાઇ હોય છે, પણ બિલકુલ જાડાઇ હોતી નથી તેને **પૃષ્ઠ** કે **સફાઈ** કહે છે.

પૃષ્ઠના પ્રકાર.

બે સપાટ પૃષ્ઠની વસ્તુઓ લઇ એકને બીજીની ઉપર મુકો. બે વક્ર પૃષ્ઠની વસ્તુઓ લઈ એકને બીજીની ઉપર મુકો. એક સપાટ પૃષ્ઠને બીજા સપાટ પૃષ્ઠની ઉપર આમ તેમ ફેરવી જુઓ કે વચ્ચે ખાલી જગ્યા રહે છે? નહિ. વક્ર પૃષ્ઠને બીજા વક્ર પૃષ્ઠની ઉપર મુકી આમતેમ ફેરવી જુઓ કે બન્ને પૃષ્ઠો એક બીજાની સાથે બરાબર વળગી જાય છે? નહિ ત્યારે સપાટ પૃષ્ઠ અને વક્ર પૃષ્ઠની વચ્ચે શું ફેર માલમ પડે છે? સપાટ પૃષ્ઠો એક બીજાની સાથે મેળવતાં બરાબર મળી જાય છે; અને તેઓની વચ્ચે કાંઈ ખાલી જગ્યા રહેતી નથી. વક્ર પૃષ્ઠોને એક બીજાની ઉપર મેળવતાં વચ્ચે ખાલી જગ્યા રહે છે.

સપાટ પૃષ્ઠની ઉપર બે બિંદુ લો. એ બિંદુઓમાં ટાંકણી મારી તેની સાથે દોરી બાંધી એક સીધી લીટી દોરો. આ લીટી પૃષ્ઠમાં પડે છે કે બહાર? વક્ર પૃષ્ઠમાં બે બિંદુઓ લો. તેમાં ટાંકણી મારી દોરી બાંધી એક સીધી લીટી દોરો. આ લીટી પૃષ્ઠમાં પડે છે બહાર? એક વક્ર પૃષ્ઠ ઉપર બે બિંદુ લો. ઉપર પ્રમાણે દોરી બાંધી જુઓ કે તેમાં કોઈ પણ સીધી લીટી આવી શકે છે? આ ઉપરથી સપાટ પૃષ્ઠ અને વક્ર પૃષ્ઠની વચ્ચે શું ફેર માલમ પડે છે? એક ગોળના ઉપર કોઇ પણ બે બિંદુઓ સાંધીએ તો તે બિંદુની વચ્ચે કોઈ સીધી લીટી આવી શકે ખરી કે? નહિ. જે પૃષ્ઠ સપાટ અથવા સીધું હોય તેને **સીધી** અથવા **સપાટ** સફાઈ

કહે છે. કોઈ પણ સપાટ પૃષ્ઠને બધી બાજુએ તેની સીધી લીટીમાંજ લંબાવીએ તો જે જગ્યાએ પૃષ્ઠ પ્રસરે છે તે એ પૃષ્ઠની સાફાઇમાંજ છે એમ કહેવાય છે.

લાંબી ટુંકી ત્રણ લાકડી લો અને તેને ઉભી જમીન ઉપર મુકો. આ લાકડીના છેવટના ભાગમાં શુ છે? બિંદુ. આ લાકડીના ઉપલા છેડા પર એક પાટીઉં આડું મુકો. લાકડીના છેડાના બિંદુઓની વચ્ચેથી જે પૃષ્ઠ જાય છે તેની સફાઈ પાટીઆની સફાઇમાં છે એમ માલમ પડે છે. આ પ્રયોગ આમ પાંચ જુદી જુદી રીતે કરો અને બતાવો કે પાટીઆ ઉપર એ ત્રણે બિંદુમાંથી જતી સફાઇ આવે છે કોઈ પણ સપાટ સફાઇમાં બે બિંદુઓ લો. આ બિંદુને સીધી લીટીથી સાંધો; આ લીટીનો કોઇ પણ ભાગ એ સપાટ સફાઈમાંજ આવેલો છે એમ બતાવો. આ સીધી લીટીનો કોઇ પણ ભાગ સપાટ સફાઇની બહાર જાય તો તે સપાટ સફાઇ નથી. સપાટ સફાઇનું આ મુખ્ય લક્ષણ છે.

સપાટ સફાઇ નકકી કરવાને ઓછામાં ઓછાં કેટલાં બિંદુ જોઇએ? ત્રણ. તમારી ચોપડીની કયી બાજુ સપાટ સફાઇ છે? અર્ધગોળની કયી બાજુ સપાટ સફાઇ છે? જુદી જુદી લંબાઇની લાકડીઓ લઈ ઉભી જમીન ઉપર મુકો. તેના ઉપલા છેડાઓ ઉપર એક પાટીઉં આડુ મુકો. લાકડીના બધા છેડાઓ આ પાટીઆની સફાઈમાંજ છે? નહિ. થોડાક છે અને થોડાક નથી. આ ઉપરથી માલમ પડશે કે લાકડીઓના બધા છેડાઓ એકજ સફાઈમાં નથી. જુદા જુદા ત્રણ છેડાઓનાં બિંદુઓ ઉપર પાટીઉં મુકી બતાવો કે આ ત્રણ બિંદુઓમાંથી જતી સફાઇ બીજા છેડાઓનાં બિંદુમાંથી જતી નથી; કારણ શું? આ પ્રયોગ ઉપરથી સફાઈનો વિચાર બરાબર ઠસાવો.

ટેબલના ઉપલા પાટીઆની સફાઇ ને આજુબાજુ દિવાલ અને બીજા પદાર્થોના જે ભાગ છે તે બતાવો. ટેબલના બે પગની નીચે બે પથરા મુકી ટેબલને એક બાજુથી ઉંચું કરો. ટેબલની ઉપરના પાટીઆની સફાઇની આજુબાજુ

દિવાલ અને બીજા પદાર્થોના જે ભાગ આવે છે તે બતાવો. એક પાટી-આને ભીંતની સાથે જુદી જુદી રીતે મુકો અને પાટીઆની સફાઇમાંથી ભીંતનો જે ભાગ જાય છે તે બતાવવા વિદ્યાર્થીને કહો. ભીંત સફાઈ છે કે નહિ તે જાણવાને માટે શું કરવું જોઇએ ?

એક વાસણમાં પાણી ભરો. પાણીના પૃષ્ઠની સફાઇ ક્યાં છે ? એક કાગળનો કકડો લો. આ કકડો સફાઇ છે એમ સમજો. કાગળને પાણીમા વાંકો રાખી ડુબાવો. પાણીનું પૃષ્ઠ કાગળના પૃષ્ઠથી છેદાય છે ? હા આ બે સફાઇઓ જ્યાં અરસપરસ છેદે છે તે જગ્યાએ કેવી આકૃતિ માલમ પડે છે ? લીટી. એક વક્ર અને એક સીધું અથવા બન્ને વક્ર પૃષ્ઠો અરસ પરસ છેદે તેમ એ પ્રયોગ કરો. જ્યાં તેઓ છેદે છે ત્યા કેવી આકૃતિ છે ? લીટી. એ બધીજ સાધી લીટી છે ? કોઇ વક્ર અને કોઈ સીધી છે.

લીટી (સીધી અથવા વક્ર).

પાટીઆ ઉપર પટી મુકી ચાકથી પાટીઆ ઉપર એક બિંદુ મુકો ચાકને સહેજ સહેજ આગળ ખસેડી પાટીઆ ઉપર બીજાં બિંદુઓ મુકો. આ બિંદુઓથી લીટી દોરો. આ ટપકાંઓની વચ્ચે જે જગ્યા છે તેમાં ફરીથી પાસે પાસે બિંદુઓ મુકો. પહેલાં કરતાં બિદુઓની વચ્ચેનાં અંતર ઓછાં થયાં છે ? એ પ્રમાણે પાસે પાસે બિંદુઓ મુકી બિંદુઓ તદ્દન નજીક નજીક આવી જાય તેમ એક લીટી બનાવો. આ પ્રયોગમાં લીટી કેમ બની છે તે વિષે શું અનુમાન કરો છો તે પુછો.

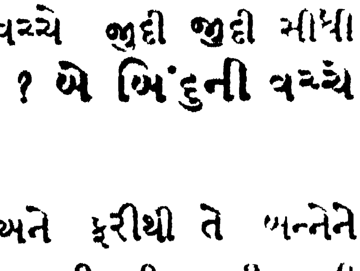
પાટીઆ ઉપર બે બિંદુઓ લો. તેને સીધી લીટીથી સાંધો; અને વચ્ચેથી વાંકી લીટીઓ દોરો. દોરીથી આ બધી લીટીઓ માપો. કયી લીટી સૌથી નાની છે ? સીધી લીટી. એ સીધી લીટી કરતાં નાની લીટી એ બિંદુઓની વચ્ચે દોરો. દોરાય ખરી કે ? નહિ. આ પ્રયોગ પરથી સીધી લીટીનો કયો ગુણ માલમ પડે છે ? ગમે તે બે બિંદુની વચ્ચેની જે જે લીટીઓ કાઢીએ તે તે લીટીઓની લંબાઇ ઉપરથી કહો કે કયી લીટી સીધી છે.

પાટીઆ ઉપર બે બિંદુઓ લો. તેમાં બે ટાંકણીઓ મારો. આ ટાંકણીની આજુબાજુ એક દોરી ખેંચી બાંધો. એ દોરીના કરતાં સહેજ લાંબી એક બીજી દોરી એ ટાંકણીની આજુબાજુ બાંધો. આ બે દોરીથી જે લીટી થાય છે તેમાં કયી સીધી લીટી જેવી દેખાય છે? બે બિંદુઓની વચ્ચે એક સીધી લીટી અને બીજી ઘણી વાંકી લીટી દોરો. એ બધી લીટીઓમાં કયી સૌથી નાની છે એ જાણવાને કયો નિયમ આ પ્રયોગ પરથી માલમ પડે છે?

પાટીઆ ઉપર બે બિંદુ લો. તેમાં ટાંકણી મારો અને તેની આસપાસ એક દોરી ખેચી બાંધો. બીજી દોરી પણ તેની આસપાસ ખેંચી બાંધો. આ બન્ને દોરી એક બીજી સાથે બરાબર મળી જાય છે કે જુદે જુદે સ્થાને પડે છે? આ ઉપરથી બે બિંદુની વચ્ચે જુદી જુદી સીધી લીટી કેટલી દોરી શકાય તે વિષે શું સમજ પડે છે? **બે બિંદુની વચ્ચે એકજ સીધી લીટી દોરી શકાય છે.**

બે બિંદુ લઇ તેને સીધા લીટીથી સાંધો અને ફરીથી તે બન્નેને સીધી લીટીથી સાંધો. આ બન્ને લીટીઓ એક બીજીથી જુદી જુદી છે? ત્યારે બે બિંદુની વચ્ચે બીજી કોઈ સીધી લીટી દોરી શકાય ખરી? નહિ. સીધી લીટીનો કયો બીજો ગુણ આ ઉપરથી માલમ પડે છે?

બે ત્રણ સીધી લીટીઓ અરસપરસ છેદે તેમ દોરો. આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે એક વાંકી લીટીને બીજી એક વાંકી લીટી અથવા સીધી લીટી છેદવા દો. બે સીધી લીટીઓ કેટલાં બિંદુમાં છેદે છે? એકજ. વક્ર લીટી કેટલાં બિંદુમાં છેદે છે? ઘણાં. ત્યારે એક કરતાં વધારે બિંદુમાં છેદે તેમ સીધી લીટી દોરી શકો ખરા કે? નહિ. આ ઉપરથી સીધી લીટીનો કયો ગુણ માલમ પડે છે?





બે સીધી લીટીઓ એક કરતાં વધારે બિંદુમાં છેદી શકે નહિ.



બે સીધી લીટીઓ ગમે તેમ દોરી તે સપાટીનો કોઈ પણ ભાગ રોકે છે કે નહિ તે જુઓ. આજુબાજુની જગ્યાઓ રોકાય તેમ બે સીધી લીટી દોરી જુઓ. મર્યાદિત થાય છે? નહિ. બે વક્ર લીટી દોરી આસપાસની જગ્યા રોકાય છે કે નહિ? હા. આ ઉપરથી સીધી લીટી અને વક્ર લીટીના કયા કયા ગુણ માલમ પડે છે? **બે સીધી લીટીથી સપાટીનો ભાગ રોકી શકાતો નથી;** પરંતુ વાંકી લીટીથી તે રોકી શકાય છે.

એક આંખ બંધ કરી બીજી આંખ આગળ ફુટપટીની સીધી કોર અથવા પાટીઆની સીધી કોર બન્ને છેડા આંખનીજ લીટીમાં આવે તેમ રાખો. એજ માફક એક વાંકી લીટી પણ આંખ અને તેના છેડા બરાબર સીધી લીટીમાં આવે તેમ ધરો. જુઓ કે બન્નેમાં શું ફેર પડે છે?

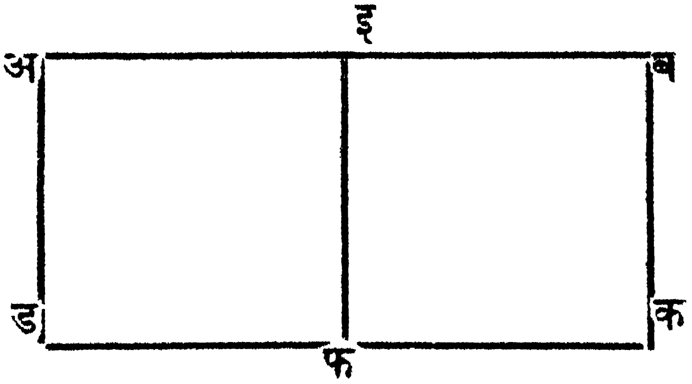
એક સીધી લીટી દોરો. પાતળા કાગળ પર બરાબર તેની નકલ કરો અને સળ વાળી તેના ચાર પાંચ ભાગ કરો. દરેક ભાગને બાકીના ભાગો ઉપર આમ તેમ ઉપર નીચે રાખી મેળવો. મેળવતાં કોઇ પણ વખતે બન્ને ભાગની વચ્ચે કાંઈ ખાલી જગ્યા રહે છે ખરી? નહિ. એક વક્ર લીટી લઈ પાતળા કાગળ ઉપર તેની નકલ કરી સળથી ચાર પાંચ ભાગ કરી ઉપર પ્રમાણે તેના ભાગો અરસપરસ બધી રીતે સરખાવો. બન્ને ભાગોની વચ્ચે કાંઇ જગ્યા રહે છે ખરી? હા. ત્યારે આ બન્ને પ્રયોગ પરથી સીધી અને વક્ર લીટીની વચ્ચે શું ફેર માલમ પડે છે? સીધી લીટીનો કોઇ પણ ભાગ તેના બીજા કોઇ પણ ભાગ ઉપર બરાબર મળી જાય છે; ત્યારે વક્ર લીટીના ભાગોની વચ્ચે ખાલી જગ્યા રહી જાય છે.

વ્યાખ્યા—જે લીટીનો કોઇ પણ ભાગ ઉંચકીને બીજા ભાગ ઉપર છેડાઓ બરાબર રાખી મેળવતાં બન્ને ભાગો બરાબર મળી જાય તે લીટીને **સીધી લીટી** કહે છે.

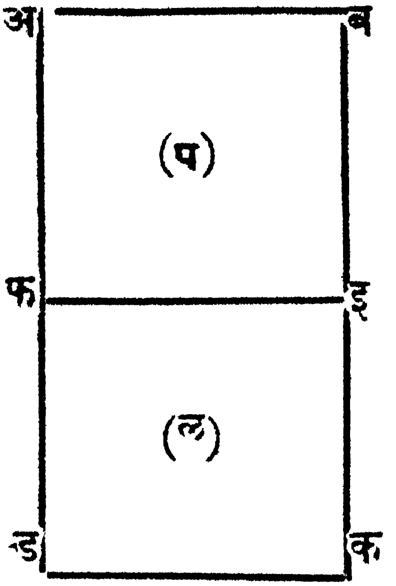
એક બિંદુ अ લેા; अ માંથી જે સીધી લીટી દેારીએ તે કયી દિશામાં જાય છે? મરજી પડે તે દિશામાં. ત્યારે એકજ બિંદુ ઉપરથી કેાઈ સીધી લીટીની દિશા નક્કી થઈ શકે? નહિ. ત્યારે સીધી લીટી નક્કી કરવાને માટે એાછામાં એાછાં કેટલાં બિંદુ જોઇએ? બે. अ, ब એ બિંદુની વચ્ચે સીધી લીટી કેવી રીતે દેારશેા?

એ લીટી આપી હેાય તેા તેમાં સીધી કયી અને વક્ર કયી તે પારખવાને માટે તેના છેડાની આસપાસ દેારી કેવી રીતે બાંધશેા? એક છેાકરાથી બીજા છેાકરા સુધી લીટી દેારવી હેાય તેા તે કેવી રીતે કાઢશેા? બાગમાં ઝાડા સીધી લીટીમા છે કે નહિ તે જાણવા માટે માળી શું કરે છે?

अ ब क ड એક કાગળનેા કકડેા ૧૬ ઈંચ લાંબેા અને ૮ ઈંચ પહેાળેા લેા. એમાં સળ વાળી બરાબર બે ભાગ કરી એ ભાગ કાગળમાં બતાવવાના છે. ધારેા કે તે કાગળનેા કકડેા પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે છે. એ આકૃતિમાં इ फ લીટી શું બતાવે છે? જે જગ્યાએ अ ब क ड કાગળના કકડામાં સળ વાળ્યેા છે તે જગ્યા. इ फ લીટીથી શરૂ કરી એક પછી એક એમ अ ड સુધી લીટીએા દેારેા. ધારેા કે એવી ૮ લીટી દેારી છે. ત્યારે अथी इ સુધીની જગ્યા કેટલી લીટીથી ભરાઈ ગઇ છે? આઠ. अइ ની લંબાઇ શું છે? આઠ ઈંચ ત્યારે દરેક લીટી કાગળનેા કેટલામેા ભાગ બતાવે છે? એક ઈંચ. ત્યારે દરેક લીટી એક ઈંચ પહેાળાઇનેા ભાગ બતાવે તેા इफ લીટી ખરેખર એક ઈંચ પહેાળી (જાડી) છે? તે કેટલી પહેાળી છે? इफ સળ ઉપરથી કાગળ ફાડીએ તેા इफ સળ કાગળના કયા ભાગમાં જશે? કેાઈ પણ ભાગમાં इफ ન જાય એવી રીતે આપણે કાગળને ફાડી શકીએ ખરા કે? હા. ત્યારે इफ સળની ખરી પહેાળાઇ શું? કાંઇ નહિ. इफ સળ કેવી આકૃતિ છે? લીટી. ત્યારે इफ સળની પહેાળાઇ નથી તેા इफ લીટીની પહેાળાઈ હેાઈ શકે ખરી કે?



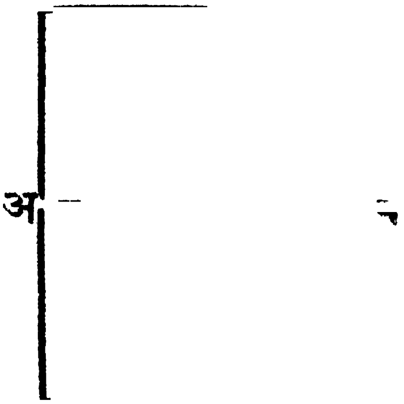
નહિ. આ ઉપરથી લીટીનો કયો ગુણ માલમ પડે છે? **લીટીને પહોળાઇ નથી.**



ધારો કે **अबकड** જેવું કોઇ ખેતર प, ल એ ભાઇઓને સરખે ભાગે વહેંચવાનું છે. તેથી તેઓએ **अबइफ, फइकड** જેવા બે સરખા ભાગ કરી એકેક ભાગ લીધો. ધારો કે **प** એ ઉપલો ભાગ અને ल એ નીચેનો ભાગ લીધો; ત્યારે પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે જે ભાગ પડ્યા છે તેની વચ્ચે કાંઈ જગ્યા રહી છે? કાંઈ જગ્યા રહી છે એવો જવાબ મળે તો એ જગ્યા બે ભાઈમાંથી કોની પાસે જાય છે એ તમારે કહેવું જોઇએ. બન્ને ભાગો વચ્ચે જગ્યા નથી ત્યારે **फइ** લીટી આપણે દોરી છે તે શું બતાવે છે? કોઇ જગ્યા નહિ. **फइ** લીટીથી લઈ **अब** લીટી ઉપર પાસે પાસેની લીટી દોરો. ધારો કે એવી ૧૦ લીટી દોરી છે. ત્યારે **फइ** થી **अब** સુધીની જગ્યા દશ લીટીથી ભરાઇ ગઈ છે. ત્યારે **फअ** ૧૦ વાર લાંબી હોય તો દરેક લીટી કેટલી પહોળી જગ્યા બતાવે? એક વાર પહોળી **फइ** લીટી એક વાર પહોળી જગ્યા બતાવે ત્યારે તેની ઉપરથી એક વાર જાડી કે પહોળી જગ્યા જે છે તે કોના ભાગમાં જાય છે? **प** અને ल ના ભાગોની વચ્ચે કાંઇ જગ્યા રાખવાનું કારણ નથી ત્યારે **फइ** લીટી શું કામ દોરી હશે? **फइ** લીટી કાંઈ જગ્યા બતાવતી નથી ત્યારે ખરેખરી રીતે એ લીટી શું બતાવે છે? **प** નો ભાગ ક્યાં પુરો થાય છે અને ल નો ભાગ ક્યાં શરૂ થાય છે એ **फइ** થી બતાવાય છે; ત્યારે **इफ** લીટી ખરેખરી રીતે બન્ને ભાગો વચ્ચે શું બતાવે છે? બન્ને ભાગોની **હદ કે મર્યાદા.**

બે ઘણાજ સાફ લાકડાના ઘન લો અને એ સાફ સફાઇઓને બરાબર મેળવી વળગાવીએ તો બન્નેની આકૃતિ કેવી રીતે કહીશું?

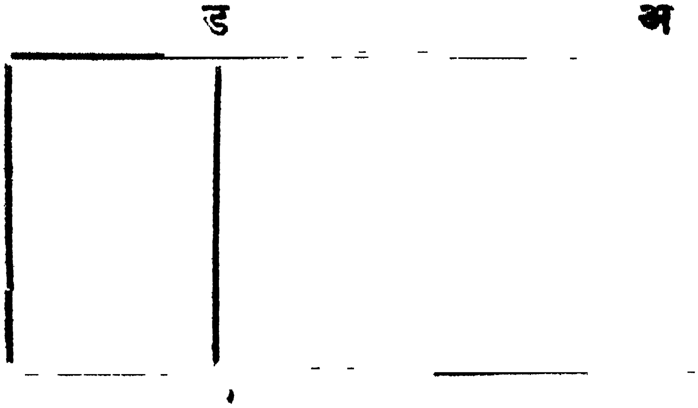
પાસેની આકૃતિમાં **अब** લીટી કાગળ પર થોડીક જગ્યા રોકે છે ત્યારે એ ઘનની વચ્ચે કાંઇ થોડીક ખાલી જગ્યા રહે છે એવું કાંઈ આ ઉપ રથી માલમ પડે ખરૂં ? નહિ. ત્યારે **अब** લીટી શું કામ કાઢી હશે ? બે ભાગની હદ અથવા મર્યાદા બતાવવાને. એક સફેદ કાગળનો કકડો લો. તેના થોડાક ભાગ ઉપર કોઇ પણ રંગ લગાડો. ત્યારે કોરો ભાગ અને રંગીન ભાગની વચ્ચેની જે હદ છે તેનો કેવો રંગ છે ? તેનો રંગ નથી ત્યારે એ હદ બતાવનારી લીટી કેટલી પહોળી છે ? એ હદની લીટી કાંઈ પણ પહોળી (જાડી) હોઈ શકે ખરી ? નહિ.



ઉપલા પ્રયોગમાં જ્યાં બે ભાગો એક બીજાની પાસે મળે છે અથવા બે ઘન એક બીજાની સાથે વળગે છે ત્યાં તે જગ્યા કેટલી પહોળી છે ? (બીલકુલ) નહિ. તેમ લબાઈ છે ખરી ? હા.

એ હદ બતાવવાને માટે જે લીટી આપણે દોરીએ તેને થોડીક પહોળાઇ તો છે પણ સમૂળકીજ પહોળી ન હોય એવી જગ્યા બતાવવાને શું કામ આપણે કાંઇક પહોળી એવી લીટી દોરી છે ? કાંઈ પણ પહોળાઈ વગરની લીટી આપણે દોરી શકીએ ખરા કે ? નહિ. કાંઇક પહોળાઈ વગરની લીટી દોરી શકાય નહિ તેથી આપણે કાંઇક પહોળી લીટી દોરીએ છીએ. **ખરેખરી રીતે જોતાં લીટીને કાંઇ પણ પહોળાઈ નથી.**

* પાસેની એક ખેતરની આકૃતિમાં **क**થી એક કરોડીએ **ड** સુધી પોતાનો તંતુ બાંધ્યો છે. એ ખેતરનું સ્કેલ આપ્યું હોય તો એ તંતુની લંબાઇ આપણે કહી શકીએ ખરા કે? ધારો કે ૧ ઇંચે ૧૦ ફુટનું



લીટી દોરવાનો હેતુ—કોઇ પદાર્થ ક્યાંથી શરૂ થાય છે? ક્યાં પુરો થાય છે? તેનો આકાર કેવો છે? અથવા તે કયી દિશામાં જાય છે? એ બતાવવાને માટે આપણને લીટી દોરવી પડે છે. તેથી તેને લંબાઈ છે પણ (ખરી) પહોળાઇ નથી. આવી વ્યાખ્યા લીટીની આપી છે. બહુજ પાતળો દોરો લઇએ તો તે લીટી બતાવે ખરો? નહિ કારણ શું? પૃથ્વી પરના અક્ષાંશ વૃત્ત, રેખાંશ વૃત્ત, વગેરે લીટી ખરી કે? કારણ આપો. ત્યારે લીટીને લંબાઈ, પહોળાઈ, અને જાડાઇ પૈકી કયો પરિમેય હોય છે? **લંબાઈજ.** ત્યારે લીટીને કેટલા પરિમેય હોય છે તે કહો. **એકજ.**

બિંદુ.

એકમેકને છેદે તેમ બે લીટી **અ મ બ**, **ક મ ડ** દોરો. **અ મ બ**, **ક મ ડ** લીટી જ્યાં અરસપરસ છેદે ત્યાં **મ** આગળનો ભાગ રહેવા દઇ બાકીનો ભાગ ભૂસી–કાઢી નાંખો. **મ** આગળનો રહેલો ભાગ જુઓ. ત્યારે જે જગ્યાએ બે લીટીઓ છેદે ત્યાં કેવી આકૃતિ હોય છે તે કહો. બિંદુ.

એક દશાંશ ઇંચ જાડી બે લીટીઓ **મ** માં છેદે તેમ દોરો. ત્યારે **મ**

સ્કેલ આપ્યુ છે. ત્યારે **કડ** તંતુ કેટલો લાંબો છે? **કડ** માપો. ધારો કે તે ૧૨ ઇંચ લાંબો છે ત્યારે ૧૨ ને ૧૦ થી ગુણી જે ગુણાકાર આવે તેટલા ફુટ સમજવા. **કડ** લીટી કેટલી પહોળી છે? કાંઇ નહિ એવો જવાબ મળે. **કડ** થી લઇ આકૃતિના છેડા સુધી એકેકની પાસે પાસે લીટી દોરો. ધારો કે ૧૮૦ લીટી એ પ્રમાણે દોરવાથી બધી જગ્યા પુરાઈ ગઈ. **બ** સુધીનું અંતર જો ૧૫ ફુટ હોય તો દરેક લીટી ૧૫×૧૨=૧૮૦=૧ ઇંચ અંતર બતાવે છે. કરોળીઆએ તંતુ બાંધ્યો છે તે તંતુ લીટી જો એક ઇંચ પહોળાઇ બતાવે તો તે તંતુ લીટી એક ઇંચ પહોળી કેમ ન હોય? જેમ લીટીની લંબાઈ ઉપરથી તંતુની લંબાઇ કાઢી છે તેમ તેની પહોળાઇ કેમ ન કાઢી શકીએ? તંતુની પહોળાઈ બરાબર બતાવે એવી લીટી દોરો. આવી લીટી દોરી શકાય ખરી કે? નહિ. ત્યારે લીટીને પહોળાઈ નથી એમ આપણે માની શકીએ ખરા કે? હા.

આગળની આકૃતિ કેવી છે ? બિંદુ. એની પહોળાઈ (જાડાઇ) શું ? એક દશાંશ ઇંચ. એક વીશાંશ જાડી બે લીટી જે જગ્યાએ–બિંદુમાં છેદે ત્યાં તે બિંદુની જાડાઈ શું ? એક વીશાંશ ઇંચ. ત્યારે ખરૂં જોતાં ખરી લીટીને કાંઇ પણ જાડાઇ (પહોળાઇ) છે ? નહિ. ત્યારે કાંઈ પણ જાડાઈ વગરની બે લીટીઓ જે બિંદુમાં–જગ્યામાં–છેદે તે બિંદુની જાડાઇ–પહોળાઇ શું ? કાઇ નહિ. બે લીટીઓ અરસપરસ છેદે ત્યારે જે જગ્યાએ તે છેદે ત્યાં શું હોય છે ? બિંદુ લીટીને કાંઇપણ પહોળાઇ નથી ત્યારે બિંદુને પણ કાંઈ પહોળાઈ છે ? નહિ. ત્યારે બિંદુ ફકત અમુક જગ્યા બતાવે છે, એટલે તેને ફકત **સ્થિતિ** એટલે તેનું **સ્થાનજ** છે.

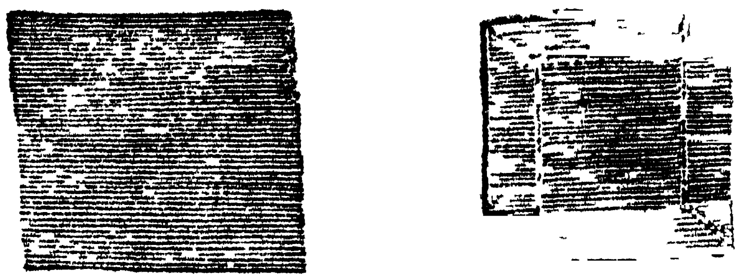
આ ઉપરથી બિંદુની વ્યાખ્યા શું હોઈ શકે ? **જેને ફક્ત સ્થિતિજ હોય પરંતુ કાંઈ પણ પરિમાણ–મહત્ત્વ ન હોય તેને બિંદુ કહે છે.** "મહત્ત્વ" એટલે લંબાઈ, પહોળાઈ, વગેરે.

વર્તુળનું મધ્ય બિંદુ, બાલનો છેડો, સોયની અણી, ખુણાનો છેડો, ગુરૂત્વ મધ્ય, વગેરેમાં બિંદુ કોણ છે અને કોણ નથી તે કહો.

સમૂળકીજ પહોળાઇ ન હોય એવી લીટી દોરી શકાય નહિ; તેમજ સમુળકીજ લંબાઇ અને પહોળાઇ ન હોય એવું બિંદુ પણ કાઢી શકાય નહિ. તેથી ઉપલી વ્યાખ્યાઓ જે લીટી કે બિંદુ આપણે કાઢીએ તેને ખરેખરી રીતે લાગુ પડી શકતી નથી.

એક બિંદુને આગળ અને આગળ ખસેડીએ તો તેમ કરવાથી આપણને **લીટી** મળે છે.





તેમજ એક લીટીને આગળ અને આગળ ખસેડીએ તો તેમ કરવાથી આપણે **સફાઇ** બનાવી શકીએ છીએ.

અને તેજ પ્રમાણે એક સફાઇને આગળને આગળ ખસેડીએ તો તેમ કરવાથી આપણે એક **ઘન** બનાવીએ છીએ.

નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧લાનો પ્રાયોગિક ભાગ સમાપ્ત.

નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧ લો. સિદ્ધ ભાગ.

વિભાગ ૨ જો. પ્રમેય ભાગ.

§ ૧૨. પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ અને સ્વીકૃત કૃત્ય, વગેરે.

કર્તવ્ય ભાગમાં આપણે જોયું છે કે આપેલાં સાહિત્યની મદદથી યા કાગળ વાળવાની રચનાથી જે આકૃતિઓ કરી છે તે આકૃતિનાં અમુક તત્ત્વો સાહિત્યોની મદદથી પ્રયોગ કરી આપણે અમુક સબંધદર્શક બતાવ્યાં છે; પણ તેને માટે કોઈ પણ રીતે આપણે કાંઇ **તર્કશાસ્ત્રની રીતે** સાબિતિ આપી નથી; હવે કોઈ પણ આકૃતિ લઇ તેની અમુક સત્યતા તર્કશાસ્ત્રના નિયમથી સિદ્ધ કરવી જોઇએ, પછી તેનાં અવયવો સર્વ માપી શકાય એવાં હોય યા ન હોય. આ કામ ભૂમિતિના **સિદ્ધ ભાગનું** છે અને આ ભાગમાં તે આપણે હાથ ધરીશું.

સિદ્ધ ભાગમાં જે તર્કશાસ્ત્રના નિયમથી સિદ્ધ થાય તેજ સત્યતા લઈ શકાય છે, તેથી કોઇ પણ બાબત આપણે કહેવા તત્પર થયા તો તેને માટે જો આપણી પાસે સબળ કારણ પુષ્ટિ અર્થે હોય તોજ તે કહેવી. નહિ તો કોઇ પણ બાબત આશરે સત્ય લાગવાથી અંગીકાર કરવી નહિ. ઉપર દર્શાવેલાં કારણ સિવાય પણ આ કારણોથી કર્તવ્ય ભાગથી સિદ્ધ ભાગ ચઢતો છે એમ કહી શકાશે. જે જે કારણો આપણે આપણા સિદ્ધ ભાગમાં આપીશું તે તે આપણે પાછળના ભાગમાં સિદ્ધ કરી ગયા હશે, અથવા વ્યાખ્યામાં આવ્યાં હશે અથવા **પ્રત્યક્ષ પ્રમાણથી** લીધાં હશે. આ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો એવાં છે કે તે સાદામાં સાદાં છે; અને નહિ કે તે કોઈ પણ સત્યતા ઉપરથી ભૂમિતિની રીતે સાબિત કરવામાં આવ્યા છે અને એથી વધારે સાદાં એવાં પ્રમાણ નીકળી શકતાં નથી; **તે કોઇ પણ સામાન્ય માણસને પણ સત્ય લાગે છે તેથી તેને પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો કહેવામાં આવે છે.** દરેક શાસ્ત્રીય વિષયમાં પ્રત્યક્ષ પ્રમાણની ખાસ

જરૂર છે અને એવાં પ્રમાણો દરેક શાસ્ત્રમાં અંગીકાર કરવામાં આવ્યાં છે અને તેની મદદથી ગહન સિદ્ધાંતો સાબિત કરવામાં આવ્યા છે; તેજ પ્રમાણે ભૂમિતિશાસ્ત્રમાં પણ ભૂમિતિનાં **પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો** છે અને તેની મદદથી ભૂમિતિના સિદ્ધાંતો સાબિત કરવામાં આવે છે. સિદ્ધ ભાગમાં જેમ જેમ વધારે પ્રત્યક્ષ પ્રમાણોની જરૂર પડશે તેમ તેમ તેઓ કહેવામાં આવશે. અત્રે નીચેનાં પ્રમાણો* કહેવામાં આવ્યાં છે:—

રામની ચોપડીની કીંમત ત્રણ રૂપીઆ છે અને ગોવિંદની ચોપડીની કીમત ત્રણ રૂપીઆ છે તો રામ અને ગોવિંદની ચોપડીની કીમતો બરાબર છે કારણ કે બન્ને ચોપડીની કીમત ત્રણ ત્રણ રૂપીઆ છે. માટે

(૧) જે પરિમિતો એકજ પરિમિતની બરાબર છે તે અરસપરસ બરાબર છે.

રામ અને ગોવિંદ પાસે પાંચ પાંચ રૂપીઆ છે અને દરેકને બબ્બે રૂપીઆ આપ્યા હોય તો બન્ને પાસે સાત સાત રૂપીઆ થશે કારણ કે બન્ને પાસે સરખા રૂપીઆ હતા અને બન્નેને સરખા રૂપીઆ આપ્યા છે. માટે

(૨) સમ પરિમિતોમાં સમ પરિમિતો ઉમેરીએ તો સરવાળો બરાબર છે.

રામ અને ગોવિંદ પાસે દશ દશ રૂપીઆ છે અને દરેકની પાસેથી બબ્બે રૂપીઆ લઇ લીધા હોય તો બન્નેની પાસે આઠ આઠ રૂપીઆ રહે છે; કારણ કે બન્નેની પાસે સરખા રૂપીઆ હતા અને બન્નેની પાસેથી સરખા રૂપીઆ લઇ લીધા છે. માટે

(૩) સમ પરિમિતોમાંથી સમ પરિમિતો લઈ લઇએ તો બાદબાકી સમ પરિમિતો રહે છે.

---

* આ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો ને સ્વીકૃત કૃત્યો વિદ્યાર્થી પાસે મ્હોડે કરાવવાનાં નથી પરંતુ શિક્ષકે તેની યોગ્ય સમજ આપવી.

રામ અને ગોપાળ પાસે ત્રણ ત્રણ રૂપીઆ હોય અને બન્નેના રૂપીઆ ચાર ચાર ગણા કર્યા હોય તો બન્ને પાસે ૧૨, ૧૨ રૂપીઆ થશે કારણ કે બન્ને પાસે સરખા રૂપીઆ છે અને બન્ને રકમ સરખી ગણી કરી છે. માટે

(૪) સમ પરિમિતો એકજ ગણા કર્યા હોય તો ગુણાકાર પણ સમ પરિમિતો છે.

ગોવિંદ અને ગોપાળ પાસે વીશ વીશ રૂપીઆ છે અને દરેકની પાસેના રૂપીઆના પાંચ પાંચ સરખા ભાગ કર્યા હોય તો દરેકની પાસે ચાર ચાર રૂપીઆ રહેશે, કારણ કે બન્નેની પાસે સરખા રૂપીઆ છે અને બન્ને રકમના સરખા ભાગ કર્યા છે માટે

(૫) સમ પરિમિતોના સરખા ભાગ કર્યા હોય તો ભાગાકાર પણ સમ પરિમિતો છે.

(૬) આખી વસ્તુ તેના કોઈપણ ભાગથી મોટી છે. (અથવા કોઇ પણ ભાગ એકમથી નાનો છે.)

વળી એક કાગળને બીજા ઉપર મૂકતાં જો બરાબર અરસપરસ વધ્યા ઘટયા વગર આવી રહે તો તે બરાબર હોવા જોઇએ; અથવા તો

(૭) એક બીજાની સાથે અરસપરસ મળી જતા પરિમિતો બરાબર છે.

ઉપરનું દૃષ્ટાંત ફક્ત કાગળ માટે છે; પણ ઉપરનુ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ કોઇ પણ વસ્તુને લાગુ પડે છે. ભાવાર્થ કે કોઈ પણ લીટી, ખુણો યા આકૃતિને ઉંચકી, બીજી લીટી, ખુણા યા આકૃતિ ઉપર અનુક્રમે મૂકતા અરસપરસ સરખાવવાથી વધ્યા ઘટયા વિના અવી રહે ત્યારે તે રીતિને **સ્થાનોપરિ સ્થિતિ** અથવા **સમાધાન સ્થિતિ** કહે છે; અને પહેલો પરિમિત બીજાની ઉપર **સ્થાનોપરિ સ્થિત** કહેવાય છે.

આ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો અત્રે આપ્યાં છે તેથી એમ નહિ સમજવું કે

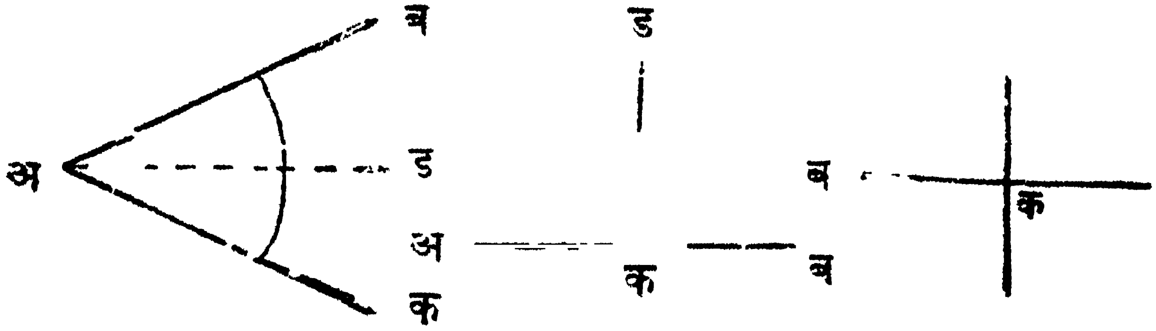
એનો ઉપયોગ અત્યાર સુધી આપણે કર્યો નથી; સામાન્ય રીતે દરેક કાર્યમાં એનો ઉપયોગ થાય છે અને તેથીજ તેની સત્યતાની કાંઇ પણ સાબિતી જોઇતી નથી.

સીધી લીટીની વ્યાખ્યા ઉપરથી સ્પષ્ટ થાય છે કે બે આપેલાં બિંદુની વચ્ચે હંમેશાં એકજ સીધી લીટી હોઈ શકે છે. કારણ કે જો બે બિંદુની વચ્ચે બે સીધી લીટી હોય તો બન્નેની દિશા બે આપેલાં બિંદુની દિશા હોઇ શકતી નથી, અથવા તો બે સીધી લીટીથી અવકાશની સીમા થઈ શકતી નથી. અને બે સીધી લીટીઓને–એકની ઉપર બીજીને–એ પ્રમાણે મૂકીએ અને એકને બીજીની આસપાસ એક છેડો (બન્નેને) સ્થિર રાખી ફેરવીએ તો તે ફરતી લીટી સ્થિર લીટી સાથે એક ખુણો કરે છે. આ ખુણો કરતી વખતે ફેરમાં એવી જગ્યામાં તે આવશે કે તેથી પ્રથમના ખુણાના બે સરખા ભાગ થશે; આવી ફરતી લીટી એક ખુણાના બે સરખા ભાગ કરતી સ્થિતિમાં એકજ વખતે આવશે. વળી ઉપરની ફરતી લીટી જો ફરતી ફરતી દ્વિકાટખુણ ખુણો કરે તો તે એવી એક જગ્યામાં આવી હશે કે તે જગ્યાએ આડી લીટીને તે લંબ થશે, એટલે કે તે દ્વિકાટખુણ ખુણાના બે સરખા ભાગ કરશે. ફરતી લીટીની આવી સ્થિતિ ૦° થી ૧૮૦° નો ખુણો ફરીને કરતી વખતે એકજ વખત આવશે. એજ પ્રમાણે જો अब લીટી ઉપર क બિંદુ अ થી ब તરફ જાય તો તે એવી એક જગ્યાએ આવશે કે તે તે જગ્યાએ अ અને ब બન્ને છેડાથી સરખે અંતરે છે. અને ફરતા બિંદુની આવી સ્થિતિ એકજ આવશે. આ ઉપરથી આપણે નિઃશંક ધારી શકીએ કે

(૧) એક ખુણાના બે સરખા ભાગ કરી શકાય છે.

(૨) એક સીધી લીટી ઉપર એક લંબ દોરી શકાય છે.

અને (૩) એક સમર્યાદ સીધી લીટીના બે સરખા ભાગ કરી શકાય છે.



(૧) ∠बअड = ∠कअड. (૨) कड ⊥ अब. (૩) बक = अक.

કર્તવ્ય ભાગમાં આપણે જોયું છે કે ઘણી જાતના પ્રશ્નોમાં સાહિત્યની મદદ લેવી પડે છે; અને તે ચોક્કસ માપનાં હોય છે. સિદ્ધ ભાગમાં આવાં ચોક્કસ માપવાળાં સાહિત્યો અને એટલાં બધા સાહિત્યોની જરૂર નથી. કારણ કે એ ભાગમાં જે કાંઈ સિદ્ધ કરીશું તે તેવી જાતના કોઈ પણ પરિમિતને લાગુ પડશે અને કોઇ કોઇ પરિમિતનાં ચોક્કસ માપ લઈ શકાતાં નથી; તેથી સિદ્ધ ભાગમાં જો કાંઇ પણ સાહિત્યની મદદ લેવી પડે છે તો તે નીચેનાં છેઃ—

(૧) એક સીધી આંકણી (ઇંચ વગેરેમાં આંકેલી હોય યા ન હોય);

(૨) કંપાસ યા કર્કટ.

આ સાહિત્યોની જરૂર નીચેનાં કામમાં પડે છે. યુક્લિડના સમયથી ભૂમિતિશાસ્ત્રકારોએ કોઈ પણ સત્યતા ભૂમિતિમાં તર્કશાસ્ત્રના નિયમને અનુસરી સાબિત થઈ શકે તેટલા માટે નીચેનાં સાદાં અને સહેલાં કાર્ય અંગીકાર કરેલાં છે. એ કાર્યો એવાં છે કે કોઇ સારો ચિત્રકાર એની મેળેજ તેઓને એ સાહિત્યો વિના સહેલાઇથી કરી શકે છે; અને તે વખતે એ સાહિત્યોની મદદ જરૂરની પણ નથી. એ પ્રમાણે અંગીકાર થએલાં કાર્યોને **સ્વીકૃત કૃત્ય** કહે છે; એટલે કે એ કૃત્યો આપણે સ્વીકારી લીધેલાં છે.

સ્વીકૃત કૃત્યઃ—

(૧) એક બિંદુથી બીજા બિંદુ સુધી એક સીધી લીટી દોરી શકાય છે.

(૨) એક સીધી લીટીને તેની પોતાની લંબાઈમાંજ લંબાવી શકાય છે.

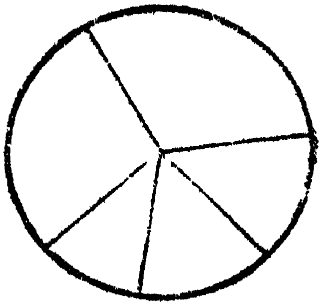
क ‐ ‐ ‐ ‐ ख ‐ ‐ ‐ ‐ ‐ ‐ ‐ ‐ ‐ ‐ ‐ ‐ अ

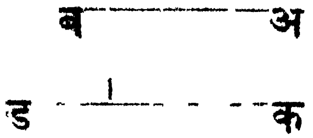
(૩) કોઈ પણ બિંદુ મધ્ય બિંદુ લઇ અને કોઈ પણ ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુળ દોરી શકાય છે.

(૪) કંપાસથી મોટી લીટીમાંથી એક નાની લીટી બરાબર ભાગ પાડી શકાય છે. અને

(૫) એક લીટીને બે, ત્રણ, ચાર,....ગણી કરી શકાય છે.

આ સિવાય બીજાં પણ સ્વીકૃત્ય કૃત્યો આપેલાં છે પણ તે ઘણાંજ સહેલાં છે અને ક્વચિતજ વાપરવામાં આવે છે; જેમ કે અવકાશમાં એક બિંદુ લેવું, એક લીટીને બીજી લીટી ઉપર મૂકવી, વગેરે. સ્વીકૃત કૃત્યોને આપણે શરૂઆતમાંજ સ્વીકૃત યા કબુલ કરીએ છીએ. પહેલા સ્વીકૃત કૃત્યમાં બે બિંદુની વચ્ચે સીધી લીટી દોરવી હોય તો આંકણી મૂકી આંકણી સાથે પેન્સીલ ફેરવી બન્નેને સાંધીએ તો બન્ને સીધી લીટીથી સંધાય છે. તેમજ બીજા સ્વીકૃત કૃત્યમાં કોઈ પણ સમર્યાદ લીટી આપી હોય અને તેને લંબાવવી હોય તો તેની સાથે બરાબર આંકણી મૂકી આંકણી બરાબર મરજી પડે તે દિશામાં તેને લંબાવાય છે. આ બન્ને કૃત્યોમાં કોઈ પણ જગ્યાએ એવું કહેલું નથી કે બન્ને બિંદુની વચ્ચે આટલુંજ અંતર છે (પાંચ ઈંચ) યા સમર્યાદ લીટી આટલીજ લાંબી છે (૨·૪ ઇંચ) અને તેને આટલીજ લંબાવવી; બિંદુઓ ગમે ત્યાં આપ્યાં હોય છે અને સમર્યાદ લીટીને ગમે તેટલી લંબાવી શકાય છે. ત્રીજા સ્વીકૃત કૃત્યમાં ત્રિજ્યા જે લીટીની બરાબર લેવાની હોય તે લીટીના છેડા ઉપર કંપાસના છેડા ગોઠવવા અને તીણો છેડો આપેલા મધ્ય બિંદુ ઉપર મૂકી ચાક અથવા પેન્સીલવાળા બીજા છેડાને તે મધ્ય બિંદુની આસપાસ બધી બાજુએ તેટલીજ ત્રિજ્યા રાખી ફેરવી વર્તુળ દોરવો.





આ ઉપરથી કંપાસનો એક મુખ્ય ઉપયોગ જોવામાં આવે છે કે અમુક અંતરને એક સ્થાનથી બીજા સ્થાનમાં લઇ જવું હોય તો તે કંપાસની મદદથી લઇ જઇ શકાય છે. તેમજ એક મોટી લીટી ઉપરથી નાનો કટકો કાપવો હોય (अब બરાબર) તો મોટી લીટીના છેડા ઉપર મધ્ય બિંદુ રાખી નાની લીટીની ત્રીજ્યા લઇ જો એક વર્તુળનું કાંસ મોટી લીટીને છેદે તેમ દોરીએ તો તરતજ જોઇએ તેવડો કટકો મળી આવે છે.

આ સ્વીકૃત્ય કૃત્યો મુખ્ય છે અને સાદામાં સાદાં છે તેમજ એ સિવાયનાં ઉપર બતાવેલાં બીજાં ત્રણ કૃત્યો પણ (જેવાં કે ખુણો દુભાગવાનું, લીટી દુભાગવાનુ અને લીટી ઉપર લંબ દોરવાનુ) ધારી લીધેલાં છે. જો કે આ કૃત્યોની સિદ્ધતા આગળ આવેલી છે; તો પણ આપણુ કામ સરળ કરવાને માટે સિદ્ધ થયા અગાઉ તેઓને ધારી લીધાં છે.

કર્તવ્ય ભાગમાં બતાવ્યા પ્રમાણે આકૃતિઓ સપાટ સફાઇમાં હોય છે (અને નક્કર આકૃતિ યા ઘન આકૃતિ પણ હોય છે). આ ભાગમાં ફક્ત સપાટ સફાઇમાં જે લીટી યા આકૃતિ દોરી શકાય છે તેવીજ લીટી યા આકૃતિઓનાં ગુણ અને રચનાનું વર્ણન કરવામાં આવશે. આ પ્રમાણે વિષયનું વર્ણન કરવાને માટે દરેક સત્યતા જુદા જુદા પ્રકરણમાં બતાવવામાં આવી છે. ભૂમિતિના જે ભાગમાં સપાટ સફાઈની આકૃતિનું વર્ણન કરવામાં આવે છે તેને **સપાટ ભૂમિતિ** કહે છે. અને જુદી જુદી સત્યતા બતાવનાર પ્રકરણને **સિદ્ધાંત** કહે છે. કોઈ વખત એકજ પ્રકરણ યા સિદ્ધાંતમાં જુદી જુદી સત્યતાઓ બતાવી છે, પણ તેનુ કારણ એટલુંજ છે કે એવી સત્યતાઓ અરસપરસ નિકટ સંબંધ ધરાવે

છે. એક સિદ્ધાંતમાં સાબિત થએલી સત્યતા આગળના કોઈ પણ સિદ્ધાંતમાં સાબિતિ તરીકે આપી શકાય છે, અને એક પછી એક એમ જુદા જુદા સિદ્ધાંતમાં પાછળનાથી ચઢતી, યા સ્વતંત્ર સત્યતા સાબિત કરવામાં આવી છે. સત્યતાના સ્વરૂપ પ્રમાણે સિદ્ધાંતના નીચેના બે ભાગ કર્યા છેઃ—

(૧) **પ્રમેય.** જે સિદ્ધાંતમાં કાંઇ સાબિત કરવામાં આવ્યું છેઃ- જેમકે કોઈ પણ ત્રિકોણના ત્રણ ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે, યા કોઈ પણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેનાં બાજુ અને ખુણા બરાબર છે, તેને **પ્રમેય** કહે છે. પ્રમેયમાં કોઇ વખતે નવું કાર્ય કરવામાં આવે છે પણ ફકત તે અમુક ગુણ સાબિત કરવાને માટે જ અંગીકાર કરવામાં આવ્યુ હોય છે; અને તે એવા સિદ્ધાંતનો મુખ્ય ઉદ્દેશ નથી.

પ્રમેયમાં મુખ્ય ઉદ્દેશ કાંઈ પણ સાબિત કરવાનોજ છે.

(૨) **કૃત્ય.** જે સિદ્ધાંતમાં કોઇ પણ ભૂમિતિની રચના કરવામા આવી હોય છે તેને **કૃત્ય** કહે છે. પ્રમેય સિદ્ધાંતમાં જ્યારે કાંઈ સાબિત કરવાનુ હોય છે ત્યારે કૃત્ય સિદ્ધાંતમાં હંમેશાં કાંઈકિ નવી રચના કરવાની હોય છે જેમકે આપેલા ખુણાની બરાબર એક ખુણો બનાવવો અથવા એક આપેલી લીટીના અમુક સરખા ભાગ કરવા, વગેરે.

આ નવી રચના કરવી એજ કૃત્યનો મુખ્ય ઉદ્દેશ છે.

વળી કોઈ પણ સિદ્ધાંતના પાંચ ભાગ સામાન્ય રીતે હોય છે.—

(૧) સિદ્ધાંતમાં જે કાંઈ સાબિત કરવાનુ હોય અથવા નવું રચવાનું હોય તેવી સત્યતા જે સામાન્ય શબ્દસમૂહમાં કહેવામાં આવી હોય તે સમૂહને સિદ્ધાંતની **સામાન્ય પ્રતિજ્ઞા** અથવા **ઉદ્દેશ** કહે છે જેમકે કોઈ પણ ત્રિકોણના ત્રણ ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર થશે

(૨) જે ભાગમાં સામાન્ય પ્રતિજ્ઞામાં જે કાંઇ ફકત શબ્દ સમૂહમાં કહેવામાં આવ્યું હોય તેનું આકૃતિ સહિત ખાસ શબ્દોમાં વર્ણન કર્યું

હોય તેને **વિશિષ્ટ પ્રતિજ્ઞા યા સાધન** કહે છે. જેમ કે (૧) માં બતાવેલ સાધારણ પ્રતિજ્ઞાને ત્રિકોણની આકૃતિ કાઢી ખુણામાં નામ આપી કહેવું ફલાણા ત્રિકોણના ફલાણા ત્રણ ખુણાઓ બે કાટખુણા બરાબર **થશે.**

(૩) સિદ્ધાંતની સત્યતા બતાવવાને માટે અથવા કાંઈ નવું કરવા માટે જે કાંઈ નવી લીટી યા આકૃતિ દોરવામાં આવે તે ભાગને સિદ્ધાંતની રચના કહે છે. જેમકે (૧) માં બતાવેલી પ્રતિજ્ઞાને આકૃતિ સાથે વર્ણવ્યા પછી સમાન્તર સીધી લીટી દોરવી અને પાયાને લંબાવવો એ રચના છે.

(૪) જે ભાગમાં સાબિતિ સહિત પ્રમેયની સત્યતા બતાવી આપી હોય અથવા કૃત્યનું કાર્ય કરી આપ્યુ હોય તે ભાગને સિદ્ધાંતની **સાબિતિ** યા **સિદ્ધતા** કહે છે; જેમકે (૧) માં બતાવેલી સત્યતા સાબિત કરી આપવી યા એક ખુણાની બરાબર બીજો નવો ખુણો કરવો, વગેરે.

(૫) સિદ્ધાંતના પાંચમા અને છેલ્લા ભાગમાં પ્રતિજ્ઞામાં બતાવેલ સત્યતા યા કાર્ય થઈ રહ્યું છે એમ કહેવામાં આવે છે અને એ ભાગ **સમાપ્તિ** અથવા **નિગમન કહે છે.**

ઉપલા પૃથક્કરણથી સ્પષ્ટ થશે કે કોઇ પણ સિદ્ધાંતમાં પ્રતિજ્ઞા—સામાન્ય અને વિશિષ્ટ—અને સમાપ્તિમાં તર્કશાસ્ત્રની મદદ જોઇતી નથી; કારણ કે જે સાધારણ શબ્દોમાં કહ્યું હોય તે તેના ચોક્કસ શબ્દોમાં કહેવામાં આવે છે. **મુખ્ય ભાગો રચના અને સિદ્ધતા છે.** કારણ કે સિદ્ધાંતમાં એવી રચના લેવી જોઇએ કે જેથી માગેલી સત્યતા બતાવી શકાય અને સાબિતી એવી અંગીકાર કરવી જોઇએ કે જેથી સિદ્ધાંતમાં માગેલી સત્યતા નીકળી શકે; આ ભાગોમાં તર્કશાસ્ત્રનો પ્રવેશ થાય છે માટે આ ભાગનું મનન ઘણા આગ્રહપૂર્વક કરવુ પડે છે.

વળી કાંઈ પણ સિદ્ધ કરવામાં આવ્યું હોય અથવા બનાવવામાં આવ્યું હોય તે ઉપરથી નિકટ સંબંધ ધરાવનારી કોઇ પણ સત્યતા નીકળી શકતી હોય તો તેને તે સિદ્ધાંતનો **ઉપસિદ્ધાંત** કહે છે. આ ઉપસિદ્ધાંતની સત્યતા તેની ઉપરના સિદ્ધાંત પરથી તરતજ દેખાઈ આવે છે અને તે

માટે સામાન્ય રીતે જુદી સિદ્ધાંત આપવામાં આવતી નથી, પણ તેને સિદ્ધાંતના ઉપસિદ્ધાંત તરીકે લેખવામાં આવે છે, અને તેને સિદ્ધાંતના અનુમાન તરીકે આપવામા આવે છે.

કોઇ પણ પ્રતિજ્ઞામાં બે ભાગ હોય છે, જે ભાગ આપેલો હોય તેને **પક્ષ** કહે છે અને જે માગેલો હોય તેને **સાધ્ય** કહે છે.

દરેક પ્રમેયમાં કાંઇ પણ સિદ્ધ કરવાનુ હોય છે અને કૃત્યમાં કાંઇ પણ રચવાનું હોય છે તેથી પ્રમેય અને કૃત્ય પુરૂ થતાં અનુક્રમે **પ્ર૦ સિ૦** અને **કૃ૦ કૃ૦** યા **પ્રમેય સિદ્ધ** અને **કૃત્ય કૃત** એવા શબ્દો લખાય છે

ભૂમિતિનાં કાર્યમાં નીચે પ્રમાણે સંજ્ઞા તથા ચિહ્ન આપવામાં આવ્યાં છે –

∴ માટે, અથવા તેથી;	∵ કારણ કે;	મી મીટર;
= બરાબર યા બરાબર છે;	∠ ખુણો;	" ઇંચ
△ ત્રિકોણ.	∟ કાટખુણો.	' ફુટ.
‖ સમાન્તર સીધી લીટીઓ.	⊥ લંબ	મી મી. મીલીમીટર
સ૦ ચ૦ = ‖ કોણ = સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ;		સે. મી. સેન્ટીમીટર
≡ સર્વ સમાન કે એકરૂપ. (બધી રીતે બરાબર).		ડે મી. ડેસીમીટર
> મોટી છે.	< નાની છે.	

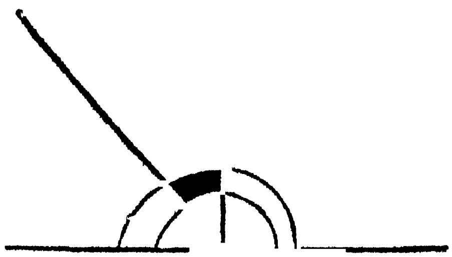
શરૂઆતમાં આ સંજ્ઞા ધીમે ધીમે વાપરવામાં આવે અને વિદ્યાર્થીઓને અનુભવ થયા પછીજ ધીમે ધીમે વધારે સંજ્ઞા વાપરતા જવું.

§ ૧૩. સીધી લીટી અને તેથી થતા ખુણાઓનો સંબંધ.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧.

પ્રતિજ્ઞા સામાન્ય. એક સીધી લીટીની એકજ બાજુએ બીજી સીધી લીટીથી થતા પાસે પાસેના ખુણા બન્ને મળીને બે કાટખુણાની બરાબર છે.

પ્રતિજ્ઞા વિશિષ્ટ. **अब** સીધી લીટીની એકજ બાજુએ **डक** સીધી લીટી **अकड** અને **बकड** એ પાસે પાસેના ખુણા કરે છે; ત્યારે તે બન્ને મળીને બે કાટખુણાની બરાબર થશે.



રચના. ધારો કે **क** બિંદુમાંથી **अब** ઉપર **कइ** લંબ દોરી છે. (સ્વી.)
સિદ્ધતા. કારણ કે **अकड** અને **बकड** ખુણા મળીને **अकइ**, **इकड** અને **डकब** ખુણા બરાબર છે. (પ્ર૦ પ્ર૦)

અને તેમજ **अकइ** અને **इकब** ખુણા મળીને એજ ત્રણ **अकइ**, **इकड** અને **डकब** ખુણા બરાબર છે. (પ્ર૦ પ્ર૦)

તેથી ∠**अकड** અને ∠**बकड** = ∠**अकइ** અને ∠**इकब**; (પ્ર૦ પ્ર૦)

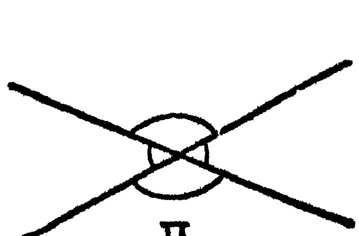
પણ ∠**अकइ** અને ∠**इकब** = ૨ કાટખુણા; (રચના)

નિગમન. તેથી ∠**अकड** અને ∠**बकड** = બે કાટખુણા. (પ્ર૦પ્ર૦) **પ્ર૦ સિ૦**

ઉપસિદ્ધાંત ૧. જો કોઇ બે સીધી લીટી એક બીજીને છેદે તો *છેદનબિંદુ આગળ થતા ચાર ખુણાનો સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે.

કારણ કે ∠**अमक**+∠**कमब** મળી બે કાટખુણા બરાબર છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧)

અને ∠**बमड** + ∠**डमअ** મળી પણ બે કાટખુણા બરાબર છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧)

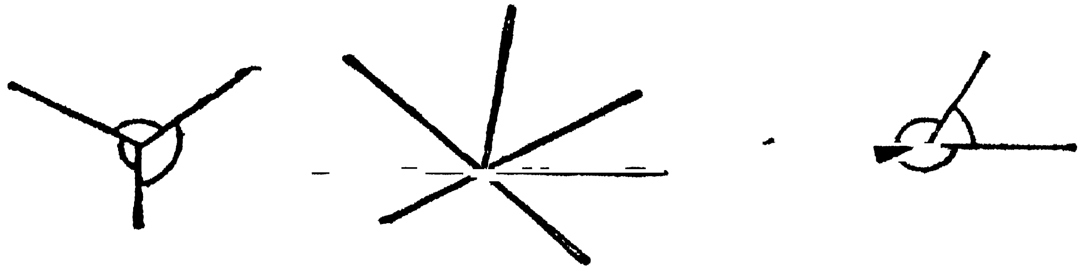


*બે અથવા વધારે લીટીઓ જે બિંદુમાં છેદે તેને છેદનબિંદુ કહે છે.

∴ એ ચાર ખુણા મળી ચાર કાટખુણા બરાબર છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૨. ગમે તેટલી સીધી લીટીઓ એકજ બિંદુમાં આવી મળે તો આ છેદનબિંદુ આગળ થતા બધા ખુણાનો સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે.

કારણ કે ગમે તે એક લીટીને લંબાવીએ તો સામાન્ય છેદનબિંદુ આગળના સર્વ ખુણાઓ ચાર કાટખુણા બરાબર છે. (ઉ૦ સિ૦ ૧)



પ્રશ્નો.

૧. ૨૭°, ૫૩°, ૧૧૨°, ૧૭૯°, ૨૧′, ૫૯′, ૧૦૧°, અને ૫૨′ના ન્યૂનતાપૂરક યા દ્વિકાટખુણપૂર્ણી ખુણા કહો.

૨. ૧૨′, ૨૩′, ૪૯°, ૫૫° ના કોટિખુણા યા એક કાટખુણપૂર્ણી ખુણા કહો.

૩. જો એક સીધી લીટી બીજી સીધી લીટીને છેદીને એક ખુણો કાટખુણો કરે તો બાકીના ખુણાઓ પણ કાટખુણા છે એમ બતાવો.

૪. સરખા ખુણાના કોટિખુણાઓ બરાબર છે એ સિદ્ધ કરો.

૫. સરખા ખુણાના ન્યૂનતાપૂરક ખુણા બરાબર છે એમ બતાવો.

૬. △ अबक માં ∠ अबक=∠ अकब અને बकને બન્ને દિશામાં લંબાવીએ તો બતાવો કે એ પ્રમાણે થતા બહારના ખુણા પણ બરાબર છે.

૭. △ अबक માં ∠ अबक = ∠अकब અને अब અને अकને લંબાવીએ તો બતાવો કે પાયાની બહારના ખુણા પણ બરાબર છે.

૮. જો એક સીધી લીટી ઉપર બીજી સીધી લીટી પડે તે પાસે પાસેના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ અરસપરસ લંબ છે

૯. એકજ શાખાલીટીની આસપાસ બે ખુણા (દરેક) ૭૫°ના છે તે બન્નેને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખુણો કેવડો ?

૧૦ એકજ શાખાલીટીની આસપાસ બે ખુણાઓ ૭૨° અને ૧૦૮° ના છે તો બન્નેને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખુણો કેવડો ?

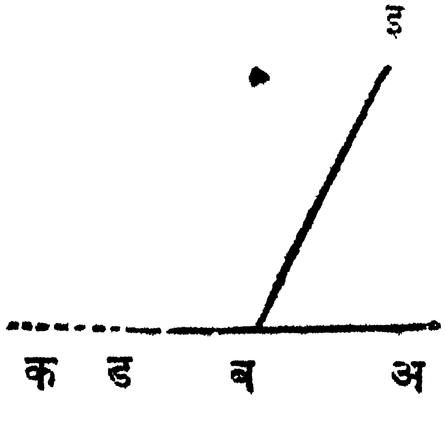
૧૧. ત્રણ ખુણાઓ અનુક્રમે ૬૭°, ૧૧૦° અને ૩૩° ના એકજ શિરોબિંદુ આગળ પાસે પાસે છે. જો ત્રણેને દુભાગીએ તો છેલ્લી અને પહેલી દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખુણો કેવડો ?

૧૨. પ્રશ્ન ૧૧ મામાં બબ્બે દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેના ખુણા કેવડા

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨.

સામાન્ય પ્રતિજ્ઞા. જો પાસે પાસેના ખુણા ન્યૂનતાપૂરક હોય તો તે ખુણાની બહારની શાખાલીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં છે.

વિશિષ્ટ પ્રતિજ્ઞા કે સાધન ∠ अबइ અને ∠ डबइ પાસે પાસેના ખુણા ન્યૂનતાપૂરક છે, ત્યારે તેની બહારની શાખાલીટીઓ अब અને डब એકજ સીધી લીટીમાં થશે; એટલે अबड સીધી લીટી થશે.



રચના. अब ને क સુધી લબાવો. (સ્વી૦ કૃ૦)

સિદ્ધતા કારણ કે अबक એક સીધી લીટી છે, અને इब તેની ઉપર પડે છે

∴ ∠अबइ અને ∠कबइ ન્યૂનતાપૂરક છે. (પ્ર૦ સિ ૧)

પણ ∠अबइ અને ∠डबइ ન્યૂનતાપૂરક છે, (પ્રતિજ્ઞા)

∴ ∠अबइ + ∠डबइ = ∠अबइ + ∠कबइ. (પ્ર૦ પ્ર૦)

એ બન્ને જોડમાંથી સામાન્ય ∠अबइ લઈ લેા;

∴ ∠डबइ = ∠कबइ. (પ્ર૦ પ્ર૦)

અને આ બે સરખા ખુણાઓની એક શાખાલીટી बइ સામાન્ય છે. અને એ ખુણાઓ એ સામાન્ય શાખાલીટીની એકજ બાજુએ છે;

∴ बक, बड એકજ સીધી લીટીમા હોવી જોઇએ.

અને अबक એક સીધી લીટી છે, (રચના)

નિગમન. ∴ अबड પણ સીધી લીટી છે. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો.

૧. अब ની સાથે बक અને बड વિરૂદ્ધ બાજુ ઉપર અનુક્રમે ૬૫° અને ૧૧૫° ના ખુણા કરે છે તેા बक અને बड એકજ સીધી લીટીમા છે.

૨. बक સાથે વિરૂદ્ધ બાજુએ बअ અને बड અનુક્રમે એકેક કાટખુણો કરે છે તો बअ અને बड એકજ સીધી લીટીમાં છે.

૩. ∠बअक = ૬૦° અને बअ = ૨" અને अक = ૨"; ∠बअक ને દુભાગનારી લીટી बक ને ड માં મળે છે તેા बड અને डक માપેા, અને ∠अडब ના ન્યૂનતાપૂરક અને કોટિખુણા કહેા.

૪. अबक લીટીની વિરૂદ્ધ બાજુએ ∠अबड અને ∠कबइ બરાબર છે તેા બતાવો કે डब અને बइ એકજ સીધી લીટીમાં છે.

૫. પાસે પાસેના ખુણાઓને દુભાગનારી લીટીઓ જો કાટખુણે હોય તો એ ખુણાની બહારની શાખા લીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં છે.

૬. સામસામેના ખુણાને દુભાગનારી લીટીએા એકજ સીધી લીટીમાં છે એમ સિધ્ધ કરેા.

૭ કેાઈ પણ પેન્સીલને વચ્ચેથી પકડી આમ તેમ ફેરવીએ તેા તેના બન્ને ભાગેા સરખા ખુણામાંથી ફરશે.

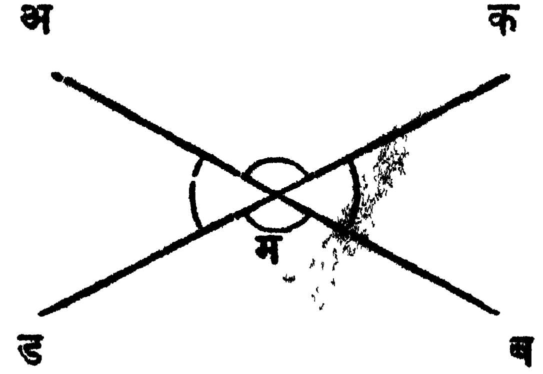
૮. अबक અને डबइ સીધી લીટીએા એક બીજીને ब માં છેદે તેા ∠अबइ + ∠ इबक = ? અને ∠इबक + ∠कबड = ?

૯. એકજ લીટીની આસપાસ બે ખુણાએા ૭૨° અને ૧૦૮°ના છે તેા બહારની શાખાલીટીએા એકજ સીધી લીટીમાં છે ?

૧૦. બે સીધી લીટીએા એકજ બિંદુમાં છેદે તેા સામસામેના ખુણાની કેટલી જોડ થશે ?

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૩.

સામાન્ય પ્રતિજ્ઞા. જો બે સીધી લીટીએા એક બીજીને છેદે તેા સામસામેના ખુણાએા બરાબર છે.



વિશિષ્ટ પ્ર૦. अब અને कड બે સીધી લીટીએા म બિંદુમાં છેદે છે તેા ∠अमक = ∠बमड થશે; અને ∠अमड = ∠कमब થશે.

સિધ્ધતા. ∵ कड એક સીધી લીટી છે અને अम તેની ઉપર પડે છે,

∴ ∠अमक + ∠अमड = ૨ કાટખુણા. (પ્ર૦ સિ૦ ૧)

અને ∵ डम, अब ઉપર પડે છે,

∴ ∠अमड + ∠बमड = ૨ કાટખુણા. (પ્ર૦ સિ૦ ૧)

∴ ∠अमक + ∠अमड = ∠अमड + ∠बमड (પ્ર૦ પ્ર૦)

આ બન્ને સરખી જોડમાંથી સામાન્ય ∠अमड લઈ લેા;

નિગમન. ∴ ∠अमक = ∠बमड; (પ્ર૦ પ્ર૦)

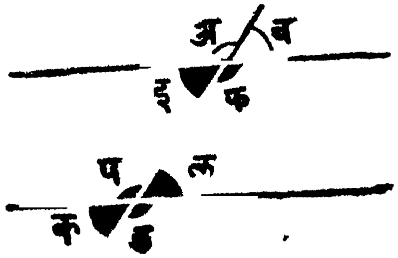
અને તેજ પ્રમાણે ∠अमड = ∠कमड પણ છે. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નેા.

૧. ઉપલા સિદ્ધાંતમાં ∠अमड = ∠कमब છે તે પૂર્ણ સિદ્ધતા લખી એ સિદ્ધાંત સાબિત કરેા.

૨. કેાઈ પણ ત્રિકેાણુની સઘળી બાજુએા બંને દિશામાં લંબાવી કહેા કે કયા કયા ખુણા બરાબર છે

૩. નીચેની આકૃતિમાં જો ∠अ = ∠इ તેા ∠इ = ∠फ; જો ∠ब = ∠ल તેા ∠इ = ∠क; જો ∠ब = ∠ल, તેા ∠फ = ∠ड અને ∠इ = ∠ल; જો ∠इ + ∠प = ૨ ⌊, તેા ∠फ + ∠ल = ૨ ⌊, ∠ब + ∠ड = ૨ ⌊, અને ∠अ + ∠क = ૨ ⌊ છે.



૪. બે લીટીએા એક બીજીને છેદે તેા એક ખુણાને દુભાગનારી લીટીની સામેના ખુણાને પણ દુભાગે છે એમ સાબિત કરેા.

૫. સામસામેના ખુણાને દુભાગનારી લીટીએા એકજ સીધી લીટીમાં છે

૬. પ્રમેય સિદ્ધાંત ૩જાની આકૃતિમાં જો

(૧) ∠अमक = ૬૧°, તેા બીજા ખુણા કેવડા ?

(૨) ∠अमक + ∠बमड = ૨૨૦° તેા બીજા ખુણા કેવડા ?

૬. સામસામેના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં છે એમ સિદ્ધ કરો.

૭. કોઈ પણ પેન્સીલને વચ્ચેથી પકડી આમ તેમ ફેરવીએ તો તેના બન્ને ભાગો સરખા ખુણામાંથી ફરશે.

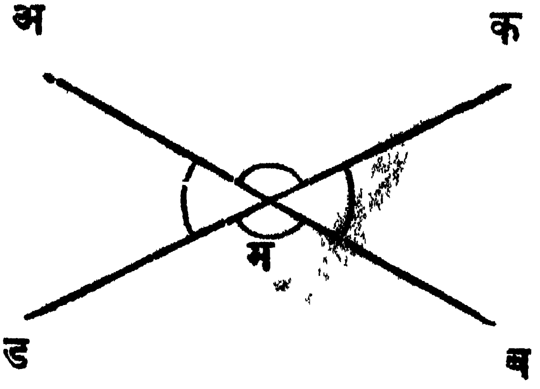
૮. अबक અને डबइ સીધી લીટીઓ એક બીજીને ब માં છેદે તો ∠अबइ + ∠ इबक = ? અને ∠इबक + ∠कबड = ?

૯. એકજ લીટીની આસપાસ બે ખુણાઓ ૭૨° અને ૧૦૯°ના છે તો બહારની શાખાલીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં છે ?

૧૦. બે સીધી લીટીઓ એકજ બિંદુમાં છેદે તો સામસામેના ખુણાની કેટલી જોડ થશે ?

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૩.

સામાન્ય પ્રતિજ્ઞા. જો બે સીધી લીટીઓ એક બીજીને છેદે તો સામસામેના ખુણાઓ બરાબર છે.



વિશિષ્ટ પ્ર૦. अब અને कड બે સીધી લીટીઓ म બિંદુમાં છેદે છે તો ∠अमक = ∠बमड થશે; અને ∠अमड = ∠कमब થશે.

સિદ્ધતા. ∵ कड એક સીધી લીટી છે અને अम તેની ઉપર પડે છે,

∴ ∠अमक + ∠अमड = ૨ કાટખુણા. (પ્ર૦ સિ૦ ૧)

અને ∵ डम, अब ઉપર પડે છે,

∴ ∠अमड + ∠बमड = ૨ કાટખુણા. (પ્ર૦ સિ૦ ૧)

∴ ∠अमक + ∠अमड = ∠अमड + ∠बमड (પ્ર૦ પ્ર૦)

આ બન્ને સરખી જોડમાંથી સામાન્ય ∠अमड લઈ લો;

નિગમન. ∴ ∠अमक = ∠बमड; (પ્ર૦ પ્ર૦)

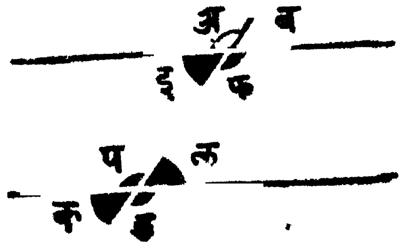
અને તેજ પ્રમાણે ∠अमड = ∠कमड પણ છે. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો.

૧. ઉપલા સિદ્ધાંતમાં ∠अमड = ∠कमब છે તે પૂર્ણ સિદ્ધતા લખી એ સિદ્ધાંત સાબિત કરો.

૨. કોઈ પણ ત્રિકોણની સઘળી બાજુઓ બંને દિશામાં લંબાવી કહો કે કયા કયા ખુણા બરાબર છે

૩. નીચેની આકૃતિમાં જો ∠अ = ∠इ તો ∠इ = ∠फ; જો ∠ब = ∠ल તો ∠इ = ∠क; જો ∠ब = ∠ल, તો ∠फ = ∠ड અને ∠इ = ∠ल; જો ∠इ + ∠प = ૨ ∟, તો ∠फ + ∠ल = ૨ ∟, ∠ब + ∠ड = ૨ ∟, અને ∠अ + ∠क = ૨ ∟ છે.



૪. બે લીટીઓ એક બીજીને છેદે તો એક ખુણાને દુભાગનારી લીટીની સામેના ખુણાને પણ દુભાગે છે એમ સાબિત કરો.

૫. સામસામેના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં છે.

૬. પ્રમેય સિદ્ધાંત ૩જાની આકૃતિમાં જો

(૧) ∠अमक = ૬૧°, તો બીજા ખુણા કેવડા ?

(૨) ∠अमक + ∠बमड = ૨૨૦° તો બીજા ખુણા કેવડા ?

(૩) ∠अमक + ∠अमड + ∠डमब = ૨૩૧° તો દરેક ખુણો કેવડો ?

૭. बड, ∠अबक ને દુભાગે છે તો बड ઉપર ∠अबक ને એવડ વાળીએ ત્યારે अब કયાં પડશે ? अब बक ની બહાર અને અંદર ક્યારે ક્યારે પડશે ?

૮. બે લીટીઓ એક બીજીને છેદતા એક ખુણો ૧૫° નો કરે છે તો બાકીના ખુણા કેવડા ?

૯. ત્રણ લીટીઓ એકજ બિંદુમા છેદતા પાસેપાસેના બે ખુણા ૨૫° અને ૬૧° ના કરે છે તો બાકીના ખુણા કેવડા ?

૧૦. એક ચતુષ્કોણમાં બાજુઓ અનુક્રમે લંબાવતાં બહારના ખુણા ૮૬°, ૧૧૫°, ૭૫°, ૮૪°, થાય છે તો તેની પાસેના ખુણા કેવડા ?

૧૧. એક આંકણી એક લીટી ઉપર ફરીને ૨૭°, ૧૧૨°, ૭૭°, અને ૪૮° ના ખુણા કરે છે તો તેની પાસેના અને સામેના ખુણા તે કેવડા કરશે ?

§૧૪. સમાન્તર સીધી લીટી અને તેથી થતા ખુણાઓનો સબંધ.

સમાન્તર સીધી લીટીઓ એકજ સફાઇમાં હોવી જોઇએ. જો એક લીટી એક ચોપડી પર હોય અને બીજી લીટી એક સ્લેટ પર હોય અને આ લીટીઓ જો કે ગમે તેટલું લંબાવવાથી મળતી નથી તો પણ આ ભૂમિતિમાં એવી સમાન્તર લીટીઓ લેવામાં આવી નથી. આ ભૂમિતિમાં એકજ સફાઇમાં પડતી સમાન્તરો લીધી છે, બે લીટી ઉપર એક આડી લીટી પડે અને એ પ્રમાણે જે જે ખુણાઓ બબ્બે લીટીથી થાય છે તેની સમજણ માટે કર્તવ્ય ભાગમાં જુઓ.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૪ થો વિદ્યાર્થીને ભારી લાગશે માટે તે શીખવવા અગાઉ શિક્ષકે નીચે પ્રમાણે પ્રયોગ કરી બતાવવો:—

अब, कड એ લીટીને છેદતી એક **पफ** લીટી દોરો અને તેમાં ∠ **अइल** અને ∠ **इलड** દરેક ૭૦° નો કરો; પછી ∠ **बइल** અને ∠ **इलक** નાં માપ લો.

પછી **इलड** ભાગની નકલ પાતળા કાગળ પર કરો. અને તેને ફેરવીને (ડાબા હાથ તરફ) **कलइअ** ભાગ ઉપર એવી રીતે મૂકો કે **इल** લીટી **लइ** સાથે મળી જાય **इब, लड** નુ શું થાય છે? કારણ શું?

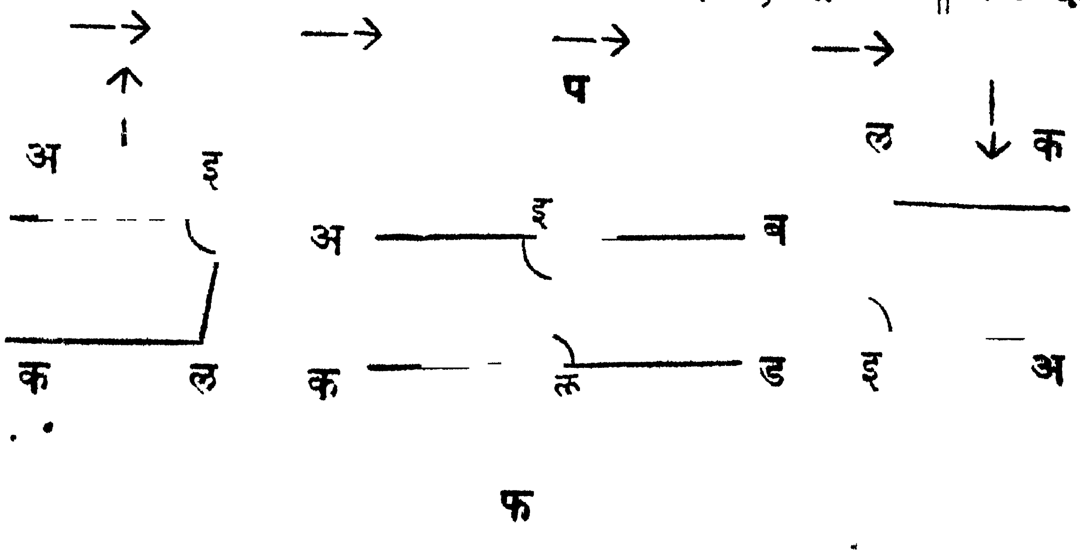
જો **इअ, लक** ને લંબાવતા તેઓ મળે તો **लड, इब** ને વિષે શું અનુમાન કરો? તેથી **अइब, कलड** વિષે શુ અનુમાન કરો?

જો **इअ, लक** ને લંબાવતા તેઓ ન મળે તો શુ અનુમાન નીકળે છે? આ પ્રમાણે બતાવો કે **अब** ‖ **कड** છે.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૪.

એક સીધી લીટી બીજી બે સીધી લીટીને છેદે ત્યારે જો વ્યુત્ક્રમ ખુણાનુ જોડકું બરાબર હોય તો **તે** બે લીટીઓ સમાન્તર સીધી લીટીઓ છે.

अब, कड બે સીધી લીટીને **पफ** એક આડી સીધી લીટી **इ, ल** માં અનુક્રમે છેદે છે ત્યારે જો ∠ **अइल** = ∠ **इलड**, તો **अब** ‖ **कड** થશે.



આકૃતિમાંથી अइलक ભાગ (કાપીને કે નકલ કરીને) છૂટો કરી તીરની દિશામાં ફેરવીને એવી રીતે મુકો કે ल,इ ઉપર અને इ,ल ઉપર પડે.

∵ इल = लइ અને ∠अइल = ∠इलड, ∴ इअ, लड ઉપર પડશે.

અને ∵ ∠अइल = ∠इलड, ∴ તેઓના ન્યૂનતાપૂરક ∠बइल = ∠कलइ (?)

∴ लक, इब ઉપરજ પડશે.

હવે જો अब, कड લીટીઓ સમાન્તર ન હોય તો તેઓ લંબાવતાં જમણી કે ડાબી બાજુએ મળશે. ધારો કે તેઓ ब, ड તરફ લંબાવતાં મળે છે. પણ लड, इब ની જે દિશા છે તેજ इअ, लक ની પણ છે; તેથી इअ, लक પણ अ, क તરફ લંબાવતાં મળશે. એટલે

अब, कड બે સીધી લીટી અવકાશનો ભાગ રોકી શકે છે. પણ એ બન્ને સીધી લીટી હોવાથી એ અશક્ય છે.

∴ કોઈ પણ બાજુ પર अब, कड મળે નહિ. ∴ अब ∥ कड છે. પ્ર. સિ.

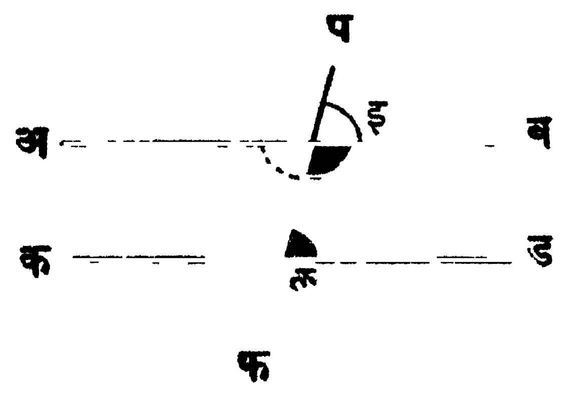
પ્રમેય સિધ્ધાંત ૫.

જો એક સીધી લીટી બીજી બે સીધી લીટીને છેદે ત્યારે જો—

(૧) બહારનો એક ખુણો આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના માંહેના સામેના ખુણાની બરાબર હોય; અથવા

(૨) આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના માંહેના બે ખુણાનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર હોય;

તો તે બે લીટીઓ સમાન્તર સીધી લીટીઓ છે.



પફ આડી લીટી **अब**, **कड** બે સીધી લીટીને અનુક્રમે **इ**, **ल** માં છેદે છે. ત્યારે

(૧). જો બહારનો ∠**पइब** = ∠**पलड** હોય, તો **अब** ‖ **कड** થશે.

કારણકે ∠**पइब** = ∠**पलड**,

અને ∠**पइब** = ∠अइल, (પ્ર૦ સિ. ૩)

∴ ∠अइल = ∠इलड (∠**पलड**), (પ્ર. પ્ર.)

પણ આ વ્યુત્ક્રમ ખુણા છે,

∴ પ્રમેય સિદ્ધાંત ૪ પ્રમાણે **अब** ‖ **कड** છે.

(૨). જો ∠बइल + ∠इलड = ૨ ∟, તો **अब** ‖ **कड** થશે.

કારણ કે ∠बइल + ∠इलड = ૨ ∟, (પ્રતિજ્ઞા)

અને ∠बइल + ∠अइल = ૨ ∟, (પ્ર૦ સિ૦ ૧)

∴ ∠बइल + ∠इलड = ∠बइल + ∠अइल. (પ્ર૦ પ્ર૦)

બન્ને જોડમાંથી સામાન્ય ∠बइल લઈ લો,

∴ ∠इलड = ∠अइल (પ્ર૦ પ્ર૦)

પણ આ વ્યુત્ક્રમ ખુણા છે,

∴ પ્રમેય સિદ્ધાંત ૪ પ્રમાણે **अब** ‖ **कड** છે. **પ્ર૦ સિ૦**

ઉપસિદ્ધાંત. જો બે સીધી લીટી બન્ને ત્રીજી સીધી લીટીને લંબ હોય તો તે બે સમાન્તર સીધી લીટી છે.

પ્રશ્નો. (સિ. ૪ ને ૫ ઉપર).

૧. સિદ્ધાંત ૪ થાનો ઉપસિદ્ધાંત સાબિત કરો.

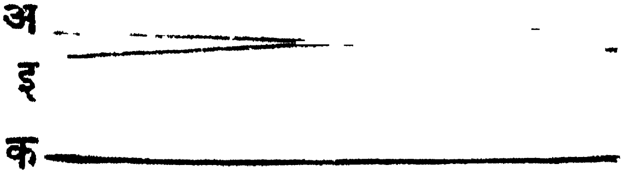
૨. બે અથવા વધારે સમાન્તર લીટીને મળતી આડી લીટીઓ જો ‖ ને લબ હોય તો એ પ્રમાણે થતા ચતુષ્કોણો સમાન્તરબાજુ છે.

૩. **अबकड** ચતુષ્કોણમાં ∠**बअक** = ∠**अकड** અને ∠ड अ क = ∠अ क **ब** તો ચતુષ્કોણ સમાન્તર બાજુ છે એમ બતાવો.

૪ अबकड ચતુષ્કોણમાં ∠अ = ∠ब અને बक = अड; તેા આકૃતિને કાપીને, ફેરવીને અને મૂળ સ્થિતિમા પાછી ગેાઠવીને બતાવેા કે अब || कड,

૫. લીટીના પરિવર્તનથી ખુણેા થાય છે એ સત્યતાને આધારે ઉપલેા સિદ્ધાંત સાબિત કરેા.

પ્રત્યક્ષ પ્રમાણુ. એક બીજીને છેદતી બે લીટીએા બન્ને ત્રીજી લીટીને સમાન્તર હેાઈ શકે નહિ. અથવા કેાઈ પણ બિંદુમાંથી એકજ લીટી આપેલી લીટીને સમાન્તર દેારી શકાય છે.



अब, इफ અરસપરસ છેદે છે

આ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ પ્લેફેરનુ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ કહેવાય છે

નેાટ. જો अब, कड સમાન્તર હેાય તેા अब, कड વચ્ચેનું અંતર બધી જગ્યાએ એકજ છે. અને अबને इफ છેદે છે તેથી कड, इफ વચ્ચેનું અંતર अब, कड વચ્ચેના અંતર કરતાં કેાઈ જગ્યાએ વધે અને કેાઈ જગ્યાએ ઘટે; તેથી इफ, कड વચ્ચેનું અંતર એકજ રહી શકે નહિ; તેથી इफ, कड સમાન્તર હેાઈ શકે નહિ

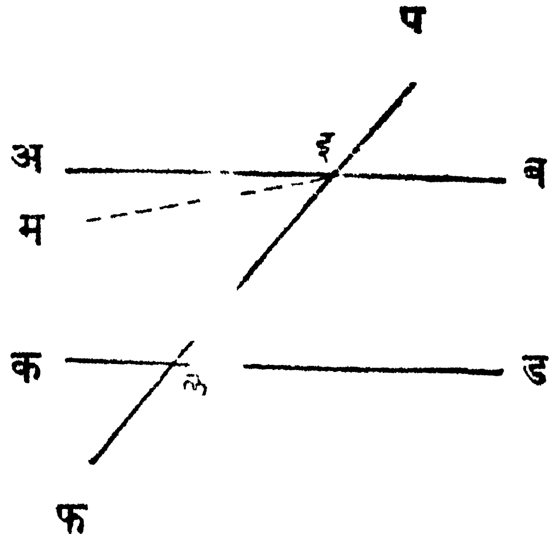
પ્રમેય સિદ્ધાંત ૬.

જો એક સીધી લીટી બે સમાન્તર સીધી લીટીને છેદે તેા

(૧) વ્યુત્ક્રમ ખુણાએા બરાબર છે.

(૨) બહારનેા ખુણેા માંહેના સામેના આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના ખુણાની બરાબર છે; અને

(૩) આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના માંહેના બે ખુણાનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે.



अब, कड બે સમાન્તર સીધી લીટીને पफ એક આડી સીધી લીટી અનુક્રમે इ, ल માં છેદે છે તો

(૧) ∠अइल = ∠इलड થશે;

(૨) બહારનો ∠पइब = મ હેના સામેના ∠इलड થશે; અને

(૩) માંહેના ∠इलड + ∠ बइल = ૨ ⌊ થશે.

(૧). જો ∠अइल, ∠इलड ના બરાબર ન હોય તો

ધારો કે ∠मइल = ∠इलड છે.

∵ ∠मइल = ∠इलड, ∴ मइ ∥ कड છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૪)

પણ अब ∥ कड;

∴ मइ અને अइब બન્ને ∥ कड છે.

પણ એ અશક્ય છે. (પ્લેફેરનું પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ)

∴ ∠अइल = ∠इलड ન હોય એ અશક્ય છે.

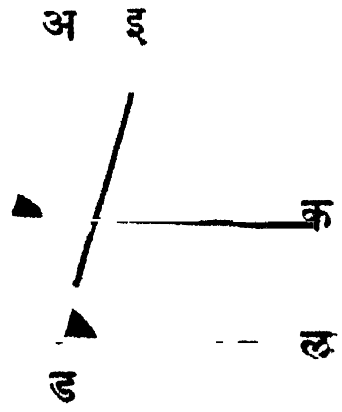
∴ ∠अइल = ∠इलड છે.

(૨). હવે ∠अइल = ∠इलड, (સિદ્ધ)
અને ∠पइब = ∠अइल, (પ્ર૦ સિ૦ ૩)
∴ ∠पइब = ∠इलड. (પ્ર૦ પ્ર૦)
(૩). હવે ∠अइल = ∠इलड; (સિદ્ધ)
બન્નેમાં ∠बइल ઉમેરીએ તેા
∠अइल + ∠बइल = ∠इलड + ∠बइल (પ્ર૦ પ્ર૦)
પણ ∠अइल + ∠बइल = ૨ ∟ (પ્ર૦ સિ૦ ૧)
∴ ∠इलड + ∠बइल = ૨ ∟ છે. (પ્ર૦ પ્ર૦). પ્ર૦ સિ૦

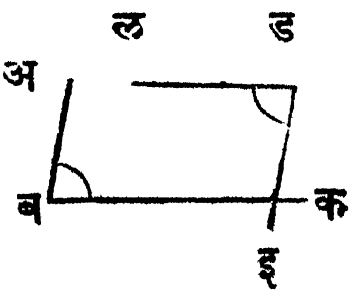
ઉપસિધ્ધાંત. કેાઈ પણ ખુણાની શાખાલીટીઓની સમાન્તર બે લીટીઓ દેારી હેાય તેા આ બે લીટીનેા અંતર્ખુણેા આપેલા ખુણાની બરાબર છે, અથવા ન્યૂનતાપૂરક છે.

अबक આપેલેા ખુણેા છે અને बअ સમાન્તર डइ, અને बक સમાન્તર डल દેારી છે.

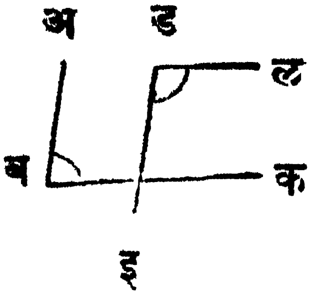
(૧). જો बअ ની દિશામાં डइने, અને बक ની દિશામાં डलને દેારી હેાય તેા ∠अबक, ∠इडल બરાબર છે.

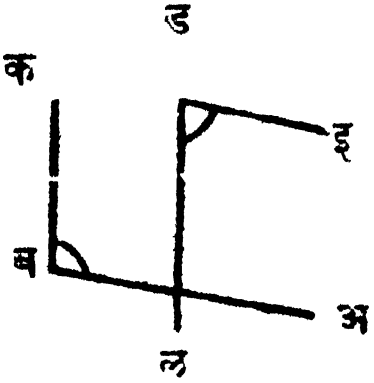


(૨). જો बअ ની વિરૂદ્ધ દિશામાં डइने, અને बक ની વિરૂદ્ધ દિશામાં डलને દેારી હેાય તેા ∠अबक, ∠इडल બરાબર છે.



(૩). જો **बअ**ની વિરૂદ્ધ દિશામાં **डइ** ને, અને **बक**નીજ દિશામાં **डल**ને દોરી હોય તો ∠**अबक**, ∠**इडल** ન્યૂનતાપૂરક છે.





(૪). જો **बअ**નીજ દિશામાં **डइ** ને, અને **बक** ની વિરૂદ્ધ દિશામાં **डल** ને દોરી હોય તો ∠ **अबक**, ∠**इडल** ન્યનતાપૂરક છે.

પ્રશ્નો.

૧. બે અથવા વધારે સમાન્તર લીટીને છેદતી આડી લીટી જો એકને લંબ હોય તો તે બધી સમાન્તરોને લંબ છે એમ બતાવો.

૨. સિદ્ધાંત ૬માં પહેલા ભાગની મદદ વિના બીજો ભાગ સિદ્ધ કરો

૩. બે સમાન્તર લીટીની બે જોડ અરસપરસ છેદી એક સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ કરે છે તો બતાવો કે (૧) કયા કયા ખુણા બરાબર છે; (૨) કયા કયા ખુણાનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે; અને (૩) કયા કયા ખુણા અરસપરસ કાટખુણપૂર્ણી છે.

૪. એક સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં કર્ણ દોરીને કહો કે કયા કયા ખુણા બરાબર છે?

૫. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેના ખુણા સરખા છે.

૬. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં બધા ખુણાનો સરવાળો કેટલો?

૭. પ્રશ્ન ૬ પરથી ત્રિકોણના ખુણાનો સરવાળો કરો.

૮. જો કોઇ પણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં એક ખુણો કાટખુણો હોય તો તે લંબચોરસ છે.

૯. કોઇ પણ ખુણાની શાખાલીટીની સમાન્તર બે લીટી દોરી હોય તો આ બે લીટીનો અંતર્ખુણો આપેલા ખુણાની બરાબર છે, અથવા ન્યૂનતાપૂરક છે.

૧૦. **अबक** △ માં ∠**ब** = ∠**क** ને **डइ** ∥ **बक** તો ∠**अडइ** = ∠**अइड**.

૧૧. ત્રિકોણની બહારના ખુણાને દુભાગનાર લીટી એક બાજુને સમાન્તર હોય તો ત્રિકોણમાં બે ખુણા સરખા છે એમ બતાવો

૧૨. એકજ લીટીને દોરેલી લંબો અરસપરસ સમાન્તર છે,

૧૩.* **अब** ∥ **पफ** અને **बक** ∥ **पल** તો ∠**ब** અને ∠**प** ને દુભાગનારી લીટીઓ સમાન્તર અથવા લંબ છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૪.* સિ. ૬ માં **इ**, **ल** આગળના અંદરના ચાર ખુણાને દુભાગનાર લીટી એક લંબચોરસ બનાવે છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૫.* સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણના અંદરના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ એક લંબચોરસ બનાવે છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૬.* **अब** ∥ **कड** છે; તેઓને આડી લીટી **प**, **र** માં છેદે છે ∠**प**, ∠**र** ને દુભાગનાર લીટીઓ **म** માં મળે છે. સળ રચનાથી બતાવો કે (**मप**, **मर** ઉપર સળ વાળીને) **म**, **अब** અને **कड** થી સમાન અંતરે છે.

૧૭* એક લીટી બીજી બે લીટીને છેદે અને માંહેના એક બાજુ તરફના બે ખુણાઓ મળી બે કાટખુણા કરતાં ઓછા હોય તો જે બાજુ ઉપર બે ખુણાઓ મળી બે કાટખુણા કરતાં ઓછા હોય તે બાજુ તરફ એ બે લીટીઓ લંબાવતાં મળે છે એમ બતાવો.

૧૮.* બે લીટીઓની વચ્ચેનો સાંકડો ખુણો તે બે લીટીઓને સમાન્તર દોરેલી લીટીઓની વચ્ચેના સાંકડા ખુણાની બરાબર છે; અને પહોળો ખુણો પહોળા ખુણાની બરાબર છે એમ બતાવો

---

* ફુલટીવાળા પ્રશ્નો વધારે ઉપયોગી છે તેમજ ઘણી બાબત કઠણ પણ છે. એવા કે મોટા અક્ષરોવાળા પ્રશ્નોના આધાર આગળના પ્રશ્નોની સિદ્ધતામાં કોઇ કોઇ જગ્યાએ લીધા છે.

૧૯.- કોઈ પણ ત્રિકોણના શિરોબિંદુમાથી પાયને સમાન્તર લીટી દોરી સિદ્ધ કરો કે ત્રિકોણના ત્રણે ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે.

૨૦.- એક ત્રિકોણનાં બે શિરોબિંદુમાથી સામેની બાજુની સમાન્તર લીટી દોરી એક સ. ચ પુરો કરી બતાવો કે ત્રિકોણના બે ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે.

સિદ્ધતાનો પ્રકાર.

સિદ્ધાંત ૬ ઠ્ઠા ઉપરથી માલમ પડશે કે પહેલા પાંચ સિદ્ધાંતમાં જે રીતની સિદ્ધતા વાપરી છે તેનાથી એ સિદ્ધતા જુદીજ છે. પહેલા પાંચની સિદ્ધતા **સુલટી** છે અને ૬ ઠ્ઠામાં એ સિદ્ધતા **ઉલટી** છે. કોઈ પણ સિદ્ધાંત આપણે સિદ્ધ કરવાનો છે અને જ્યારે આપણે બતાવીએ છીએ કે એ સિદ્ધાંત ખોટો નથી. કારણ કે જો ખોટો હોય તો કાંઈ વિપરીત પરિણામ આવે છે, ત્યારે તે ઉલટી સિદ્ધતા કહેવાય છે ૬ ઠ્ઠા સિદ્ધાંતમાં આપણે સાધ્યને ખોટો માની તેથી ઉલટું પરિણામ આણ્યું છે. અને જ્યાં જ્યાં આવી ઉલટી સિદ્ધતા અંગીકાર કરવામાં આવે છે ત્યાં ત્યાં એવાં ઉલટાં અને વિપરીત પરિણામ આવે છે.

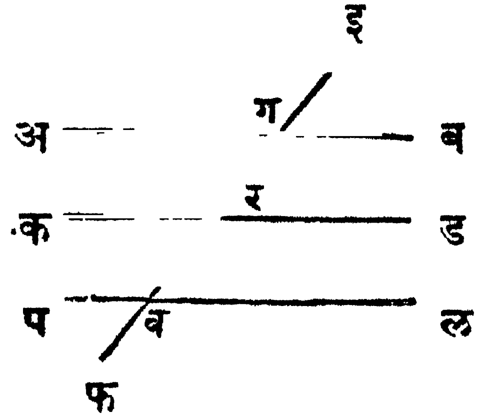
પ્રતીપ યા વ્યત્યાસ સિદ્ધાંતો.

જ્યારે એક સિદ્ધાંતનો પક્ષ ભાગ બીજા સિદ્ધાંતનો સાધ્ય ભાગ હોય અને પહેલાનો સાધ્ય ભાગ બીજાનો પક્ષભાગ હોય ત્યારે એવા સિદ્ધાંતો એક બીજાના **પ્રતીપ યા વ્યત્યાસ** કહેવાય છે. સિદ્ધાંત ૪ને ૫ ના પક્ષમાં ખુણાઓનો સબંધ આપેલો છે અને સાધ્યમાં લીટી ∥ કરવાની છે ત્યારે સિદ્ધાંત ૬ ઠ્ઠાના પક્ષમાં લીટી ∥ આપેલી છે અને સાધ્યમાં ∠ ઓનો સબંધ કાઢવાનો છે. તેથી એ બે સિદ્ધાંતો પ્રતીપ યા વ્યત્યાસ છે. 'પ્રતીપ' યા 'વ્યત્યાસ' નો અર્થ 'ઉલટો' છે. આ ઉપરથી સમજાશે કે કોઈ પણ સિદ્ધાંતનો પ્રતીપ સિદ્ધાંત હોઈ શકે છે; પણ એક સિદ્ધાંત સત્ય હોય તો તેનો પ્રતીપ સિદ્ધાંત હંમેશા સત્ય છે એવું નથી, જેમકે બે ત્રિકોણોમાં ત્રણે બાજુ અનુક્રમે બરાબર

હોય તો ખુણા પણ બરાબર છે. પણ તેનો પ્રતીપ-ખુણા બરાબર હોય તો બાજુઓ પણ બરાબર છે એ હમેશાં સત્ય છે.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૭.

જે સીધી લીટીઓ એકજ સીધી લીટીને સમાન્તર છે તે અરસપરસ સમાન્તર છે.



अब અને कड લીટી બન્ને पलને ‖ છે તો अब, कड ‖ થશે.

રચના. इफ આડી લીટી ત્રણે સમાન્તરોને અનુક્રમે ग, र, व માં છેદે તેમ દોરો.

સિદ્ધાન્ત. ∵ अब ‖ पल, અને इफ બન્નેને છેદે છે,

∴ ∠अगर = गवल. (પ્ર૦ સિ૦ ૬)

અને ∵ कड ‖ पल, અને इफ બન્નેને છેદે છે,

∴ ∠गरड = ∠गवल (પ્ર૦ સિ૦ ૬)

પણ ∠अगर = ∠गवल, (સિદ્ધતા)

∴ ∠अगर (એટલે ∠अगव) = ∠गरड; (?)

પણ આ વ્યુત્ક્રમ ખુણા છે.

નિગમન. ∴ अब ‖ कड છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૪). પ્ર૦ સિ૦

નોટ—સિધ્ધાંત ૭ માં જ્યારે **पल**, **अब** અને **कड**ની મધ્યે હોય ત્યારે સિધ્ધતા નહિજ જેવી છે; કારણ કે

अब || **पल** અને **कड** || **पल** છે.

∴ **अब**, **पल** અને **कड**, **पल** કદી પણ મળશે નહિ તો અશક્ય છે કે **पल**ની બહારની લીટીઓ, **अब**, **कड** મળી શકશે.

પ્રશ્નો.

૧. જો એક લીટી બીજી બે સમાન્તર લીટીમાંથી એકને સમાન્તર હોય તો બીજીને પણ તે સમાન્તર છે એમ બતાવો.

૨ જો એક લીટી બીજી બે સમાન્તર લીટીમાંથી એકને લંબ હોય તો બીજીને પણ તે લંબ છે એમ બતાવો.

૩. સિદ્ધાંત ૭ ને પ્લેફેરના પ્રત્યક્ષ પ્રમાણથી સિદ્ધ કરો.

૪. સિદ્ધાંત ૭ મામાં "સમાન્તર"ને બદલે "સરખી" અને "લંબ" શબ્દ મૂકીએ તો એથી થતા સિદ્ધાંતો પણ ખરા છે કે નહિ તે બતાવો.

૫. કોઈ પણ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં જો એક બાજુને સમાન્તર લીટીઓ દોરી હોય તો આ પ્રમાણે થતા ચતુષ્કોણો પણ સમાન્તરબાજુ છે.

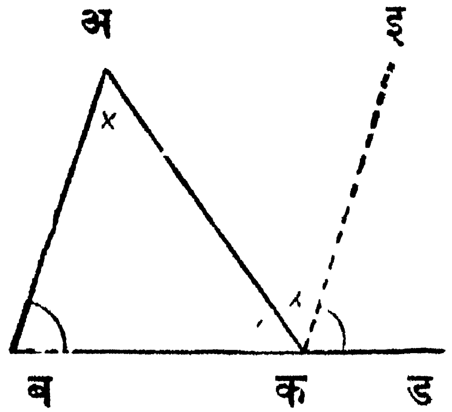
૬. લંબચોરસની બાજુનાં મધ્યબિંદુમાંથી બાજુને સમાન્તર દોરેલી લીટીઓ મોટા લંબ ચોરસના ચાર સરખા લંબ ચોરસો બનાવે છે.

૭. પ્રશ્ન ૬ ઠ્ઠામાં જો ચોરસ લઈએ તો ચાર નાના ચોરસ થશે.

§ ૧૫. ત્રિકોણના બધા ખુણાનું અને બહુકોણના અંતર્ખુણાનું અને બાહ્યખુણાનું એકંદર મહત્ત્વ.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૮.

કોઈ પણ ત્રિકોણના ત્રણે ખુણા મળીને બે કાટખુણા બરાબર છે.



अबक એક ત્રિકોણ છે; તો ∠अ + ∠ब + ∠क = બે કાટખુણા થશે

રચના. बक ને ड સુધી લંબાવો; અને ધારો કે कइ, अबને ∥ છે,

સિદ્ધતા. ∵ अब ∥ कइ, ∴ ∠अ = ∠अकइ; (પ્ર૦ સિ૦ ૬)

અને ∵ अब ∥ कइ, ∴ ∠ब = ∠इकड; (પ્ર૦ સિ૦ ૬)

∴ ∠अ + ∠ब = ∠अकइ + ∠इकड; (પ્ર૦ પ્ર૦)

હવે બન્ને બાજુની જોડમાં ∠अकब ઉમેરો.

∴ ∠अ + ∠ब + ∠अकब = ∠अकइ + ∠इकड + ∠अकब;

પણ क આગળના ત્રણ ખુણા બે કાટખુણા બરાબર છે. (પ્ર૦ સિ૦૧)

નિગમન. ∴ ∠अ + ∠ब + ∠अकब = ૨ ∟ છે.

એટલે ત્રિકોણના ∠अ + ∠ब + ∠क = બે કાટખુણા. **પ્ર૦ સિ૦**

ઉપસિદ્ધાંત ૧. કોઈ પણ ત્રિકોણની એક બાજુ લંબાવીએ તો બહારનો ખુણો માંહેના સામેના બે ખુણાની બરાબર છે; અને તે માંહેના સામેના કોઈ પણ ખુણાથી મોટો છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૨. જો બે ત્રિકોણમાં એકના બે ખુણા બીજાના બે ખુણાની અનુક્રમે બરાબર હોય તો ત્રીજા ખુણા પણ બરાબર છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૩. કોઈપણ ત્રિકોણમાં બે ખુણા મળી બે કાટખુણા કરતાં ઓછા છે.

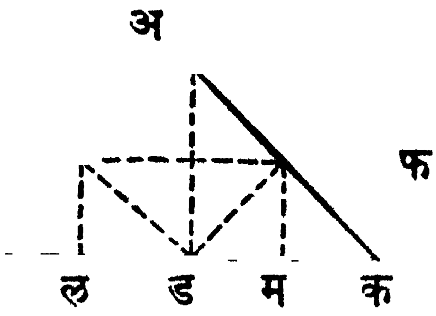
ઉપસિદ્ધાંત ૪. કોઈ પણ ચતુષ્કોણમાં બધા ખુણાનો સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૫. કોઈપણ ત્રિકોણમાં ઓછામાં ઓછા બે ખુણા સાંકડા ખુણા હોય છે.

પ્રશ્નો.

૧. નીચે પ્રમાણે ત્રિકોણ રચના કરી પ્ર૦ સિ૦ ૮ મો સિદ્ધ કરો.

[△अबकમાં अड, बक પર ⊥ છે અને इ, अबનું અને फ, अकનું મધ્ય બિંદુ છે ને इल અને फम, बकને ⊥ છે]



૨. કોઈ પણ કાટખુણ △ માં બે સાંકડા ખુણા કોટિખુણા છે.

૩. જો કોઈ પણ ત્રિકોણમાં બે ખુણા મળી ત્રીજાની બરાબર હોય તો ત્રિકોણ કાટખુણ ત્રિકોણ છે.

૪. કાટખુણ ત્રિકોણમાં કર્ણ ઉપર જો કાટખુણામાંથી લંબ દોરી હોય તો બન્ને ત્રિકોણો મૂળ ત્રિકોણ સાથે સમકોણ છે.

૫. अबक△માં बकની ‖ લીટી अમાંથી દોરી પ્ર૦ સિ૦ ૮ સિદ્ધ કરો.

૬. △अबकમાં बक લંબાવતાં બહારનો ∠अकड = ૧૨૨° અને ∠अ = ૫૨° છે તો બીજા ખુણા કેવડા ?

૭. બે લીટીઓ અનુક્રમે બીજી બે લીટીને લંબ હોય તો પહેલી જોડની વચ્ચેનો સાંકડો ખુણો બીજી જોડની વચ્ચેના સાંકડા ખુણાની બરાબર છે.

૮. કોઇ પણ ત્રિકોણના પાયાને લંબાવીએ તો બહારના ખુણાઓ બે કાટખુણા અને પાયાની સામેના ખુણાના સરવાળા બરાબર છે.

૯.* △अबकમાં ∠ब, ∠कને बड, कड અનુક્રમે દુભાગે છે તો ∠बडक = ૯૦° + अ/૨.

૧૦.* △अबक માં अब, अक ને લંબાવતાં બહારના ખુણાને बड, कड દુભાગે છે તો ∠बडक = ૯૦° – अ/૨.

૧૧.* બે સમાન્તર લીટીને એક આડી લીટી છેદે તો તેની એકજ બાજુના માંહેના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ કાટખુણે મળે છે.

૧૨.* △अबक માં अब = अक અને बअને ड સુધી લંબાવતાં अक = अड હોય તો डक, बकને લંબ છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૩.* કોઈ પણ ચતુષ્કોણમાં પાસેના ખુણાને દુભાગનારી લીટીથી થતો અંતર્ખુણો બાકીના ખુણાના સરવાળાથી અર્ધો છે એમ બતાવો.

૧૪. કોઇ પણ ત્રિકોણની એક બાજુને બન્ને બાજુ લંબાવીએ તો બહારના ખુણા બે કાટખુણા કરતાં મોટા છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૫. કોઇ પણ પાયા ઉપર બે ત્રિકોણો એક બીજાની અંદર છે તો પાયાની સામેનો ત્રિકોણનો ખુણો અંદરના ત્રિકોણના ખુણા કરતાં નાનો છે.

૧૬.* अबक△માં ∠अ, ∠बને દુભાગનારી લીટીઓ ड માં મળે તો ∠अडब > ૧ ∟ એ સિદ્ધ કરો.

૧૭. अबकड ચતુષ્કોણમાં अक કર્ણ ∠अ અને ∠कને દુભાગે છે તો ब અને ड આગળના બહારના ખુણા બરાબર છે.

૧૮. પાયા આગળથી △ ની બે બાજુ લંબાવતાં થતા બહારના ખુણાઓ મળી બે કાટખુણાથી મોટા છે.

૧૯. એક △ માં ત્રણે ખુણા બરાબર હોય તો દરેક ખુણો કેવડો?

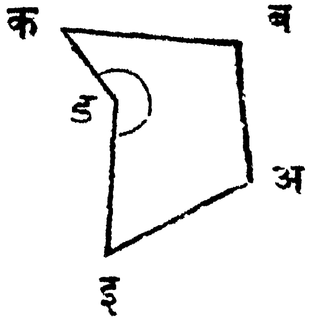
૨૦. એક △ માં બે ખુણા બરાબર છે અને ત્રીજો પહેલા કરતાં ૩૦ અંશ મોટો છે તો દરેક ખુણો કેવડો?

૨૧. अबकड ચતુ૦ માં अब, डक લંબાવતાં મળે છે; તો ब, क આગળના બહારના ∠ઓ મળી अ, ड આગળના અંદરના ∠ઓ બરાબર છે.

૨૨. પંચકોણના બધા ખુણા મળી ૬ કાટખુણા બરાબર છે.

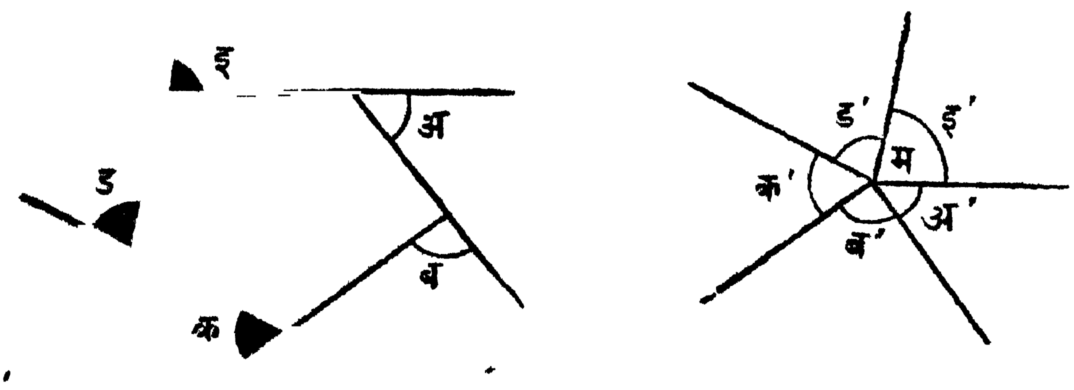
૨૩. નિયમિત ષટ્કોણ અને અષ્ટકોણમાં દરેક ખુણાનું શું મહત્ત્વ છે ?

નોટ—પાસેની આકૃતિમાં બતાવેલો ड ખુણો અતિદ્વિકાટખુણ યા અંતર્ગામી યા ' રીફ્લેક્સ ' ખુણો છે. જુઓ કર્તવ્ય ભાગમાં. એ ખુણો બે કાટખુણાથી મોટો છે.



પ્રમેય સિદ્ધાંત ૯.

કોઈ પણ સીધી લીટી આકૃતિ એવી હોય કે તેનો કોઇ પણ ખુણો અંતર્ગામી ન હોય તો તેની બધી બાજુ અનુક્રમે બહાર લંબાવીએ ત્યારે આ પ્રમાણે થતા બહારના ખુણાનો સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે.



સાધન. **अबकडइ** એક એવી સીધી લીટી આકૃતિ છે કે તેનો કોઈ પણ ખુણો અંતર્ગામી નથી; અને તેની બધી બાજુ અનુક્રમે વધારવાથી બહારના ∠अ, ∠ब, ∠क, ∠ड, ∠इ, ખુણા થાય છે.

ત્યારે ∠अ + ∠ब + ∠क + ∠ड + ∠इ = ૪ કાટખુણા થશે.

રચના. म જેવા કોઇ પણ બિંદુમાંથી આપેલી આકૃતિની બાજુ-ઓની દિશામાંજ એ બાજુઓની સમાન્તર લીટીઓ દોરો.

∠अ, ∠ब, ∠क, ∠ड, ∠इ ખુણાઓ કરતી બાજુઓની સમાન્તર જે લીટીઓ म માંથી દોરી છે તેની વચ્ચે अ', ब', क', ड', इ', ખુણાનાં નામ આપો.

સિદ્ધતા. ∵ એકજ દિશામાં જતી બબ્બે સમાન્તરોની વચ્ચે સરખા ખુણા હોય છે,

∴ ∠अ = ∠अ', ∠ब = ∠ब', ∠क = ∠क', ∠ड = ∠ड', ∠इ = ∠इ' છે. (પ્ર. સિ. ૬ ઉપ.)

∴ આકૃતિના બધા બહારના ખુણાનો સરવાળો = म આગળના બધા ખુણાઓનો સરવાળો છે.

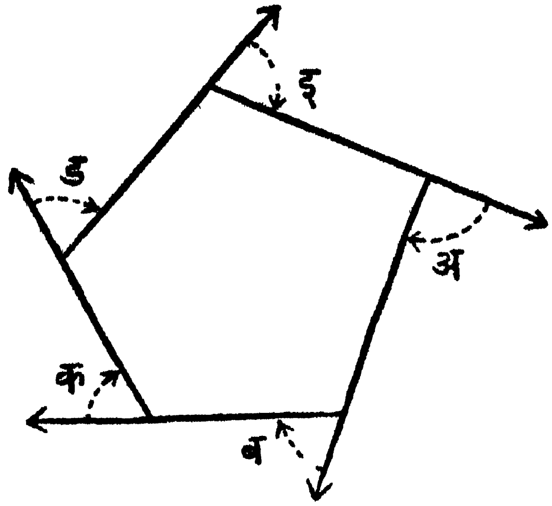
પણ म આગળના બધા ખુણાઓનો સરવાળો = ૪ કાટખુણા. (પ્ર. સિ. ૧. ઉપ.)

∴ આકૃતિના બધા બહારના ખુણા મળી ચાર કાટખુણા બરાબર છે **પ્ર.સિ.**

નોટ—ઉપલી આકૃતિમા બહુકોણની ગમે તેટલી બાજુ લઇ શકાય છે.

ઉપસિદ્ધાંત. કોઈપણ સીધી લીટી આકૃતિના અંદરના બધા ખુણા અને ચાર કાટખુણાનો સરવાળો આકૃતિની જેટલી બાજુ છે તેનાથી બમણા કાટખુણા બરાબર છે.

અથવા સીધી લીટી આકૃતિની બાજુની સંખ્યા અ હોય તો બધા અંદરના ખુણા મળી (૨ અ–૪) કાટખુણા બરાબર છે.



अबकडइ કોઇ પણ સીધી લીટી આકૃતિ લો. તેની બાજુઓ અનુક્રમે લંબાવો.

∵ આકૃતિની જેટલી બાજુ છે તેટલાં શિરોબિંદુ છે અને દરેક શિરોબિંદુ આગળના બહારના અને અંદરના ખુણા મળી બે કાટખુણા છે.

∴ બધા બહારના અને અંદરના ખુણા મળી આકૃતિની જેટલી બાજુ છે તેટલા બમણા કાટખુણા બરાબર છે.

પણ બધા બહારના ખુણા મળી ચાર કાટખુણા બરાબર છે.(પ્ર.સિ. ૯)

∴ આકૃતિના બધા અંદરના ખુણા અને ચાર કાટખુણા મળી જેટલી બાજુ છે તેનાથી બમણા કાટખુણા બરાબર છે.

∴ બધા અંદરના ખુણા મળી = (૨ × અ−૪) કાટખુણા છે.

પ્રશ્નો.

૧. એક ચતુષ્કોણના બહારના ખુણા ૭૨°, ૧૧૨°, અને ૫૫° છે તો ચોથો બહારનો ખુણો કેવડો? અને અંદરના બધા ખુણા કેવડા?

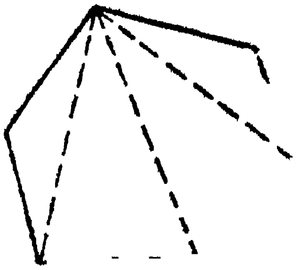
૨. એક પંચકોણના ત્રણ બહારના ખુણા ૬૭°, ૨૫°, અને ૩૮° છે અને બાકીના બહારના ખુણા સરખા છે તો સઘળા ખુણા કેવડા?

૩.* કોઈ પણ બહુકોણમાં અ બાજુની સંખ્યા હોય તો તેના અંદરના ખુણા (૨×અ−૪) કાટખુણા બરાબર છે એમ બતાવો.

૪. કોઇ પણ સમકોણમાં અ બાજુ હોય તો દરેક અંદરનો ખુણો (૨ અ − ૪) ÷ અ કાટખુણા બરાબર છે એમ બતાવો.

૫. એક △ માં પાયા ઉપરનો ખુણો અનુક્રમે સામેના ખુણાથી ત્રણ ગણો અને પાંચ ગણો છે તો દરેક ખુણો કેવડો?

૬.* કોઈ પણ બહુકોણમાં ગમે તે શિરોબિંદુને બીજાં બધાં શિરોબિંદુ સાથે સાંધી ઉપલો ઉપસિદ્ધાંત સાબિત કરો.



૭ એક △ ના પાયા ઉપરના ખુણાઓ ૬૫° અને ૮૨° છે તો તેની સામેનો ખુણો કેવડો ? સામેના ખુણાને દુભાગનારી લીટી પાયા સાથે કેવડા ખુણા કરે છે ?

૮. પ્રશ્ન ૭ મામાં પાયા ઉપરના ખુણાઓને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખુણો કેવડો ?

૯. એક ચતુષ્કોણમાં ત્રણ ખુણાઓ અનુક્રમે ચોથાથી પાંચગણા, ચારગણા અને આઠગણા છે તો દરેક ખુણો કેવડો ?

૧૦.* એક સમબહુકોણમાં દરેક ખુણો (૧) ૧૦૮°; (૨) ૧૭૦°; (૩) ૧૭૯°; (૪) ૧૭૭⅐ છે તો તેની કેટલી કેટલી બાજુઓ છે ?

૧૧. ઓછામાં ઓછી બાજુવાળા સમકોણમાં દરેક ખુણો કેવડો ?

૧૨. કોઈ સમબહુકોણમાં બહારનો દરેક ખુણો (૧) ૩૦°; (૨) ૧૨ ; (૩) ૪૦°; (૪) ૯°; (૫) ૧૫°; (૬) ૩૬°; (૭) ૯૦°; (૮) ૨૪°; (૯) ૪° અને (૧૦) ૧૦° છે તો તેની કેટલી કેટલી બાજુ હશે ?

૧૩. ૧૨, ૧૦, ૫ અને ૩ બાજુના સમકોણમાં બહારનો અને અંદરનો દરેક ખુણો કેવડો ?

૧૪. ૭°, ૧૧°, ૧૩°, ૧૫°, ૨૧° અને ૩૩°ના બહારના ખુણા હોય તો એવા સમબહુકોણ બની શકે ? કારણ આપો.

૧૫. બહારનો ખુણો પહોળો ખુણો હોઈ શકે એવો સમકોણ કયો ?

૧૬. ૩, ૪, ૫, ૬, ૮, ૧૦, ૧૨ અને ૧૫ બાજુના સમબહુકોણના અંદરના અને બહારના ખુણાના માપનો કોઠો બનાવો.

૧૭. પ્રોટ્રેક્ટરથી ૨·૦"ની બાજુ ઉપર એક સમષટ્કોણ બનાવો.

૧૮. પ્રશ્ન ૧૭મામાં બાજુ ૪.૨ સે. મી. હોય ત્યારે સમષટ્કોણ બનાવો.

૧૯. ૧.૪" ની બાજુ ઉપર એક સમદ્વાદશકોણ બનાવો.

૨૦. પ્રશ્ન ૧૭મામાં એકેક શિરોબિંદુ છોડી દઇ બીજાં શિરોબિંદુઓ અનુક્રમે જોડી એક આકૃતિ બનાવો; આ આકૃતિ કેવી છે? તેનાં બાજુ અને ખુણાનાં માપ કાઢો.

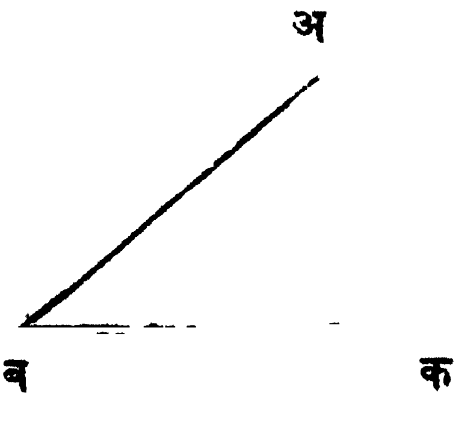
૨૧. એક ત્રિકોણની ત્રણે બાજુ અનુક્રમે લંબાવતાં બે બહારના ખુણાનો સરવાળો ત્રીજા બહારના ખુણાથી બમણો હોય તો ત્રિકોણમાં એક ખુણો ૬૦°નો છે.

§૧૬. ત્રિકોણોની સર્વ સમાનતા અને સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ.

જ્યારે એક આકૃતિને ઉંચકીને બીજી ઉપર સમાનતા બતાવવાને મૂકવામાં આવે ત્યારે એ રીતિને **સ્થાનોપરિ યા સમાધાન સ્થિતિ** કહે છે. આ પ્રમાણે જ્યારે આકૃતિઓ **સ્થાનોપરિ** સ્થિતિથી એક બીજીની બરાબર થાય છે ત્યારે તેઓ "**બરાબર**" થાય છે એટલે "**સર્વ રીતે બરાબર**" થાય છે.

આકૃતિઓ જ્યારે સ્થાનોપરિ સ્થિતિથી બરાબર થાય છે ત્યારે ક્ષેત્રફળમાં પણ તેઓ બરાબર છે. પણ જો આકૃતિઓ ક્ષેત્રફળમાં બરાબર હોય તો હંમેશાં તે સર્વ રીતે બરાબર થતી નથી એમ આગળ બતાવવામાં આવશે.

વળી કોઈ પણ ત્રિકોણ પર નજર નાખતાં માલમ પડે છે કે તેનાં ૭ "તત્ત્વો" યા "અંગો" છે, ત્રણ ખુણાઓ ∠अ, ∠ब, ∠क અને ત્રણ બાજુઓ અ, બ, ક, (ખુણાની સામેની) છે. જ્યારે એક ત્રિકોણ બીજાની બરાબર છે ત્યારે એક ત્રિકોણનાં ૭ અંગો તે બીજા ત્રિકોણનાં ૭

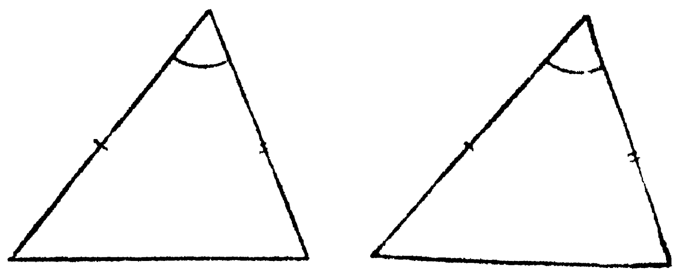


અંગોની બરાબર અનુક્રમે છે; અને ત્રિકોણોનાં ક્ષેત્રફળો પણ બરાબર છે. જ્યારે આકૃતિઓ સર્વ અંગોમાં બરાબર હોય છે ત્યારે સરખી બાજુઓ સરખા ખુણાની સામેની હોય છે અને ખુણાઓ સરખા બાજુની સામેના હોય છે. આકૃતિઓ સર્વ અંગમાં બરાબર છે એમ બતાવવાને માટે

"એક આકૃતિ ≡ બીજી આકૃતિ" લખાય છે; એટલે એક આકૃતિ **સર્વ અંગમાં** બીજી આકૃતિની **બરાબર** છે, એટલે બન્ને **એકરૂપ** છે

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૦.

જો એક ત્રિકોણની બે બાજુ બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય અને આ બાજુથી થતા અંતર્ખુણો પણ બરાબર હોય તો તે બન્ને ત્રિકોણ સર્વ રીતે બરાબર છે.



સાધન. **अबक** અને **डइक** ત્રિકોણોમાં **अब** = **डइ** અને **अक** = **डफ** અને ∠अ = ∠ड છે, તો △**अबक** ≡ △ **डइफ** થશે

સિદ્ધતા △अबक ને ઉચકીને △ **डइफ** ઉપર એવી રીતે મૂકો કે अ, ड ઉપર પડે અને **अब**, **डइ** ઉપર પડે અને

∵ **अब** = **डइ**, ∴ ब, इ ઉપર પડે છે.

વળી ∵ ∠अ = ∠ड, તેથી **अक**, **डफ** ઉપર પડે છે.

અને ∵ **अक** = **डफ**, ∴ क, फ ઉપર પડે છે.

અને ∵ ब, इ ઉપર અને क, फ ઉપર પડે છે,

∴ बक, इफ ઉપર પડે છે. ∵ बक, इफ સીધી લીટીઓ છે

∴ △अबक, △डइफ ઉપર બરાબર પડે છે,

નિગમન. ∴ △अबक = △ डइफ. પ્ર૦ સિ૦

નોટ—ઉપરના સિદ્ધાંતમાં અવશ્ય યાદ રાખવાનું છે કે બાજુની વચ્ચેના **અંતખુંણાજ** બરાબર આપ્યા છે. સમકોણ △ ઓમાં સરખા ખુણાઓની સામેની બાજુને **મળતી આવતી** કે **સંગત** બાજુ કહે છે

પ્રશ્નો.

૧. સિદ્ધાંત ૧૦ મો કાગળમાંથી બે ત્રિકોણો કાપી સ્થાનોપરિસ્થિતિમાં મૂકી સાબિત કરો.

૨. સિ૦ ૧૦ માં કયા કયાં ખુણા અને બાજુ બરાબર થયાં છે ?

૩. સિ૦ ૧૦ મો બીજી બે બાજુ અને તેનો અંતખુંણો લઈ સિદ્ધ કરો.

૪. કોઈ પણ બે ત્રિકોણ લઇ તેમાં બબ્બે બાજુ બરાબર લઇ અને અંતખુંણા સિવાયના ખુણા બરાબર લઈ △ ઓ બરાબર છે કે નહિ તે બતાવો.

૫. કોઈ પણ ત્રિકોણમાં મધ્યગા પાયાને લંબ હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે એમ બતાવો.

૬. ચતુષ્કોણમાં કર્ણો કાટખુણે દુભાગાય તો ચ૦ રોમ્બસ કે ચોરસ છે

૭. अबના મધ્યબિંદુ क માંથી कड લંબ દોરીએ તો कडનું કોઈ પણ બિંદુ अ અને ब થી સમાન અંતરે છે એમ સિધ્ધ કરો.

૮. अब અને कड [illegible] તો △अमक = △बमड.

૯. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં સમ બાજુના અંતખુંણાને દુભાગનારી લીટી પાયાને લંબ છે એમ સિધ્ધ કરો.

૧૦ △अबकમાં अब = अक અને अब અને अक માંથી અનુક્રમે अड = अइ કાપી છે તો कड = बइ છે એમ બતાવો.

૧૧. अबकड ચોરસમાં ल,म,फ અનુક્રમે अब, बक, कड નાં મ
બિંદુ છે તો (૧) अफ = अम; (૨) बफ = डम; (૩) लम = मफ; અ
(૪) अम = डम છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૨. △अबक ≡ △डइफ છે અને म, बकનું અને ल, इफ
મધ્યબિંદુ હોય તો अम = डल અને ∠अमब = ∠डलइ છે એ સિદ્ધ કરો
ड म

૧૩. अबकड દ્વાપિન્જયમમાં अड = बक

અને ∠ड = ∠क, અને डकમાં म એવુ છે કે

मड = मक તો अम = बम સિદ્ધ કરો अ ब

૧૪. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં સમ બાજુઓ શિરોબિંદુની બહાર સર
લંબાવીએ તો આ પ્રમાણે થતા ત્રિકોણો સર્વ રીતે બરાબર છે.

૧૫. △ अबकમાં अड મધ્યગા છે; અને अड ને લંબાવ
अड = डइ તો △कडइ ≡ △बडअ અને △बडइ ≡ △कडअ.

૧૬. अब, कड, म માં દુભાગે તો अक ∥ बड, અને अड ∥ ब

૧૭. अब, कड કાટખુણે દુભાગે તો अकबड રોમ્બસ કે ચોરસ

૧૮. अब = અને ∥ कड તો अक = અને ∥ बड છે.

૧૯.*अबक △ ની अब, अक બાજુઓ ઉપર अबह અને अ
સમબાજુ △ ઓ બહારથી દોર્યા હોય તો कह = बड છે એ સિદ્ધ કરો

૨૦. अबकडइ નિયમિત ૫ ચંકોણમાં अक=बड=कइ=डअ=इब

૨૧. *अबकडइफ નિયમિત ષટ્કોણમાં अकइ અને बडफ
બાજુ △ ઓ છે એમ બતાવો.

૨૨. બે લીટીઓ અરસપરસ દુભાગે તો તે સ૦ ચ૦ ના કર્ણો

૨૩. એક ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુઓ બરાબર છે
સામસામેના ખુણાની એક જોડ બરાબર છે તો ચતુષ્કોણ સ૦ ચ૦ છે

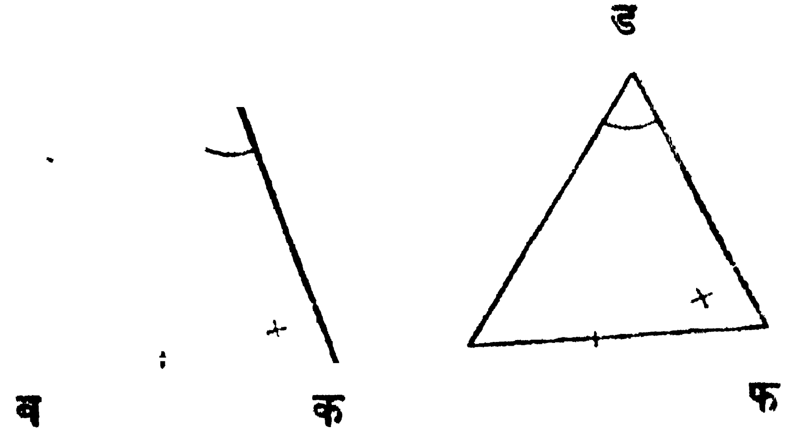
૨૪. ચોરસના કર્ણો તેના ખુણાઓને દુભાગે છે.

૨૫. **अबक** ત્રિકોણની **अब**, **अक** ઉપર બહારથી **अबहइ**, **अकलर** ચોરસ દોર્યા હોય તો **बर** = **इक** છે એમ બતાવો.

૨૬. **अबकड** ચોરસમાં **म** કોઇ પણ બિંદુ છે. **मअ** ઉપર **अब** ની સામેની બાજુએ **अमरल** ચોરસ દોર્યો હોય તો **बम** = **डल** છે એમ બતાવો.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૧.

જો કોઈ ત્રિકોણનાં બે ખુણા અને એક બાજુ બીજા ત્રિકોણનાં બે ખુણા અને મળતી આવતી બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે.



अबक અને **डइफ** △ એમાં **बक** = **इफ** અને પહેલાના બે ખુણાઓ બીજાના બે ખુણાની અનુક્રમે બરાબર છે તો △ **अबक** ≡ △**डइफ** થશે.

સિદ્ધતા. ∵ △ **अबक** ના ત્રણ ખુણા = ૨ કાટખુણા = △ **डइफ** ના ત્રણ ખુણા છે, (પ્ર૦ સિ૦ ૮)

અને ∵ △ **अबक** ના બે ખુણાઓ = △ **डइफ** ના બે ખુણાઓ.

∴ △ **अबक**નો ત્રીજો ખુણો = △**डइफ** નો ત્રીજો ખુણો. (પ્ર. સિ. ૮ ઉ.)

∴ ∠अ = ∠ड; ∠ब = ∠इ; ∠क = ∠फ છે.

હવે △ **अबक** ને △ **डइफ** ઉપર એવી રીતે મૂકો કે **ब**, **इ** ઉપર પડે અને **बक**, **इफ** ઉપર પડે,

અને ∵ बक = इफ, ∴ क, फ ઉપર પડે છે.
અને ∵ ∠ब = ∠इ, ∴ बअ, इड ઉપર પડશે.
અને ∵ ∠क = ∠फ, ∴ कअ, फड ઉપર પડશે;
∴ बअ અને कअ નું સામાન્ય બિંદુ इड અને फड ના સામાન્ય બિંદુ ઉપરજ પડશે: કારણ કે તે બધી સીધી લીટીઓ છે.
∴ △अबक, △डइफ ઉપર બરાબર પડે છે.
∴ △अबक ≡ △डइफ છે. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો.

૧. કાગળમાંથી બે ત્રિકોણો પક્ષ પ્રમાણે કાપી સિધ્ધાંત ૧૧ સિધ્ધ કરો.

૨. अबक, डइफ એ △ઓમાં अब = इफ અને ∠अ = ∠इ અને ∠ब = ∠ड તો △ઓ સરખા છે? કારણ આપો.

૩. △अबकમાં ∠ब = ∠क અને अड, ∠अને દુભાગે છે તો बड = कड સિદ્ધ કરો.

૪. એક ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુ ખુણાને દુભાગનારી લીટી પાયાને કાટખુણે મળે છે તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

૫. △अबक ≡ △डइफ અને ∠अ અને ∠डને દુભાગનારી લીટીઓ પાયાને प, लમાં મળે છે તો अप = डल સિદ્ધ કરો.

૬. કોઇપણ ખુણાને દુભાગનારી લીટીના એકજ બિંદુમાંથી શાખા લીટીઓ પર દોરેલી લંબ બરાબર છે એમ બતાવો.

૭. કોઇ પણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુ સરખી છે.

૮. કોઇ પણ લીટીના મધ્યબિંદુમાંથી જતી લીટી પર પહેલી લીટીના છેડામાંથી દોરેલી લંબ બરાબર છે.

૯. કોઇ પણ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુ ખુણાને દુભાગનારી લીટીની સામેના પાયા ઉપરના ખુણા સરખા હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

१०. अबकड ચતુષ્કોણમાં अक, ∠अ, ∠कને દુભાગે તો ચતુષ્કોણમાં સરખી બાજુનાં બે જોડકાં છે; અને अक ⊥ बड.

११. કોઇ પણ બે સમાન્તર લીટીની વચ્ચે જો કોઈ પણ લીટીનો અંતર્ભાગ હોય તો આ અંતર્ભાગનુ મધ્યબિંદુ સમાન્તર લીટીથી સમાન અંતરે છે એમ બતાવો.

१२. પ્રશ્ન ११ મામાં મધ્યબિંદુમાંથી બીજી કોઇ પણ સમાન્તર લીટી સુધી દોરીએ તો તે ત્યાં દુભાગાય છે.

१३. પ્રશ્ન ११ મામાં મધ્યબિંદુમાથી બીજી કોઇ પણ બે લીટી સમાન્તર લીટી સુધી દોરીએ તો તેઓની વચ્ચેના સમાન્તર લીટીના અંતર્ભાગ સરખા છે.

१४ નીચે પ્રમાણે ભૂમિતિ રચના કરવાથી કોઇ પણ નદીની પહોળાઇ ઓળંગ્યા વિના નીકળી શકે છે એમ બતાવોઃ—

એક માણસ કિનારા પર अ બિંદુ આગળથી તદ્દન સામે કિનારા પર ब ઝાડ અથવા કોઈ સ્પષ્ટ દેખાય એવી વસ્તુ જુએ છે. આ કિનારા પર अથી કિનારાની સમાન્તર અમુક અંતર જાય છે અને આ લીટી अब ને કાટખુણે આવે તે પ્રમાણે એની ઉપર क બિંદુ લાકડીથી યા શંકુથી નક્કી કરે છે. વળી अक ની સીધી લીટીમાં વધારે દૂર कड = अक થાય તેમ જઇ તે ड આગળ અટકે છે; અને डથી बની સામેની બાજુમાં अब ની સમાન્તર એટલે अड ને કાટખુણે જાય છે, અને इ બિંદુ આગળ આવી જુએ છે તો ब, क, इ, એકજ સીધી લીટીમાં આવેલાં છે; તો નદીની પહોળાઈ डइ જેટલી છે.

१५. પાયા ઉપરના ખુણામાંથી સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ માં સામેની બાજુને દોરેલી લંબો બરાબર છે એમ બતાવો.

१६. अबकड ચતુષ્કોણમાં अइ, कफ બન્ને ⊥ बड તો જ્યારે अइ = कफ ત્યારે बड, अक ને દુભાગે છે એમ બતાવો.

१७. फगह △માં फग = फह; ને गक ⊥ फग હોઈ फहને कમાં અને हल ⊥ हफ હોઇ फग ને ल માં મળે છે તો गल = हक સિદ્ધ કરો.

૧૮ * કોઇ પણ ત્રિકોણની બહાર ત્રણ એવાં બિંદુઓ છે કે જેમાંનું દરેક ત્રણે બાજુથી એકજ અંતરે છે. અને ત્રિકોણની અંદર પણ એવું એક બિંદુ છે તે શોધી કાઢો.

૧૯ સર્વસમાન ત્રિકોણોમાં સમાન ખુણાઓમાંથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલી લંબ બરાબર છે એ સિદ્ધ કરો.

૨૦. अबक △ માં ∠अ = ∠ब; તો अ, ब માંથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલી લંબ બરાબર છે.

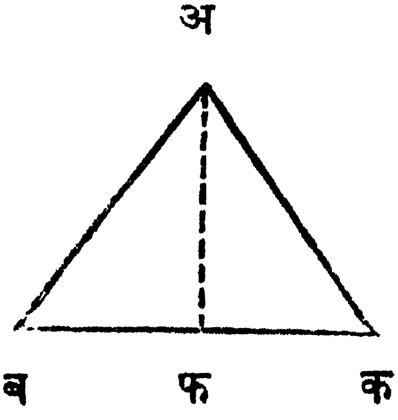
૨૧. એક આપેલી લીટીમાં એવું એક બિંદુ શોધી કાઢો કે તે બીજી બે આપેલી લીટીઓથી સમાન અંતરે હોય.

૨૨. સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં સામ સામેની બાજુઓ બરાબર છે, અને કર્ણો એક બીજાને દુભાગે છે એમ સિદ્ધ કરો.

૨૩. अब લીટીના अ, ब માંથી अड, बइ લંબ દોરી છે. અને अब ના म મધ્ય બિંદુમાંથી દોરેલી કોઈ પણ લીટી આ લંબને ड, इ માં છેદે તો अड = बइ અને मड = मइ છે એમ સિદ્ધ કરો.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૨.

સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં પાયા ઉપરના ખુણા બરાબર છે.



સાધન. △ अबक માં अब = अक તો ∠अकब = ∠अबक થશે.

રચના. ધારો કે अफ, ∠बअक ને દુભાગી बकને फમાં મળે છે.

સિદ્ધતા. ∵ △बअफ અને △कअफ માં

बअ = कअ અને अफ સામાન્ય છે, (પ્રતિજ્ઞા)

અને ∠बअफ = ∠कअफ, (રચના)

∴ △बअफ ≡ △कअफ; (પ્ર૦ સિ. ૧૦)

∴ ∠अबफ = ∠अकफ

એટલે ∴ ∠क = ∠ब છે. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત ૧. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણની સરખી બાજુ अब, अक ને ड, इ સુધી અનુક્રમે લંબાવીએ તો ∠डबक = ∠इकब.

(∵ આ ખુણા સરખા ब, क ખુણાના દ્વિકાટખુણપૂર્ણી છે.)

ઉપસિદ્ધાંત ૨. સમબાજુ ત્રિકોણ સમકોણ છે; કારણ કે ગમે તે સ્થિતિમાં સમબાજુ ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૩. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં પાયાની સામેના ખુણાને દુભાગનારી લીટી પાયાને કાટખુણે દુભાગે છે.

નોટ—સમદ્વિબાજુ △માં બાજુ એટલે સરખી બાજુ, પાયો એટલે ત્રીજી બાજુ, શિરોબિંદુ એટલે પાયાની સામેનું શિરોબિંદુ અને શિરોબિંદુ આગળનો ખુણો એટલે પાયાની સામેનો ખુણો સમજવો.

વ્યા૦—કોઇ પણ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુના મધ્યબિંદુ સુધી દોરેલી લીટી **મધ્યગા** કહેવાય છે.

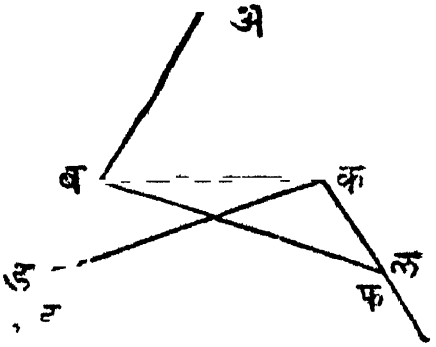
પ્રશ્નો.

૧. પ્ર૦ સિ૦ ૧૨માં △अबक, अफની આસપાસ સમ્મિતરૂપ છે

૨. સમબાજુ ત્રિકોણ કોઇ પણ મધ્યગાની આસપાસ સમ્મિતરૂપ છે

૩. ઉ૦ સિ૦ ૧માં જો (૧) ∠अबक = ૭૨° તો ∠डबक કેવડો ? અને (૨) ∠अकब = ૬૭° તો ∠इकब કેવડો ?

૪. એક ત્રિકોણમાં ∠अ = ૩૨°, अब = अक = ૫.૨" તો પાયા ઉપરના ખુણા કેવડા ?



૫. △अबक સમદ્વિબાજુની સરખી બાજુ अब, अक લંબાવતાં बड = लक છે તો (૧) △अबल ≡ △अकड અને (૨) △डबक ≡ △लकब. આ ઉપરથી સિદ્ધ કરો કે ∠अबक = ∠अकब.

૬. સમદ્વિબાજુ △ अबक અને △ डबक વિરૂદ્ધ બાજુએ છે તો (૧) ∠अबड = ∠अकड (૨) ∠बअड = ∠कअड અને ∠बडअ = ∠कडअ.

૭. પ્ર૦ સિ૦ ૧૨મા બતાવો કે अफ અને बक એક બીજાને લંબ છે.

૮. अबक અને लबक △ઓ એકજ બાજુએ સમદ્વિબાજુ છે તો (૧) ∠अबल = ∠अकल; (૨) △ अकल ≡ △अबल. (૩) ∠बअल = ∠कअल; એ સિદ્ધ કરો.

૯. अबक △ માં अब = अक = ૭.૫ સે. મી. અને ∠क = ૭૮° તો બાકીના ખુણા શોધી કાઢો.

૧૦. △ अबक સમદ્વિબાજુ છે અને ड, इ, फ બાજુઓનાં મધ્ય બિંદુ છે તો △ डइफ પણ સમદ્વિબાજુ છે એમ બતાવો.

૧૧. △ अबक સમદ્વિબાજુ છે; इ, फ, સરખી બાજુ अक અને अबનાં મધ્યબિંદુ છે તો बइ = कफ અને △ बइक ≡ △ कफब.

૧૨. △ अबक માં अब = अक છે અને बइ અને कफ પાયા ઉપરના ખુણાને દુભાગી સામેની બાજુને મળે છે તો बइ = कफ સિદ્ધ કરો.

૧૩. △ अबक માં अब = अक છે અને ∠क, ∠ब ને દુભાગી कड, बड, લીટીઓ ड માં અનુક્રમે મળે તો डअ, ∠अ ને દુભાગે છે.

૧૪. अबक $\triangle$ માં अब = अक અને डब, इक પાયાને (बक ને) લંબ છે અને अक, अब ને ड, इ માં મળે છે તો $\triangle$ डबक $\equiv$ $\triangle$इकब.

૧૫. સમબાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેના ખુણા બરાબર છે.

૧૬. સમ ચોરસમાં કર્ણ અને બાજુની વચ્ચેનો અંતર્ખુણો ૪૫° છે.

૧૭. अबकड સમબાજુ ચતુષ્કોણ છે અને बड કર્ણ છે તો (૧) ∠अडब = ∠कडब (૨) ∠कबड = ∠कडब; (૩) ∠अबक = ∠अडक.

૧૮.* સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણની સરખી બાજુ લંબાવીએ તો બહારનો ખુણો એક કાટખુણા કરતાં મોટો છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૯.* કોઈ પણ સીધી લીટી સુધી બહારના કોઈ બિંદુથી બે કરતાં વધારે સરખી લીટી દોરી શકાય નહિ એમ બતાવો.

૨૦.* કોઈ પણ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં પાયાને લંબાવતા થનો બહારનો ખુણો અંદરના કોઈ પણ ખુણા કરતાં મોટો છે એમ બતાવો.

૨૧.* કોઈ પણ સમદ્વિબાજુ $\triangle$ માં પાયા ઉપરના સાંકડા ખુણા છે.

૨૨.* પાયા ઉપરના ખુણામાથી સમદ્વિબાજુ કે સમબાજુ ત્રિકોણમાં સામી બાજુ ઉપર દોરેલા લંબો બરાબર છે.

૨૩. કોઈ પણ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં પાયાના મધ્યબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલી લંબો બરાબર છે એમ બતાવો.

૨૪.* કાટખુણુ ત્રિકોણની કર્ણનું મધ્યબિંદુ ત્રણે શિરોબિંદુથી સરખે અંતરે છે એમ સિદ્ધ કરો.

૨૫. સમબાજુ $\triangle$ માં દરેક ખુણો $\frac{2}{3}$ કાટખુણાની બરાબર છે.

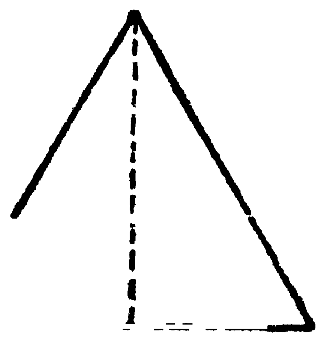
૨૬. કાટખુણુ સમદ્વિબાજુ $\triangle$ માં દરેક સરખો ખુણો $\frac{1}{2}$ કાટખુણો છે.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૩.

કોઈ પણ ત્રિકોણમાં જો બે ખુણા બરાબર હોય તો તેની સામસામેની બાજુઓ પણ બરાબર છે; એટલે કે ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

अबक △માં ∠क = ∠ब તો अब = अक થશે.

રચના. ધારો કે अफ, લીટી ∠अ ને દુભાગે છે. (સ્વી. કૃ.)



સિદ્ધતા ∵ △ अबफ અને △ अकफ માં

{ ∠ब = ∠क (પ્રતિજ્ઞા)
∠ बअफ = ∠कअफ (રચના)
અને अफ સામાન્ય છે.

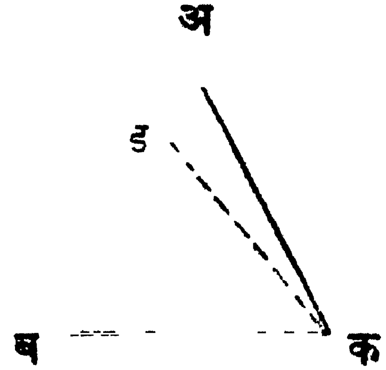
∴ △ अबफ ≡ △अकफ (પ્ર૦ સિ૦ ૧૧)

∴ अब = अक. પ્ર૦ સિ૦

અથવા:—

સાધન. अबक ત્રિકોણમાં ∠अकब = ∠अबक છે તો अब = अक થશે.

રચના. अब, अक ની બરાબર ન હોય તો તેમાંથી એક બીજીથી મોટી હોવી જોઇએ. ધારો કે अब, अक થી મોટી છે.



अबમાંથી अक = बड કાપો અને कड ને સાંધો. (સ્વી૦ ફે૦)

સિદ્ધતા. ∵ △अकब અને △डबकમાં

अक = डब (રચના), ખુણો अकब = ખુણો अबक (પ્રતિજ્ઞા)

અને बक સામાન્ય છે.

∴ △ अकब ≡ △डबक છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

એટલે આખો ત્રિકોણ તેના એક ભાગની બરાબર છે; પણ એ અશક્ય છે

તેથી अब, अक થી મોટી નથી; તેમજ તે નાની પણ નથી.

∴ अब = अक. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત. સમકોણ ત્રિકોણ સમબાજુ છે.

પ્રશ્નો.

૧. △अबकની બે બાજુ લંબાવતાં બહારના ખુણા બરાબર છે તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

૨. △अबकમાં अब = अक અને क અને ब ખુણાને દુભાગનારી कड અને बड લીટી ड માં મળે તો △डबक સમદ્વિબાજુ છે.

૩. પ્રશ્ન ૨માં डअ લીટી अ ખુણાને દુભાગે છે એમ બતાવો.

૪. अबकडમાં अब = अड અને ∠ ब = ∠ड તો कब = कड છે

૫. △अबकમાં बकમાં प અને ड એવાં બિંદુ છે કે ∠बअप = ∠कअड અને अप = अड તો अब = अक છે એમ સિદ્ધ કરો.

૬. △ **अबक** માં ∠**ब** = ∠**क** = ૨ ∠**अ**; અને ∠**ब** ને દુભાગનારી લીટી **बड**, **अक** ને **ड**માં મળે છે તો **अड** = **बड** છે એમ સિદ્ધ કરો.

૭. જો કોઈ △ ના બહારના ખુણાને દુભાગનારી લીટી સામેની બાજુને ‖ હોય તો △ સમદ્વિબાજુ છે એમ સિદ્ધ કરો.

૮.* સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના પાયાને દોરેલી ‖ લીટી બાજુઓને છેદે તો બીજો સમદ્વિબાજુ △ થાય છે એમ સિદ્ધ કરો.

૯.* કોઈ પણ ખુણાને દુભાગનારી લીટીના કોઈ પણ બિંદુમાંથી ગમે તે શાખા લીટીને ‖ લીટી દોરી હોય તો તે બીજી શાખા લીટી સાથે સમદ્વિબાજુ △ કરે છે એમ બતાવો.

૧૦.* સમદ્વિબાજુ △ના પાયા ઉપરનો લંબ એક બાજુને અંદરથી અને બીજીને બહારથી છેદે છે તો બીજો △ સમદ્વિબાજુ છે.

૧૧.* કોઈપણ ખુણાને દુભાગનારી લીટીના કોઈપણ બિંદુમાંથી શાખા લીટીને ‖ દોરેલી લીટી રોમ્બસ કે ચોરસ બનાવે છે એમ બતાવો.

૧૨.* **अब** લીટી **कबड**ને **ब**માં મળે છે અને **बप**, ∠**कबअ**ને અને **बम**, ∠**डबअ**ને દુભાગે છે. જો **पम** ‖ **कड** હોય તો **अम** = **अब** = **अप** અને △**बपम** કાટખુણ છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૩. **अब** વ્યાસ ઉપરના **अपब** અર્ધવર્તુળ ઉપર **प** બિંદુ છે તો ∠**अपब** કાટખુણો છે એમ સિધ્ધ કરો.

૧૪. **अबक** સમબાજુ ત્રિકોણની **अब**, **अक** બાજુ ઉપર બહારથી **अबल**, **अकर** સમબાજુ ત્રિકોણો કાઢ્યા હોય તો **लअर** એક સીધી લીટી છે.

૧૫. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં સરખી બાજુનાં મધ્યબિંદુને સામેનાં શિરોબિંદુ જોડે સાંધનારી લીટીઓ બરાબર છે એમ બતાવો.

૧૬. કોઈ પણ ત્રિકોણમાં મધ્યગા જે બાજુને તે દુભાગે તેનાથી અર્ધી હોય તો તે કાટખુણ ત્રિકોણ છે એમ બતાવો.

૧૭. **अबक** ત્રિકોણના **बक** પાયા ઉપર **ड** એક એવું બિંદુ શેાધી કાઢો કે **अड** = **कड** હોય.

१८. अबकड ચતુષ્કોણમાં ∠अ, ∠ब પહોળા ખુણા છે અને સરખા છે. જો अब ∥ कड, હોય તો अड = बक છે એમ સિદ્ધ કરો.

પ્રમેય સિદ્ધાંત १४.

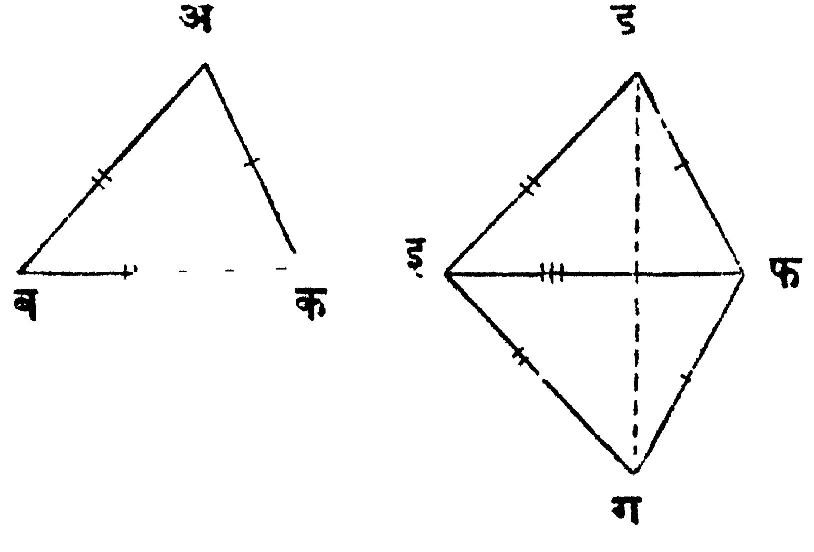
જો એક ત્રિકોણની ત્રણે બાજુઓ અનુક્રમે બીજા ત્રિકોણની ત્રણે બાજુની બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે.

સાધન. अबक અને डइफ ત્રિકોણોમાં अब = डइ, बक = इफ અને कअ = फड છે, તો △ अबक ≡ △ डइफ થશે.

સિદ્ધતા. △ अबक ને ઉંચકીને એવી રીતે મૂકો કે ब, इ ઉપર અને बक, इफ ઉપર પડે અને ∵ कब = इफ તેથી क, फ ઉપર પડે છે:-

પણ એવી રીતે કે अ, ड તરફ ન પડતાં તેની સામેની બાજુએ પડે ધારો કે ग ઉપર अ પડે છે. डग સાંધો.

પહેલો ભાગ. डग, इ અને फની વચ્ચે પડે છે.



હવે ∵ इडग ત્રિકોણમાં इग = इड (એટલે बअ)

∴ ∠इडग = ∠इगड (પ્ર० સિ० १२

અને ∵ फडग ત્રિકોણમાં, फग = फड (?)

∴ ∠फडग = ∠फगड; (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)

∴ આખો ∠इडफ = આખો ∠इगफ; (પ્ર૦ પ્ર૦)

પણ ∵ ∠इगफ = ∠कअब છે; (?)

∴ ∠बअक = ∠इडफ. (પ્ર૦ પ્ર૦)

વળી ∵ △ अबक અને △ डइफમાં

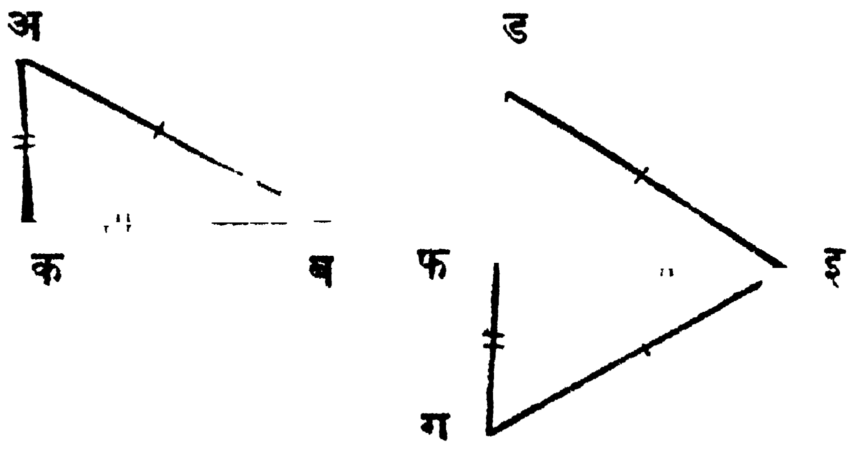
अब = डइ અને अक = डफ, (પ્રતિજ્ઞા)

અને ∠बअक = ∠इडफ, (સિદ્ધતા)

∴ △ अबक ≡ △डइफ. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

નોટ—આ સિદ્ધાંતમા પહેલા ભાગમાં આપેલી સિદ્ધતાજ કરે તો ચાલશે નીચેના બે ભાગો વધારા તરીકેજ છે. પરીક્ષામા એની જરૂર નથી.

બીજો ભાગ. डग પાયાના फ છેડામાંથી જાય છે.



હવે ∵ इडग △ માં इड = इग (?)

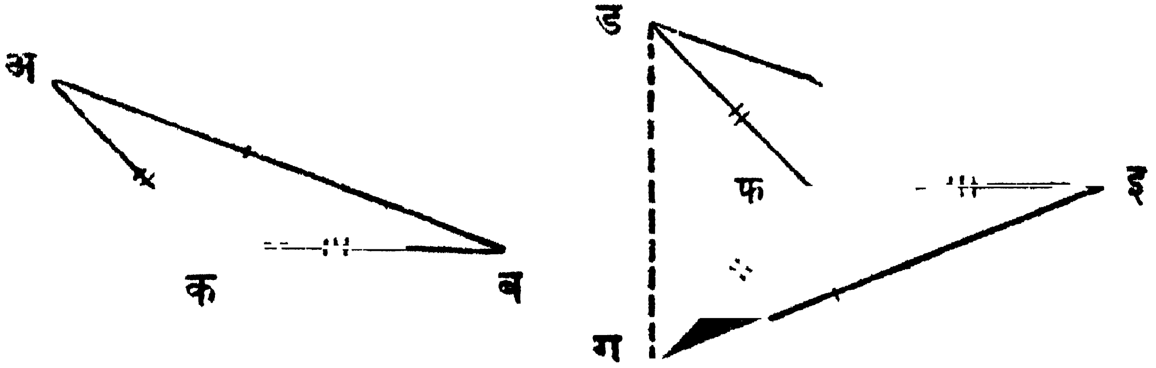
∴ ∠इगड = ∠इडग (પ્ર. સિ. ૧૨)

પણ ∠इगड = ∠बअक

∴ ∠कअब = ∠इडफ

∴ △अबक ≡ △डइफ. (પ્રથમ ભાગ)

ત્રીજો ભાગ. **डग** પાયાની બહાર પડે છે.



હવે ∵ **इडग** ત્રિકોણમાં **इग** = **इड** (?)

∴ ∠**इडग** = ∠**इगड**; (પ્ર. સિ. ૧૨)

અને ∵ **डफग** ત્રિકોણમાં **फग** = **फड**; (?)

∴ ∠**फडग** = ∠**फगड**; (પ્ર. સિ. ૧૨)

∴ ∠**इडफ** = ∠**इगफ**. (પ્ર૦ પ્ર૦)

પણ ∠**इगफ** = ∠**बअक**, તેથી ∠**बअक** = ∠**इडफ**;

∴ △ **अबक** ≡ △ **डइफ**. (પ્રથમ ભાગ). **પ્ર૦ સિ૦**

પ્રશ્નો.

૧. સિદ્ધાંત ૧૪ નો પ્રતીપ સિદ્ધાંત કહો તે સત્ય છે ?

૨. એક વર્તુળમાં બે જ્યા બરાબર છે તો તેઓની સામેના મધ્ય બિંદુ આગળના ખુણા પણ બરાબર છે.

૩. **अबक** વર્તુળમાં પરિધ ઉપર **अ**, **ब**, **क**, **ड** ચાર બિંદુઓ છે અને ∠ **अमब** = ∠**कमड** તો **अक** = **बड**. (**म** મધ્યબિંદુ છે.)

૪. **अबक** વર્તુળમાં **अब** જ્યા છે અને **ड**, **अब** નું મધ્યબિંદુ છે; તો જો **म**, વર્તુળનું મધ્યબિંદુ હોય તો **मड**, **अब**ને ⊥ છે.

૫. એકજ પાયા ઉપર પણ વિરૂધ્ધ બાજુ પર બે સમદ્વિબાજુ △ઓ છે, તો તેનાં શિરોબિંદુને સાંધનારી લીટી પાયાની સામેના ખુણાઓને દુભાગે છે એમ બતાવો.

૬. डअ પાયા ઉપર એકજ બાજુએ इडअ અને फडअ △ઓ સમદ્વિબાજુ છે તો इफ, डअને કાટખુણે દુભાગે છે.

૭. પ્રશ્ન ૬ માં ત્રિકોણો વિરૂદ્ધ બાજુએ હોય તો પણ પ્રશ્ન ખરો છે.

૮. બે વર્તુળો अ, कમાં છેદે છે તો તેનાં મધ્ય બિંદુને સાંધનારી લીટી अकને કાટખુણે દુભાગે છે.

૯. अबकड ચતુષ્કોણમાં अब = अड અને बक = कड તો अक, ∠अ અને ∠कને દુભાગે છે અને अक ⊥ बड

૧૦. अबकड ચતુષ્કોણમાં अड = बक અને अक = बड તો ∠अडक = ∠बकड; અને જો अक, बड, લીટી म માં છેદે તો मकड △ સમદ્વિબાજુ છે.

૧૧. ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુઓ બરાબર હોય તો સામસામેના ખુણાઓ પણ બરાબર છે એમ બતાવો.

૧૨. રોમ્બસમાં કર્ણો ખુણાઓને દુભાગે છે.

૧૩. રોમ્બસમાં કર્ણો અરસપરસ કાટખુણે દુભાગાય છે.

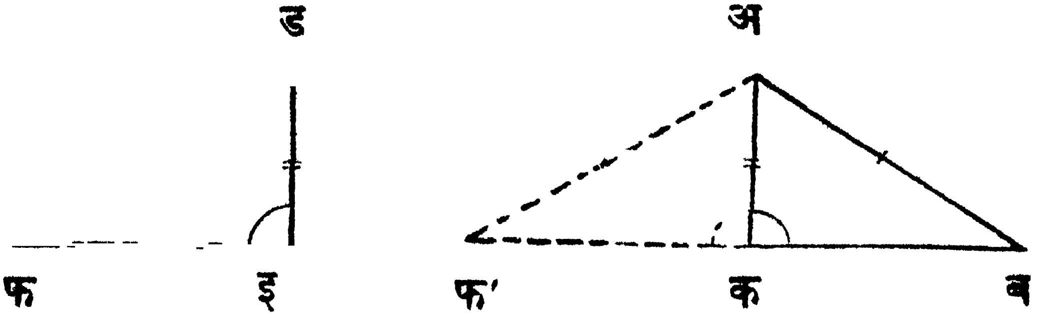
૧૪. * બે સમકેંદ્ર વર્તુળોને એક લીટી अ, ब, અને क, डમાં છેદે છે તો अक = बड અને તેઓની સામેના મધ્ય બિંદુ આગળ ખુણાઓ સરખા છે.

૧૫. ત્રિકોણની બાજુને દુભાગનારા લંબ એક બિંદુગામી છે.

૧૬. ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલા લંબ, એક બિંદુગામી છે.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૫.

જો બે કાટખુણુ ત્રિકોણુની કર્ણ સરખી હોય અને એકની એક બાજુ બીજાની એક બાજુની બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે.



अबक અને डफइ બે △ઓમાં ∠क અને ∠इ કાટખુણા છે અને अब કર્ણ = डफ કર્ણ અને अक બાજુ = डइ બાજુ છે, તો

△अबक ≡ △डइफ થશે.

સિદ્ધતા △डइफ ને △ अबक ની સાથે એવી રીતે મૂકો કે ड, अ ઉપર પડે અને डइ, अक ઉપર પડે અને

∵ डइ = अक, ∴ इ, क ઉપર પડશે.

અને फ, ब તરફ ન પડતાં ब ની વિરૂદ્ધ બાજુએ फ' ઉપર પડે;

ત્યારે △अकफ', △डइफ ની નવી સ્થિતિ થઈ.

હવે ∵ ∠अकब = ૯૦° અને ∠अकफ' = ૯૦° (?)

∴ ∠अकब + ∠अकफ' = ૨ કાટખુણા

∴ बकफ' એક સીધી લીટી છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૨)

અને ∵ △ अबफ' માં अब = अफ' ∴ ∠फ' = ∠ब (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)

હવે ∵ अबक અને अफ'क △ ઓમાં

∠ब = ∠फ' અને ∠अकब = ∠अकफ' અને अब = अफ'

∴ △ अबक ≡ △ अफ'क એટલે (પ્ર૦ સિ૦ ૧૧)

∴ △ अबक ≡ △ डफइ. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નેા.

૧. સિદ્ધાંત ૧૫ સિ૦ ૧૧ની મદદ વિના સ્થાનેાપરિ સ્થિતિથી સિદ્ધ કરેા.

૨. अबक △માં अक, अब ઉપર बम, कर લંબ છે; જો बम = कर તેા अब = अक એમ સિધ્ધ કરેા.

૩. △अबकમાં ∠ब અને ∠कને દુભાગનારી લીટીએા ड માં મળે તેા डअ, ∠अને દુભાગે છે એમ બતાવેા.

૪. △अबकમાં अब = अक અને अड, बक ને કાટખુણે મળે છે તેા △ अबड ≡ △अकड એ સિદ્ધ કરેા.

૫. કેાઈ પણ ખુણાની શાખાલીટીએા પર દેારેલી લંબ સરખી હેાય તેા તે લંબનું છેદન બિંદુ તે ખુણાને દુભાગનારી લીટી ઉપર છે એમ બતાવેા.

૬. કેાઈ પણ વર્તુળમાં મધ્ય બિંદુમાંથી જ્યા ઉપર દેારેલી લંબ જ્યાના બે સરખા ભાગ કરે છે એમ સિધ્ધ કરેા.

૭. પ્રશ્ન ૬ની મદદથી બતાવેા કે જ્યા જેા સરખી હેાય તેા મધ્ય બિંદુમાંથી તેએા પર દેારેલી લંબ પણ સરખી છે.

૮. કેાઇ પણ ત્રિકેાણમાં પાયાના મધ્ય બિંદુમાંથી સામેની બાજુ પર દેારેલી લંબ બરાબર હેાય તેા ત્રિકેાણ સમદ્વિબાજુ છે.

૯. કેાઈ પણ ત્રિકેાણમાં ખુણાએામાંથી સામેની બાજુ ઉપર દેારેલી લબ બરાબર હેાય તેા ત્રિકેાણ સમદ્વિબાજુ છે.

૧૦. अबक અને डइफ △એામાં बक અને इफ ઉપર अप અને डम લંબ છે. જો अप = डम, अब = डइ અને अक = डफ તેા △ अबक ≡ △ डइफ છે એમ સિધ્ધ કરેા.

૧૧. પ્રશ્ન ૧૦ માં अप = डम; अब = डइ અને बक = इफ તેા △ अबक ≡ △ डइफ છે એમ સિદ્ધ કરેા.

૧૨ એક વર્તુળમાં પરિધિ પરનાં प અને क બિંદુમાંથી अब વ્યાસ ઉપર पम, कड બે સરખા લંબ દેાર્યા છે તેા अपब △ ≡ बकअ △ છે

ત્રિકોણોની સમાનતા ઉપર નોટ.

ઉપલા સિધ્ધાંતો ઉપરથી માલમ પડ્યું હશે કે બે ત્રિકોણોમાં નીચે પ્રમાણે પક્ષ હોય તો તે ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છેઃ—

૧. બે બાજુ અને અંતર્ખુણો સરખાં —પ્ર૰ સિ૰ ૧૦,

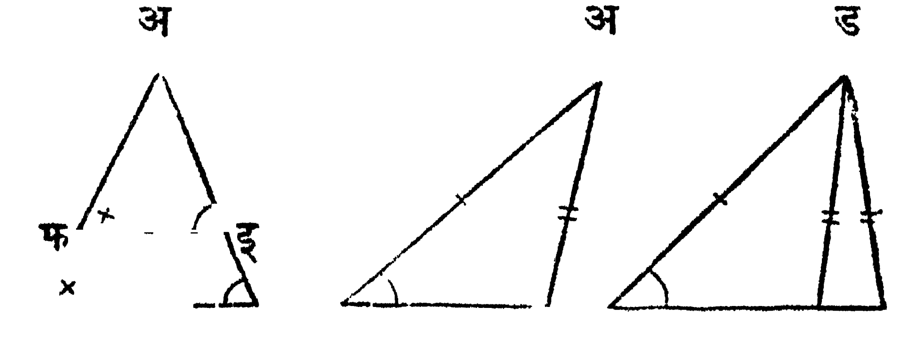
૨. બે ખુણા અને મળતી આવની બાજુ સરખાં —પ્ર૰ સિ૰ ૧૧;

૩ ત્રણે બાજુ સરખી —પ્ર૰ સિ૰ ૧૪;

૪. કાટખુણુ △ એમા કર્ણ અને એક બાજુ સરખાં—પ્ર૰ સિ૰ ૧૫.

ઉપર પ્રમાણેનો પક્ષ બન્ને ત્રિકોણોમાં અનુક્રમે સરખા હોય તો તે ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા હોય છે હરેક ત્રિકોણમાં ત્રણ બાજુ અને ત્રણ ખુણા મળી ૭ તત્ત્વ યા અંગ હોય છે. આમાંથી ગમે તે સરખા આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણો સરખા છે એમ નથી કારણ કે,

(૧) નીચે બતાવેલી આકૃતિમાં બન્ને ત્રિકોણમાં ખુણાઓ અનુક્રમે સરખા છે પણ કાંઈ ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા નથી.



(૧) ની આકૃતિ (૨) ની આકૃતિ

(૨) તેમજ વળી ઉપરની આકૃતિમાં બે બાજુઓ અને તેમાંની એકની સામેનો ખુણો અનુક્રમે બરાબર છે પણ હંમેશાં બન્ને ત્રિકોણો સરખા નથી. કારણ કે △ अबक ≡ △ डइफ, પણ △ अबक, △ डइप સરખા નથી, જો કે બન્નેમાં ઉપરનો પક્ષ છે. આ ઉપરથી માલમ પડે છે કે આવા પ્રશ્ન ઉપરથી બે ત્રિકોણો કોઈ વખતે સરખા હોઈ શકે છે.

કારણ કે अकને મળતી આવતી બાજુ इफ ને બે બિંદુમાં મળી શકે છે અને તેમાંની એકજ સ્થિતિમાં (જ્યારે डफ માં હોય છે ત્યારે) બન્ને ત્રિકોણ બરાબર છે વળી જ્યારે △ એ બધી રીતે સરખા નથી ત્યારે ∠अबक અને ∠डपइ ન્યૂનતા પૂરક છે. ∵ ∠अकब = ∠डफइ = ૧૮૦°– ∠डफप = ૧૮૦° – डपइ.

આ પ્રમાણે જ્યારે બે બાજુ અને સામેના ખુણાનો પક્ષ આપ્યો હોય ત્યારે નક્કી કહી શકાય નહિ કે ત્રિકોણો સરખા છે કે નહિ; માટે આ સિદ્ધાતને "ત્રિકોણોની સમાનતાનો અનિશ્ચિત સિદ્ધાત" કહેવામાં આવે છે. જ્યારે આપેલા ખુણાઓ કાટખુણા હોય છે ત્યારે એ સિદ્ધાંત ૧૫માનું રૂપ છે અને સઘળી અનિશ્ચિતતા જતી રહે છે.

ત્રિકોણ પરના સામાન્ય પ્રશ્નો.

૧. નીચેના પક્ષ ઉપરથી કયા કયા ત્રિકોણો સરખા છે તે કહો -

△ अबक અને △ अ'ब'क', માં

(અ) ∠अ = ∠अ' = ૭૫ ; અ = અ' = ૩·૪"; બ = બ' = ૨·૧'

(બ) ∠ब = ∠ब' = ૫૫°; બ = બ' =૩·૫ સે., ક = ક' = ૫·૯ સે.

(ક) ∠अ = ∠अ' =૪૨°; ∠ब = ∠ब' = ૧૧૨°;∠क=∠क'=૨૬°.

(ડ) અ = અ' = ૪·૦"; બ=બ' = ૪·૫"; ક = ક' = ૫·૪".

(ઇ) ∠क = ∠क' = ૯૦°; ક = ક' = ૪·૦"; અ = અ' = ૩·૭'.

(ફ) ∠क = ∠क= ૭૫°; બ=બ'=૨·૪ સે; અ = અ' =૪·૨ સે.

(ઘ) ∠अ = ∠अ' = ૯૦°; અ=અ'=૫·૨ સે; બ = બ' =૩·૭ સે.

(પ) ∠ब = ∠ब'= ૬૧°; ક=ક' = ૩·૯"; બ = બ' = ૨·૭"

(ય) અ = અ' = ૫·૫"; બ = બ' = ૬·૭"; ∠क = ∠क' = ૧૧૨°.

૨. પ્રશ્ન ૧માં જ્યાં ત્રિકોણો સરખા ન હોય ત્યાં કારણ બતાવો.

૩. કોઈ પણ ત્રિકોણના માંહેના ખુણાનો શો ગુણ છે?

૪. કોઇ પણ ત્રિકોણના બહારના ખુણાનો શો ગુણ છે?

૫. પ્રશ્ન ૪, પ્ર. સિ. ૯માં આવી શકે કે નહિ તે બતાવો.

૬. લીટી અને બાજુના પક્ષ ઉપરથી ખુણાનું સાધ્ય કયા કયા સિદ્ધાતમાં છે તે કહેા. તે સિદ્ધાંતની પ્રતિજ્ઞા કહેા

૭. કયી કયી વખતે બે ત્રિકોણો સરખા થવાજ જોઇએ?

૮. કયી કયી વખતે બે ત્રિકોણો સરખા થાય યા ન થાય?

૯. બાજુ પ્રમાણે ત્રિકોણના વિભાગ પાડો.

૧૦. ખુણા પ્રમાણે ત્રિકોણના વિભાગ પાડો.

૧૧. સિદ્ધાંત ૧૫મામાં લંબના એકજ (અ) બિંદુમાંથી જે આડી સીધી લીટી લંબ સાથે સરખા ખુણા કરે છે તે સરખી છે.

૧૨ સિદ્ધાંત ૧૫મામાં લંબના કોઇ પણ એકજ બિંદુમાંથી જે લીટી લંબ સાથે સરખા ખુણા કરે છે તે સરખી છે

૧૩. કોઈ બે ત્રિકોણમાં એકની બે બાજુ બીજાની બે બાજુની બરાબર હોય અને સરખી બાજુના એક જોડકાની સામેના ખુણાઓ પણ સરખા હોય તો સરખી બાજુના બીજા જોડકાની સામેના ખુણા સરખા છે યા ન્યુનતાપુરક છે.

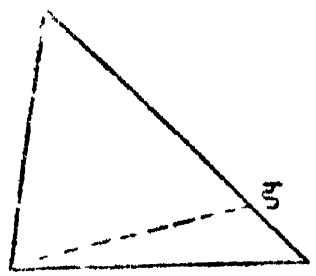
૧૪. ઉપલા પ્રશ્નમાં આપેલા સરખા ખુણાની સામેની બાજુ સિવાયની સરખી બાજુની સામેના ખુણાઓ બન્ને સાંકડા, પહોળા અથવા કાટખુણા હોય તો △ ઓનો શો સંબંધ છે? આપેલા સરખા ખુણાઓ કાટખુણા કે પહોળા ખુણા હોય તો △ ઓનો શો સંબંધ છે?

નોટ. ત્રીજા વિભાગમાં ત્રિકોણો બનાવવાની જે જે રચનાઓ આપી છે તેને ત્રિકોણની સર્વ સમાનતા વિષેના પ્રમેય સિદ્ધાતોના પક્ષ ભાગ સાથે સરખાવો.

§ ૧૭. ત્રિકોણમાં બાજુ અને ખુણાનો સંબંધ.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૬.

જો કોઇ પણ ત્રિકોણમાં એક બાજુ બીજી કરતાં મોટી હોય તો મોટી બાજુની સામેનો ખુણો નાની બાજુની સામેના ખુણા કરતાં મોટો છે.



△ अबक માં अक > अब છે, તો ∠ अबक > ∠ अकब થશે.

રચના. મોટી अक માંથી अब = अड કાપી बड સાંધો.

સિદ્ધતા. ∵ बकड △ની कड બાજુ अ સુધી લંબાવી છે;

∴ ∠ अडब > ∠ बकड (પ્ર૦ સિ૦ ૮ ઉ૦)

પણ ∵ △ अबड માં अड = अब; (રચના)

∴ ∠ अबड = ∠ अडब; (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)

પણ ∠ अडब > ∠ बकड;

∴ ∠ अबड પણ > ∠ अकब (∠ बकड);

∴ ∠ अबक પણ ∠ अकबથી ઘણો મોટો છે. **પ્ર૦ સિ૦**

પ્રશ્નો.

૧. કોઇ પણ △માં સૌથી મોટો અને સૌથી નાનો ખુણો કયો ?

૨. કોઇ પણ △ માં સૌથી મોટી બાજુ પરના ખુણા સાંકડા ખુણા છે.

૩. अबकड ચતુષ્કોણમાં अब સૌથી નાની અને कड સૌથી મોટી છે તો ∠ अ > ∠क અને ∠ड < ∠ब છે એ સિદ્ધ કરો.

૪. △ अबक માં अब > अक અને अड = अक અને अइ, ∠ अ ને દુભાગી बक ને इ માં મળે છે તો બતાવો કે ∠ब < ∠क બતાવો.

૫. કોઇ પણ △માં એક બાજુ બીજી કરતાં મોટી હોય અને શિરોબિંદુમાંથી પાયા સુધી કાઈ પણ લીટી △માં દોરીએ તો તે < મોટી બાજુ.

૬. પ્રશ્ન ૫ મામાં બન્ને બાજુ સરખી છે તો પણ સાધ્ય સત્ય છે.

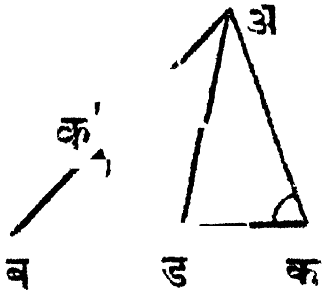
૭. △ अबक માં अब > अक અને अक ને વધારી अड = अब કરીએ તો ∠ अकब > ∠ अबक એ સિદ્ધ કરો

૮. કોઈ પણ △માં બે ખુણા બરાબર હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે એમ પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૬ થી સાબિત કરો.

૯. પ્ર૦સિ૦ ૧૬ ની આકૃતિમાં ∠ अ ને દુભાગનારી લીટી ⊥ बड; તો ∠डबक = ½ ∠ (ब–क) અને ∠अबड = ½ ∠ (ब+क)

૧૦. ચતુષ્કોણમાં अब, बक, कड, डअ ઉતરતા ક્રમમાં હોય તો ∠ड > ∠ब એ સાબિત કરો.

૧૧. अबक △ માં अब > अक લો, △ ને अड ઉપર બેવડ વાળી બતાવો કે ∠ क > ∠ ब છે.



૧૨. अबकड સ૦ ચ૦ માં अब > अड છે તો ∠ अडब > ∠ बडक છે એમ બતાવો.

૧૩. ત્રિકોણમાં એક બાજુ બીજી કરતાં મોટી હોય તો ત્રિકોણના શિરોબિંદુને પાયાના મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી ત્રિકોણની મોટી બાજુ અને શિરોબિંદુ ખુણાને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચે આવવી જોઇએ.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૭.

જો કોઈ પણ ત્રિકોણમાં એક ખુણો બીજા ખુણા કરતાં મોટો હોય તો મોટા ખુણાની સામેની બાજુ નાના ખુણાની સામેની બાજુ કરતાં મોટી છે.



अबक ત્રિકોણમાં ∠अबक > अबक છે તો कअ > अब થશે.

સિદ્ધતા. (૧) अक > अब, અથવા (૨) अक = अब, અથવા
(૩) अक < अब હોવી જોઇએ.

જો अक < अब હોય તો ∠ ब < ∠ क છે (પ્ર૦ સિ૦ ૧૬)
પણ પક્ષ પ્રમાણે તે અશકય છે તેથી (૩) અસત્ય છે.

તેમજ જો अक = अब, તો ∠ ब = ∠ क છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)
પણ તે અશકય છે માટે (૨) પણ અસત્ય છે.

∴ (૧) જુંજ ખરૂં હોવું જોઇએ.

∴ अक, अबથી મોટી છે. **પ્ર૦ સિ૦**

નોટ—ઉપલા સિદ્ધાંતમાં જે જાતની સિધ્ધતા વાપરી છે તેને અવચ્છેદક કે ક્રમ વિરૂધ્ધ સિધ્ધતા કહે છે. એ સિધ્ધતામાં સિધ્ધાંતના સાધ્યને એક રીત સિવાય બીજી બધી રીતે ખોટા ઠેરવી તે એકજ રીત, સત્ય ઠેરવવામાં આવે છે.

પ્રશ્નો.

૧. કાટખુણુ ત્રિકોણમાં કર્ણ મોટામાં મોટી બાજુ છે.

૨. अबकड ચતુષ્કોણમાં कड સૌથી મોટી અને अब સૌથી નાની છે તો ∠ अ > ∠ क અને ∠ ब > ∠ ड છે એમ બતાવો.

૩. પહોળખુણુ △માં પહોળા ખુણાની સામેની બાજુ સૌથી મોટી છે

૪. કોઈ પણ △માં સૌથી મોટા ∠ની સામેની બાજુ > બીજી કરતાં.

૫. એકજ બિંદુમાંથી લંબ અને બીજી એક સીધી લીટી એક બીજી સીધી લીટી સુધી દોરીએ તો તેમાં લંબ નાની છે.

૬. △ अबक સમદ્વિબાજુ છે અને अब = अक અને ड, बक પર લંબાવીને યા લબાવ્યા વગર લઇએ તે પ્રમાણે अड >< अब (अक).

૭. △ अबकમાં ∠ब અને ∠कને દુભાગનારી લીટીએા मમાં મળે છે. જો अब >< अक તો તે પ્રમાણે मब >< मक છે એમ બતાવો.

૮. अबक △મા ∠अને દુભાગનારી લીટી बकને डમા મળે છે તો अब > बड અને अक > कड છે એમ બતાવો.

૯ अबक△માં अड, बकને લબ છે તો अब > बड અને अक > कड છે એમ બતાવો.

૧૦. अबक △માં अब, अकને લબાવી થતા બહારના ખુણાને દુભાગનારી લીટી डમાં મળે તો જો अब > अक, તો डक > डब છે.

૧૧.* अबक સમબાજુ △માં કોઇ પણ લીટી બે સરખી બાજુને इ અને फમાં છેદી बक પાયાને क તરફ લંબાવતાં मમાં મળે છે તો તે જો अबને इમાં છેદે अइ < अफ છે એ સિધ્ધ કરો.

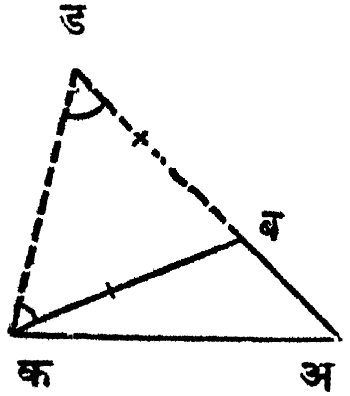
૧૨. अबक △માં बड, कइ સામેની બાજુ પર દોરેલી લંબ मમાં છેદે છે તો જ્યારે अब > अक ત્યારે मब > मक છે એ સિધ્ધ કરો.

૧૩. अबक △માં अब = अक; मर એ બાજુએાને म, रમાં અને પાયાને क તરફ લંબાવતાં लમાં છેદે તો अर > अम છે એ સિધ્ધ કરો.

૧૪. એક આપેલા બિંદુમાંથી આપેલી લીટી સુધી બેજ સરખી લીટી દોરી શકાય છે.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૮.

કોઇ પણ ત્રિકોણની બે બાજુ મળીને ત્રીજી કરતાં મોટી છે.



अबक ત્રિકોણમાં (૧) अब + बक > अक;

(૨) बक + कअ > अब;

(૩) अक + अब > बक થશે.

રચના. अब ને લંબાવી कब = बड કરો અને डक સાંધો (સ્વી૦કૃ૦)

સિદ્ધતા. △बडक માં

∵ बक = बड, ∴ ∠बडक = ∠बकड; (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)

પણ ∠अकड > ∠बकड, ∴ ∠अकड > ∠अडक

વળી △अडकમાં

∵ ∠अकड > अडक, ∴ अड > अक; (પ્ર૦ સિ૦ ૧૭)

પણ अड = अब + बड = अब + बक; (રચના)

∴ अब + बक > अक છે; એજ પ્રમાણે बक + कअ > अब;

અને अक + अब > बक છે. પ્ર૦ સિ૦

નોટ—આ સિધ્ધાંત કેવળ એક પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ છે. કારણ કે अ થી ब સુધી જઇને क સુધી આવવું એ પ્રત્યક્ષ રીતે अ થી क સુધી આવવાના કરતાં વધારે છે.

પ્રશ્નો.

૧. ∠**અબક** ને દુભાગી પ્ર૦ સિ૦ ૧૭ની મદદ લઈ પ્ર૦ સિ૦ ૧૮ સિદ્ધ કરો.

૨. કોઈ પણ ત્રિકોણમાં બે બાજુનો તફાવત ત્રીજી કરતાં નાનો છે. (પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૮ યા ૧૯ ની મદદ લો).

૩. કોઈ પણ પાયા ઉપર બે ત્રિકોણો એકજ બાજુએ એક, બીજાની અંદર હોય તો અંદરના △ની બાજુ બન્ને મળી બહારના △ની બાજુ કરતાં નાની છે એમ બતાવો.

૪ કોઈ પણ ત્રિકોણમાંના એક બિંદુને શિરોબિંદુઓ સાથે સાંધીએ તો આ લીટીઓનો સરવાળો △ની બાજુની અર્ધી પરિમિતિથી વધારે છે.

૫. ૪.૩ સે. મી , ૩.૫ સે. મી. ને .૭ સે. મી. ની બાજુવાળો △ કરો

૬. કોઈ પણ ચતુષ્કોણમાં બાજુનો સરવાળો કર્ણના સરવાળા કરતા મોટો છે એમ બતાવો.

૭. પ્રશ્ન ૪ માં જોડલી લીટીઓનો સરવાળો પરિમિતિથી ઓછો છે

૮. કોઈ પણ ચતુષ્કોણમા ત્રણ બાજુનો સરવાળો ચોથી કરતાં મોટો છે.

૯. △ **અબક**માં **ड** બિંદુ એવું છે કે **अड** = **अब** અને ∠**बअड** ને દુભાગનારી લીટી **कब** ને **म**માં મળે છે તો **बम** = **डम** અને **कब** લીટી **कड** કરતાં મોટી છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૦. △ **अबक** ની **अक** બાજુમાં **ड** બિંદુ છે તો **अब** + **अक** > **डब** + **कड** છે એમ બતાવો

૧૧. કોઈ પણ વર્તુળમાં જ્યા વ્યાસ કરતાં નાની છે.

૧૨.* કોઈ પણ △ માં બે બાજુઓ ત્રીજી બાજુને મળતી મધ્યગાની બમણાઈથી મોટી છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૩.* કોઈ પણ △માં બાજુનો સરવાળો મધ્યગાના સરવાળા કરતાં મોટો છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૪.* **अबक** △માં **बक**માં **ड** બિંદુ લીધું હોય તો **अड** △ની અ પરિમિતિથી નાની છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૫.* **अबकड** ચતુષ્કોણમા **प** કોઇ પણ બિંદુ હોય તો સામસામે બાજુનું એક જોડકું અથવા કર્ણોનો સરવાળો **पअ** + **पब** + **पक** + **प** કરતાં નાનો છે એમ બતાવો.

૧૬. કોઈ પણ સીધી લીટી આકૃતિમાં એક બાજુ કરતાં બ બાજુઓનો સરવાળો મોટો છે એમ બતાવો.

૧૭. ત્રિકોણની અંદરના કોઈ પણ બિંદુનાં શિરોબિંદુ સુધીનાં અ રનો સરવાળો ત્રિકોણની બાજુનાં અર્ધાથી મોટો છે એમ બતાવો.

૧૮ પ્રસ્ન ૧૭ કોઇ પણ સીધી લીટી આકૃતિને પણ લાગુ પાડો

૧૯. △ની મધ્યગા અને જે બાજુને તે દુભાગે (પાયાને) તે અર્ધું મળી △ની બે બાજુના અર્ધા સરવાળાથી મોટી છે એ સિદ્ધ કરે

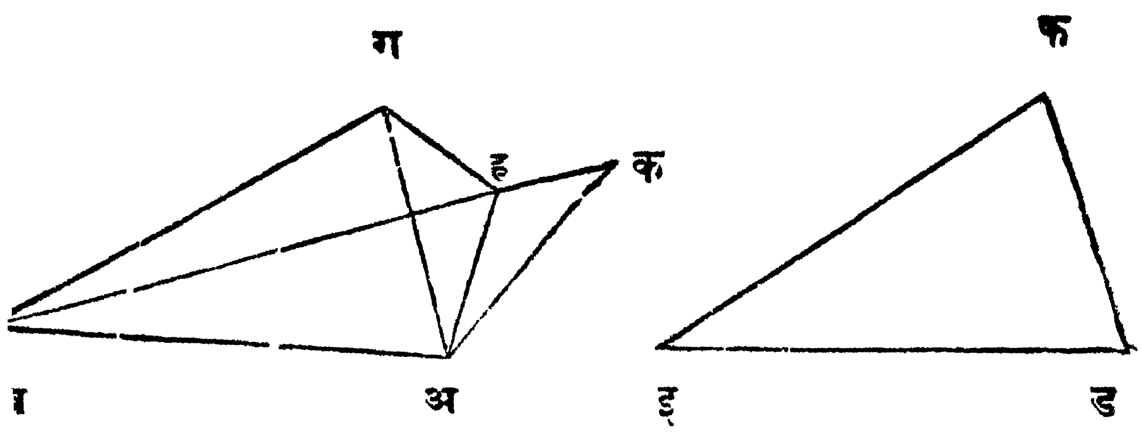
૨૦. △ માં બાજુઓનો સરવાળો મધ્યગાના બમણા સરવા કરતાં ઓછો છે એ સિદ્ધ કરો.

૨૧. ચતુષ્કોણમાં અર્ધી પરિમિતિ કરતાં કર્ણોનો સરવાળો મોટો

§ ૧૮. અસમાન ત્રિકોણો; અને સીધી લીટી ઉપર પડતા લંબનું મહત્વ.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૯.

જો એક ત્રિકોણની બે બાજુઓ બીજા ત્રિકોણની બે બાજુ અનુક્રમે બરાબર હોય અને તેઓના અંતર્ખુણા બરાબર ન હે તો મોટા અંતર્ખુણાવાળા ત્રિકોણનો પાયો નાના અંતર્ખુણાવા ત્રિકોણના પાયા કરતાં મોટો છે.



अबक, डइफ △ ઓમાં अब = डइ, अक = डफ,

અને ∠अ > ∠ड છે તો बक > इफ થશે.

સિદ્ધતા. डइफ △ ને अबग △ ની સ્થિતિમાં મૂકી ग, कને बनी એકજ બાજુ પર આવવા દો.

∵ ∠बअक > ∠बअग, ∴ अग, ∠बअक ની અંદર પડે છે.

∠कअग ને अहથી દુભાગો. हग સાંધો.

હવે ∵ अकह; अगह △ઓમા, अक = अग, (પ્રતિજ્ઞા)

अह સામાન્ય છે, અને ∠कअह = ∠गअह, (રચના)

∴ अकह, अगह △ઓ સર્વ સમાન છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

∴ कह = हग.

∴ बह + हग = बह + हक = बक;

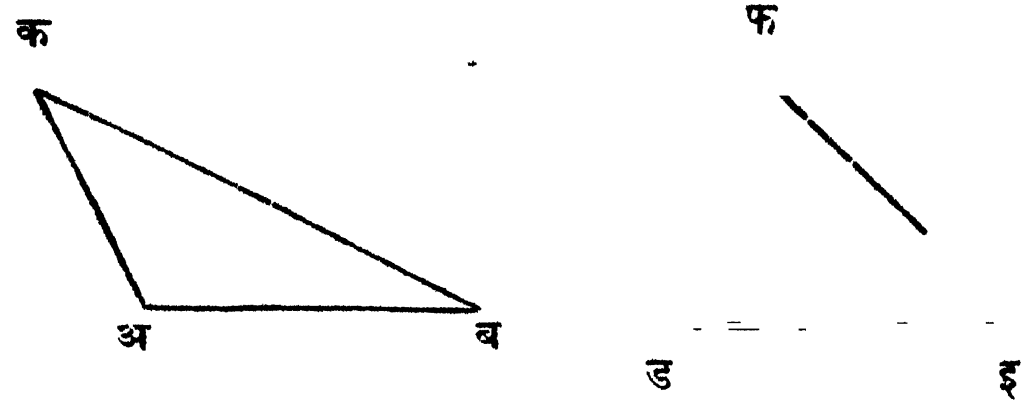
અને ∵ △ बहग માં बह + हग > बग. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૮)

અને ∵ बह + हग = बक,

∴ बक > बग, ∴ बक > इफ. પ્ર૦ સિ૦

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨૦.

જો એક ત્રિકોણની બે બાજુ બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય અને તેઓના પાયા અસમાન હોય તો મોટા પાયાવાળા ત્રિકોણનો શિરોબિંદુખુણો નાના પાયાવાળા ત્રિકોણના શિરોબિંદુખુણાથી મોટો છે.



સાધન. अबक, डइफ △ એમાં

अब = डइ, अक = डफ અને बक > इफ, તો ∠अ > ∠ड થશે.

સિદ્ધતા. જો ∠अ, ∠डથી મોટો ન હોય ત્યારે

કાં તો ∠अ = ∠ड હોવો જોઇએ; પણ ત્યારે बक = इफ (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

પણ આ અશક્ય છે [પ્રતિજ્ઞા]

અથવા ∠ अ < ∠ ड; પણ ત્યારે बक < इफ. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૯)

પણ આ અશક્ય છે. [પ્રતિજ્ઞા]

∴ માગેલું સાધ્યજ સત્ય છે.

∴ ∠ अ > ∠ड છે. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો. (સિ૦ ૧૯ ને ૨૦ ઉપર.)

૧. अब, डइ જ્યાના બે સરખા વર્તુળના क, फ મધ્યબિંદુ છે. જો अब > डइ તો ∠अकब > ∠ डफइ છે એમ બતાવો.

૨. अबक △માં अक > अब. જો अब, अकને લંબાવતાં તેમાં ड, इ એ એવાં બિંદુ હોય કે बड = कइ છે તો बइ > कड.

૩. એક વર્તુળનો अब વ્યાસ વર્તુળમાંના क બિંદુમાંથી જાય છે અને म મધ્યબિંદુ अकમાં છે તો कમાંથી પરિઘ સુધી દોરેલી લીટીઓમાં कअ સૌથી મોટી છે, અને

૪ कથી પરિઘ સુધી દોરેલી લીટીઓમાં कब સૌથી નાની છે; અને

૫. જ્યારે क प, क ड લીટીએા क માથી પરિઘ સુધી દોરી હોય અને ∠ पमक > ∠डमक હોય ત્યારે कप > कड; અને ઉલટું.

વર્તુળની બહાર क બિંદુ છે. अ ब વ્યાસ લંબાવતાં તે क માંથી જાય છે અને अकમાં म મધ્ય બિંદુ છે તો,

૬ क માંથી પરિઘ સુધી દોરેલી લીટીઓમાં कअ સૌથી મોટી છે. અને कब સૌથી નાની છે; અને

૭ જ્યારે कप, कडને कમાથી પરિઘ સુધી દોરીએ અને ∠पमक > ∠डमक હોય ત્યારે कप > कड; અને ઉલટું

૮. अबक △માં अब ને पમાં દુભાગી છે અને अक > कब તો ∠अपक > ૧ ⌊ અને જો कपમાં કોઇ ड બિંદુ હોય તો अड > बड.

૯. સમદ્વિબાજુ △ની દરેક સરખી બાજુ પાયા કરતાં મોટી હોય તો સરખી બાજુઓનો અંતર્ખુણો સમબાજુ ત્રિકોણના ખુણા કરતાં નાનો છે.

૧૦. अबक △માં म બિંદુ એવું હોય કે मअ = अब તો अक > अब.

૧૧. अबक △માં બાજુઓનાં ड, इ, फ બિંદુઓ હોય તો डइफ △ની પરિમિતિ अबक △ની પરિમિતિથી નાની છે એમ બનાવો.

૧૨. ત્રિકોણની અ,બ,ક બાજુ ઉપર ત્રિકોણની માંહેના કોઇ પણ બિંદુમાંથી દોરેલા લંબનાં અંતર ફ,છ,ડ, હોય તો અ + બ + ક > ડ + છ + ફ.

૧૩.* કોઈ પણ ચતુષ્કોણની કર્ણો મળી ચતુષ્કોણની અર્ધી પરિમિતિથી મોટી છે; અને આખી પરિમિતિથી નાની છે એમ બતાવો.

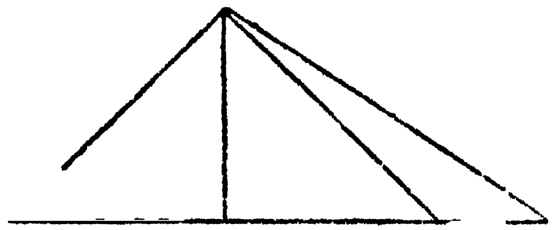
૧૪.* ચતુષ્કોણનાં શિરોબિંદુથી કોઈ બિંદુ સુધીનાં અંતરોનો સરવાળો લઘુતમ હોય તો તે બિંદુ શોધો.

૧૫.* સૌથી મોટી બાજુથી મોટી હોય એવી કોઇપણ લીટી ત્રિકોણમાં દોરી શકાય નહિ.

૧૬.* **अबकडइफ** પટ્કોણમાં કોઇ પણ ખુણો અતિદ્વિકાટખુણ નથી તો તેની પરિમિતિ **अकइ** △ની પરિમિતિથી મોટી છે

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨૧.

એક આપેલી સીધી લીટી સુધી તેની બહાર આપેલા બિંદુમાંથી દોરેલી સીધી લીટીઓમાં જે તેના ઉપર લંબ છે તે ટુંકામાં ટુંકી છે.



अब એક આપેલી લીટી છે અને **म** એક આપેલું બિંદુ છે **मक**, **अब** ઉપર લંબ છે અને **मड** એક બીજી કોઇ પણ લીટી છે તો **मक** < **मड** થશે.

સિદ્ધતા. ∵ △ **मकड** માં ∠ **मकड** = ૧ કાટખુણો.

∴ △ **मकड** મા ∠ **मडक** < એક કાટખુણો છે, (પ્૦ સિ૦ ૮ ઉ૦)

∴ ∠ **मडक** < ∠ **मकड**

∴ **मडक** △ માં **मड** < **मक** છે. (પ્૦ સિ૦ ૧૭)

એ પ્રમાણે બીજી કોઈ પણ લીટી **म** થી **अब** સુધી દોરીએ
તો તે **मक** થી મોટી છે.
એટલે **मक** ટુંકામાં ટુંકી છે. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિધ્ધાંત ૧. **म** થી **अब** ઉપર એકજ લંબ દોરી શકાય છે; અને એકજ ટુંકામાં ટુંકી લીટી દોરી શકાય છે; તેથી કોઇ પણ બિંદુમાંથી કોઈ પણ લીટી પર દોરેલી ટુંકામાં ટુંકી લીટી તેના ઉપર લંબ છે.

ઉપસિધ્ધાંત ૨. જો **कड** = **अक** તો **मड** = **मअ** છે.
∵ △ **मडक** ≡ △ **मअक** છે.

ઉપસિધ્ધાંત ૩. જો **मब** જેવી બીજી કોઇ પણ લીટી **मड** કરતાં **मक** થી વધારે અંતરે **अब** ને મળે તો **मब** > **मड** છે.

∵ ∠ **मडब** < એક ⌊
અને ∠ **मडब** > ∠ **मबड** (પ્ર૦સિ૦ ૮ ઉ૦ સ૦)

નોટ કોઈ પણ બિંદુથી એક સીધી લીટી ઉપર દોરેલી લંબ ટુંકામાં ટુંકી છે તેથી તે તેનું અંતર કહેવાય છે

પ્રશ્નો.

૧. કોઇ પણ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુમાંથી પાયા પર લંબ દોરી તેની બાજુ અને લંબ માપી ઉપરનો સિદ્ધાંત સિદ્ધ કરો.

૨. ઉપરના સિધ્ધાંતની મદદથી બતાવો કે કાટખુણ △માં કર્ણ ગમે તે બાજુથી મોટી છે.

૩. ઉપરના સિધ્ધાંતમાં લંબની બન્ને બાજુએ બેજ સરખી સીધી લીટી આપેલી લીટી સુધી દોરી શકાય છે.

૪. કોઇ પણ લીટીના મધ્ય બિંદુમાંથી દોરેલી લીટીથી આપેલી લીટીના છેડાઓ સરખે અંતરે છે એ સિધ્ધ કરો.

૫. કોઈ પણ ત્રિકોણમાં બે બાજુનાં મધ્ય બિંદુમાંથી તેની ઉપર દોરેલા લંબનું છેદનબિંદુ ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુથી સમાન અંતરે છે.

૬. પ્રશ્ન ૫ ની મદદથી ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુમાંથી જતા (પરિલગ્ન) વર્તુળનું મધ્ય બિંદુ શોધી કાઢી વર્તુળ દોરો.

૭. કોઇ પણ સીધી લીટી વર્તુળને બે બિંદુથી વધારે બિંદુમાં છેદી શકતી નથી એમ બતાવો.

§ ૧૯. સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ; અને આડી લીટી ઉપર સમાન્તર લીટીથી થતા અંતર્ભાગોનો સંબંધ.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨૨.

સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુઓ સરખી છે તથા સામસામેના ખુણાઓ સરખા છે; અને દરેક કર્ણ સમાન્તર-બાજુ ચતુષ્કોણને દુભાગે છે.



अबकड એક સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે અને **बड** એક તેની કર્ણ છે.

ત્યારે (૧) **अब** = **कड**; **अड** = **बक** થશે.

(૨) ∠**अबक** = ∠**अडक**, અને ∠**डअब** = ∠**डकब** થશે.

અને (૩) △**अबड**, △**कडब** બરાબર થશે.

સિદ્ધતા. ∵ अब ∥ डक, અને बड તેને મળે છે,

∴ ∠ अबड = ∠कडब; (પ્ર૦ સિ૦ ૬)

અને ∵ अड ∥ बक, અને बड તેને મળે છે

∴ ∠अडब = ∠कबड (પ્ર૦ સિ૦ ૬)

વળી ∵ △अबड અને △कडब માં

∠अबड = ∠कडब, ∠अडब = ∠कबड

અને बड સામાન્ય છે,

∴ △ अबड ≡ △कबड (પ્ર૦ સિ૦ ૧૧)

∴ अब = डक, અને अड = बक; અને ∠अ = ∠क.

વળી ∵ ∠अबड = ∠कडब અને ∠अडब = ∠कबड (સિદ્ધતા)

∴ આખો ∠अडक = આખો ∠अबक (પ્ર૦ પ્ર૦)

અને △अबड ≡ △कडब,

∴ बड કર્ણ સ૦ ચ૦ ને દુભાગે છે. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત ૧. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણનો એક ખુણો કાટખુણો હોય તો બધા ખુણા કાટખુણા છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૨. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણની પાસે પાસેની બાજુ સરખી હોય તો બધી બાજુઓ સરખી છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૩. સમચોરસની બધી બાજુઓ સરખી અને બધા ખુણાઓ સરખા છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૪. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણના કર્ણો અરસપરસ દુભાગે છે.

∵ જો ઉપલા સિદ્ધાંતની આકૃતિમાં अक, बड, ममां છેદે તો △कडम અને △ अबम માં अब = कड, અને

∠अबड = ∠बडक અને ∠बअक = ∠ डकअ

∴ △कडम ≡ △ अबम ∴ मड = मब અને मअ = मक. (પ્ર. સિ. ૧૧)

ઉ૫૦ ૫. સમાન્તર લીટીઓ હંમેશાં એકજ અંતરે રહે છે.

વ્યાખ્યા. જે ટ્રાપિજ્યમની સમાન્તર બાજુ સિવાયની બીજી બન્ને બાજુઓ સરખી હોય તેને **સમદ્વિ બાજુ ટ્રાપિજ્યમ** કહે છે.



પાસેની આકૃતિમાં डअ = कब

∴ अबकड સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજ્યમ છે.

પ્રશ્નો.

૧. △ अबक માં अब = अक અને डइ ‖ बक અને डइ, अब અને अक ને ड, इમાં છેદે તો डइकब સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજ્યમ છે.

૨. अबकड સ૦ ચ૦ માં अब અને अड ને છેદે તેમ બાજુની સમાન્તર લીટી દોરી છે તો કયા ખુણા અને કયી બાજુઓ બરાબર છે?

૩. કોઇ પણ સ૦ સ૦ માં પાસે પાસેના ખુણાને દુભાગનારી લીટી કાટખુણે મળે છે એમ સિદ્ધ કરો.

૪. કોઇ પણ સ૦ ચ૦ માં સામસામેના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ સમાન્તર છે એ સિદ્ધ કરો

૫. अबकड એક સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજ્યમમાં अड = बक તો ∠क = ∠ड છે. (નોટ ब માંથી अड ‖ बइ દોરો)

૬ પ્રશ્ન ૫ માં अब અને कड નાં प અને म મધ્ય બિંદુ હોય તો पम, अब ને ⊥ છે એમ બતાવો.

૭. સામસામેના ખુણા સરખા હોય એવો ચતુષ્કોણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ છે એમ બતાવો.

૮. સામ સામેની બાજુનું એક જોડકું સમાન્તર અને સરખું હોય તો ચતુષ્કોણ સ૦ ચ૦ છે એમ બતાવો.

૯. સામસામેની બાજુઓ સરખી હોય તો ચતુષ્કોણ સ. ચ. છે.

૧૦. કર્ણો એક બીજાને દુભાગે તો ચતુષ્કોણ સ૦ ચ૦ છે.

૧૧. કોઈ પણ લીટી ઉપર સરખી ઉંચાઇની બે લંબ એકજ બાજુએ દોરી હોય તો તેના બીજા છેડાને સાંધનારી લીટી આપેલી લીટીને સમાન્તર છે

૧૨. રોમ્બસના કર્ણો એક બીજાને કાટખુણે દુભાગે છે.

૧૩. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણના કર્ણો સરખા હોય તો સ૦ ચ૦ લંબચોરસ છે એમ બતાવો.

૧૪. સ૦ ચ૦ માં સામસામેની બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી બીજી બાજુને સમાન્તર છે એમ બતાવો.

૧૫. **अबकड** સ૦ ચ૦ માં **अब**, **कड** ને **प**, **म** માં દુભાગી છે તો **बपडम** સ૦ ચ૦ છે એમ બતાવો.

૧૬. કર્ણો સરખા હોઈ એક બીજાને કાટખુણે દુભાગે તો ચતુષ્કોણ ચોરસ છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૭ કોઇ પણ બે સમર્યાદ લીટીઓ એક બીજીને કાટખુણે દુભાગે તો તે તે રોમ્બસ કે ચોરસના કર્ણો હોવા જોઇએ.

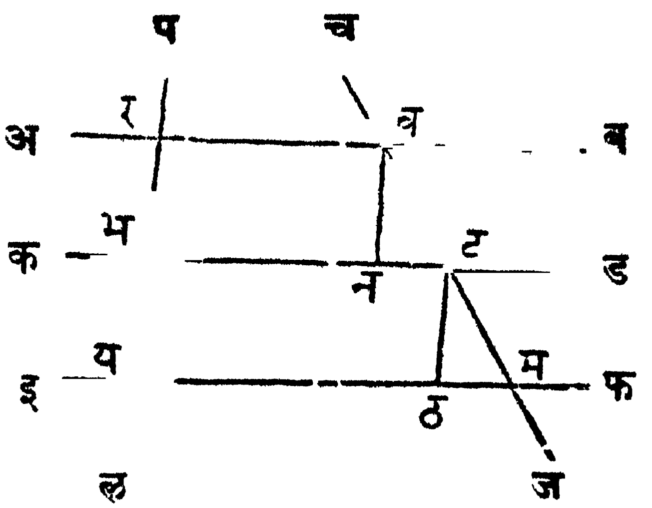
૧૮. સ૦ ચ૦ માં કર્ણોના છેદન બિંદુમાંથી સામસામેની બાજુ સુધી દોરેલી લીટી તે બિંદુમાં દુભાગાય છે.

૧૯. સ૦ ચ૦ માં કર્ણથી તેની સામેના શિરોબિંદુ સમાન અંતરે છે.

૨૦. **अबक** △ ની **बक** બાજુમાં **इ**, **ल** બિંદુ લો. **अब** માં **प** અને **अक** મા **र** એવાં બિંદુ શોધો કે **इल** = અને ∥ **पर** હોય.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨૩.

જો એક લીટીને ત્રણ અથવા વધારે સમાન્તર લીટીઓ છેદી અંતર્ભાગો સરખા કરતી હોય તો તેમને છેદતી બીજી કોઈ પણ લીટીના અંતર્ભાગો પણ સરખા છે.



पल લીટીને अब, कड, इफ સમાન્તર લીટીઓ છેદી रभ, भय અંતર્ભાગો સરખા કરે છે અને તેનાથી છેદાતી चज બીજી કોઇ પણ તો वट = टम થશે.

રચના. व અને ट માંથી पल ની સમાન્તર वन અને टठ લીટીઓ દોરો.

સિદ્ધતા. ∵ रव ‖ भन અને रभ ‖ वन છે;
∴ रभनव સ૦ ચ૦ છે; ∴ रभ = वन છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૨૨)
અને ∵ भट ‖ यठ અને भय ‖ टठ છે,
∴ भटठय સ૦ ચ૦ છે; ∴ भय = टठ છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૨૨)
પણ रभ = भय; ∴ वन = टठ.
હવે ∵ △ वनट અને △ टठमમાં
∠नवट = ∠ठटम અને ∠नटव = ∠ठमट (પ્ર૦ સિ૦ ૭ અને ૬)
અને वन = टठ (સિદ્ધતા)
∴ △वनट ≡ △टठम; ∴ वट = टम પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત. કોઈ પણ ત્રિકોણમાં પાયાની સમાન્તર દોરેલી લીટીઓ એક બાજુના સરખા ભાગ કરે તો બીજી બાજુના પણ તેઓ તેટલાજ સરખા ભાગ કરશે.

પ્રશ્નો.

૧. કોઈ પણ △માં એક બાજુના મધ્ય બિંદુમાંથી પાયાને સમાન્તર દોરેલી લીટી બીજી બાજુને દુભાગે છે એમ બતાવો.

૨. કોઈ પણ △ માં બાજુઓનાં મધ્ય બિંદુને સાંધનારી લીટી પાયાને સમાન્તર છે એમ બતાવો.

૩. કોઇ પણ △ માં બાજુઓનાં મધ્ય બિંદુને સાંધનારી લીટી પાયાથી અર્ધી છે એમ બતાવો.

૪. કોઈ પણ △માં બાજુઓનાં મધ્ય બિંદુઓને સાંધનારી લીટીથી ત્રિકોણના ચાર બધી રીતે સરખા ભાગ થાય છે એમ બતાવો.

૫. કોઈ પણ ચતુષ્કોણની બાજુઓનાં મધ્યબિંદુ અનુક્રમે સાંધવાથી થતો ચતુષ્કોણ સ૦ ચ૦ છે એમ બતાવો.

૬. કોઈ પણ ચતુષ્કોણની બાજુઓનાં સામસામેનાં મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી એક બીજીને દુભાગે છે એમ બતાવો.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨૪.

જો કોઈ પણ ચતુષ્કોણમાં

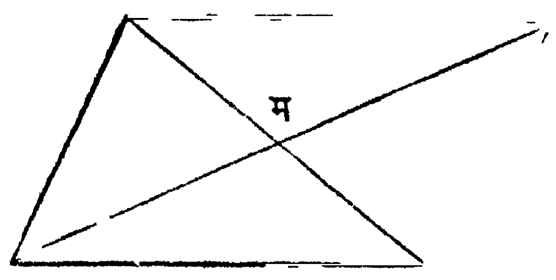
(૧) સામસામેની બાજુની એક સરખી અને સમાન્તર જોડ હોય; અથવા

(૨) સામસામેની બાજુની બન્ને જોડ સરખી હોય; અથવા

(૩) સામસામેના ખુણાની બન્ને જોડ સરખી હોય; અથવા

(૪) કર્ણો એક બીજાને દુભાગે;

તો ચતુષ્કોણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ છે.



अबकड આપેલો ચતુષ્કોણ છે.

(૧) જો अब = અને ∥ कड, તો अबकड સ૦ ચ૦ થશે. अक સાંધો.

∵ अब ∥ कड છે ∴ ∠बअक = ∠अकड (પ્ર૦ સિ૦ ૬)

હવે ∵ △अबक અને △अकड માં

अब = कड અને अक સામાન્ય છે અને ∠बअक = ∠अकड.

∴ △अबक ≡ △अकड (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

∴ ∠बकअ = ∠डअक ∴ अड ∥ बक (પ્ર૦ સિ૦ ૪)

∴ अबकड સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

(૨) જો अब = डक અને अड = बक તો अबकड સ૦ ચ૦ થશે.

હવે ∵ △अबक અને △अडक માં

अब = डक, अड = बक અને अक સામાન્ય છે.

∴ △ अबक ≡ △अडक (પ્ર૦ સિ૦ ૧૪)

∴ ∠ बअक = ∠अकड અને ∠बकअ = ∠कअड

∴ अब ∥ डक અને अड ∥ बक. (પ્ર૦ સિ૦ ૪)

∴ अबकड સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ છે.

(૩) જો ∠बअड = ∠बकड અને ∠अबक = ∠अडक

તો अबकड સ૦ ચ૦ થશે.

હવે ∵ ∠बअड = ∠बकड અને ∠अबक = ∠अडक છે.

∴ ∠बअड + ∠अबक = ∠बकड + ∠अडक.

પણ अबकड ના ચાર ખુણા = ૪ કાટખુણા. (?)

∴ ∠ बअड + ∠अबक = ૨ કાટખુણા = ∠बकड + ∠अडक

∴ अड ‖ बक અને अब ‖ कड (પ્ર૦ સિ૦ ૫)

∴ अबकड સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

(૪) જો अक, बड કર્ણો મમાં દુભાગે તો अबकड સ૦ ચ૦ થશે.

હવે ∵ △अमब અને △ डमकમાં

अम = मक અને बम = मड અને ∠अमब = સામેના ∠डमक (?)

∴ △ अमब ≡ △डमक (?)

∠ बअक = ∠अकड અને ∠बकअ = ∠कअड

∴ अब ‖ कड અને अड ‖ बक (?)

∴ अबकड સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત. કોઈ પણ સીધી લીટી ઉપર જો બે સરખા લંબ એકજ બાજુએ દોર્યા હોય તો આ લંબના બહારના છેડાઓને સાંધનારી સીધી લીટી આપેલી લીટીને સમાન્તર છે.

પ્રશ્નો.

૧. જો કોઇપણ સીધી લીટી પર ત્રણ અથવા વધારે સરખા લંબ એકજ બાજુએ દોર્યા હોય તો આ લંબના બહારના છેડામાંથી જતી સીધી લીટી આપેલી લીટીને સમાન્તર છે એ સિદ્ધ કરો.

૨. કોઇ પણ સીધી લીટી ઉપર બે સરખા લંબ સામસામેની બાજુ ઉપર દોર્યા હોય તો આ લબના બહારના છેડાને સાંધનારી લીટી આપેલી લીટીને દુભાગે છે એ સિદ્ધ કરો.

૩. પ્રશ્ન ૨ માં જો अब ઉપર पम, यर બે લબ દોરીએ તો मर, पयને દુભાગે છે અને मयरप એક સ૦ ચ૦ છે.

૪. * બે સીધી લીટીની વચ્ચે આપેલા अ બિંદુમાં એક એવી લીટી દોરો કે તે આપેલી લીટીઓ સુધી જઈ अ માં દુભાગાય.

૫. જો એક ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુની એક જોડ સરખી હોય અને બીજી જોડ સમાન્તર હોય તો ચતુષ્કોણ સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમ છે યા સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ છે એમ બતાવો.

૬. કોઇ પણ સ૦ બા૦ ચ૦ માં સામસામેની બાજુનાં મધ્ય બિંદુને જોડનારી સીધી લીટી બીજી બાજુને સમાન્તર છે એમ બતાવો.

૭. अबकड સ૦ ચ૦ માં म, य, અનુક્રમે अब, कड નાં મધ્ય બિંદુ છે, તો बमडय સ૦ ચ૦ છે એમ બતાવો.

૮. જો એક ચતુષ્કોણમાં કર્ણો સરખા હોઇ અરસપરસ દુભાગે તો ચતુષ્કોણ લંબચોરસ છે એમ બતાવો.

૯. * अबकड એક સ૦ ચ૦ છે. અને म અમુક બિંદુ એવું છે કે मअयब, मबरक, मकलड અને मडवअ સ૦ ચ૦ છે તો यरलव પણ સ૦ ચ૦ છે. તેને આપેલા સ૦ ચ૦ સાથે સરખાવો.

૧૦. * अबकड સ૦ ચ૦માં अकમાં इ બિંદુ એવું છે કે इब = इड તો इ, अक ને દુભાગે છે. અપવાદ હોય તો બતાવો.

૧૧. * अबकड ચતુષ્કોણમાં ∠अ = ∠ब, ∠क = ∠ड તો अबकड સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમ છે. अबकड સ૦ બા૦ ચ૦ કયારે થશે ?

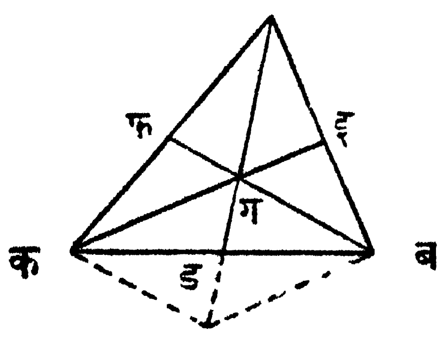
૧૨ * अबक એક આપેલો △ છે. અને डइ, फग બે છેદતી લીટીઓ છે; તો अबक △ની સર્વસમાન હોય એવો એક △ બનાવો કે જેની એક બાજુ डइ ઉપર હોય અને જેનું એક કોણ બિંદુ फगમાં હોય.

૧૩. * જે ચતુષ્કોણમાં બાકીનાં કોણ બિંદુથી એક કોણ બિંદુનાં અંતરો બધાંજ કોણ બિંદુને માટે એકજ હોય તો તે લંબચોરસ છે,

૧૪. * સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં કર્ણોના છેદન બિંદુમાંથી દોરેલી લીટી સ૦ ચ૦ ના બે સરખા ભાગ કરે છે એમ બતાવો.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨૫.

કોઈ પણ ત્રિકોણની મધ્યગાઓ એકજ બિંદુમાં મળે છે; અને દરેક મધ્યગા તે બિંદુમાં ત્રીજે ભાગે છેદાય છે.



△ अबक માં कइ, बफ મધ્યગાઓ ग માં છેદે છે. अग સાંધી बक સુધી લંબાવો; તો अगड ત્રીજી મધ્યગા થશે; અને गમાં દરેક મધ્યગા ત્રીજે ભાગે છેદાશે.

अगडને म સુધી લંબાવી इग ‖ बम ને મમાં મળવા દો. कम સાંધો.

સિદ્ધતા. इग ‖ बम અને अइ = बइ ∴ अग = गम (પ્ર૦ સિ૦ ૨૩)

વળી कम ‖ फ માંથી દોરેલી લીટી अम ને દુભાગે છે. અને આવી સમાન્તર લીટી એકજ દોરી શકાય છે, (?)

∴ बगफ ‖ मक છે. ∴ गबमक સ૦ ચ૦ છે.

∴ गम, बक અરસપરસ દુભાગે છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૨૨ ઉ૦)

∴ अगड, बक ને દુભાગનારી મધ્યગા છે.

વળી मग = ૨ गड અને मग = अग ∴ अग = ૨ गड;

∴ ग માં अड ત્રીજે ભાગે છેદાય છે.

અને એજ પ્રમાણે

ग માં कइ અને बफ દરેક ત્રીજે ભાગે છેદાય છે. પ્ર૦ સિ૦

નેાટ. ત્રિકેાણુની મધ્યગાના છેદન બિંદુને ત્રિકેાણુનું ગુરૂત્વબિંદુ કહે છે. ∵ એક સરખા કાગળમાંથી જો એક ત્રિકેાણુ કાપી આ બિંદુમાથી એક દેારી બાધી ત્રિકેાણુને ઉંચકયેા હેાય તેા તે ક્ષિતિજ સમાન્તર રહેશે.

પ્રશ્નેા.

૧. **अबक** △ માં **बइ**, **कफ** મધ્યગાએા **ग**માં મળે છે. જો **बग** નું **ल**, અને **कग** નું **म** મધ્યબિંદુ હેાય તેા **फइ**, **फल**, **लम**, **मइ** સાંધી બતાવેા કે **ग** માં **बइ** અને **कफ** દરેક ત્રીજે ભાગે છેદાય છે; અને તે ઉપરથી બતાવેા કે મધ્યગાએા એક બિંદુગામી છે.

૨. કેાઈ પણુ દ્રાપિજ્યમની વિષમ બાજુનાં મધ્ય બિંદુને સાંધનારી લીટી સમાન્તર બાજુને સમાન્તર છે.

૩. કેાઈ પણુ △ માં બે મધ્યગાએા બરાબર હેાય તેા △ સમદ્વિબાજુ છે.

૪. જો કેાઇ પણુ △ માં ત્રણુ મધ્યગા બરાબર હેાય તેા △ સમબાજુ છે.

૫. **अबक** કાટખુણુ △ નેા **अब** કર્ણુ **ड** માં દુભાગાય છે તેા **कड**, **अब** થી અર્ધી છે.

૬. **अबकड** સ૦ ચ૦ માં **अब** નુ મધ્યબિંદુ **इ** છે. **कइ**, **इड** સાંધેા અને જો ∠ **कइड** એક કાટખુણેા હેાય તેા **अब** = ૨ **बक**.

૭.* **अबकड** સ૦ ચ૦ માં **इ**, **फ**, **अब**, **अड** નાં મધ્યબિંદુ છે, તેા **फइ** ‖ **बड** છે, અને **फइ**, **कफ**, લીટીએા **बड** ને ત્રિભાગે છે.

૮.* કેાઈ પણુ ચતુષ્કેાણુની સામસામેની બાજુનાં મધ્યબિંદુને જેાડનારી અને કર્ણેાનાં મધ્યબિંદુને જેાડનારી લીટી અરસપરસ દુભાગે છે.

૯.* રેામ્બસની બાજુનાં મધ્યબિંદુને જેાડનારી લીટી એક લબચેારસ બતાવે છે.

નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧ લાનેા પ્રમેય ભાગ સમાપ્ત.

નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧ લો. સિદ્ધ ભાગ.
વિભાગ ૩ જો. કૃત્ય ભાગ.

કૃત્યોના કોઇ પણ ભાગમાં અમુક માપ લેવાની જરૂર પડશે નહિ. પણ કરેલું કૃત્ય ખરું છે કે નહિ તે હંમેશાં ગમે તે કોઈ ડ્રૉઇંગિનાં સાહિત્યની મદદથી તપાસી જોવું અને ખાત્રી કરવી. જે જે રચનાઓ કરવી તેમાં આંકેલી આંકણી તથા પ્રોટ્રેકટર વાપરવાં નહિ. કોઈ પણ આકૃતિ યા આકૃતિનો ભાગ બહુ બારીકિથી દોરવો કે જેથી સાહિત્યથી માપ લેતી વખતે કોઈ પણ જાતની ભૂલ પડે નહિ. જે જે કૃત્યો કર્યાં છે તે ફક્ત સિદ્ધાંત તરીકેજ શીખવાના નથી પણ બારીક માપ પર હંમેશાં વિશેષ લક્ષ આપવાનું છે. દરેક કૃત્ય સિદ્ધાંતમાં પણ સિદ્ધતા આપી છે અને એવી સિદ્ધતા વિદ્યાર્થીએ પ્રશ્નોમાં પણ આપવી કે જેથી કૃત્યનુ કામ સંતોષકારક રીતે થઇ શકે અને ભૂમિતિ કાર્યની વિશેષ દૃઢ માહિતી થાય.

આકણીનો ઉપયોગ નીચે પ્રમાણે કરવોઃ—

(૧) કોઇ પણ આપેલા બે બિંદુને સાંધવાં, અને

(૨) કોઇ પણ સીધી લીટીને ગમે તે દિશામાં લંબાવવી

કંપાસનો ઉપયોગ નીચે પ્રમાણે કરવો—

(૧) એક આપેલુ બિંદુ લઇ આપેલી સમર્યાદ લીટી બરાબર ત્રિજ્યા લઇ વર્તુળ દોરવો, અને

(૨) એક આપેલી સમર્યાદ લીટી બરાબર બીજી એક આપેલી લીટીમાંથી ભાગ કાપવો.

કંપાસના ઉપયોગમાં (૨), (૧)માં સમાએલો છે. કૃત્યોની સિદ્ધતાનો મુખ્ય હેતુ એ છે કે એવી સિદ્ધતાથી બનાવેલી રચનાઓ ખરી છે એમ નક્કી થાય; અને સિદ્ધ ભાગમાં કોઇ કોઈ જગ્યાએ રચના કરી તેની માફક મનમાં નિશ્ચયનો અભાવ રહે નહિ

દરેક આકૃતિમાં સામાન્ય રીતે સિદ્ધતાને માટેજ વપરાએલી લીટી તુટેલી છે અને પક્ષ, સાધ્ય વગેરેને માટે સહેજ જાડી લીટી વાપરી છે

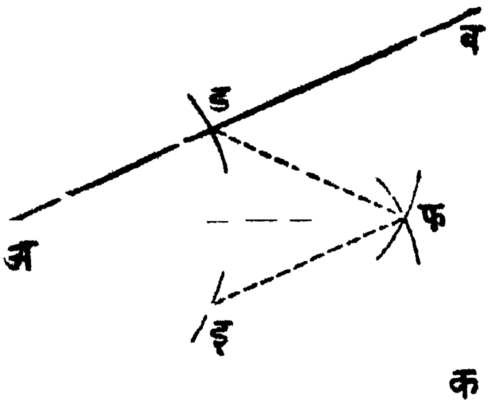
રચના ભાગમાં જ્યાં જ્યાં વર્તુળ દેારવાનેા છે ત્યાં ત્યાં વર્તુળનું **જોઇએ તેટલું કૌંસજ** દેારવામાં આવ્યું છે કે જેથી વિદ્યાર્થીને ગુંચવણ પડે નહિ અને વખત બચે.

કૃત્ય ઉપર આપેલા પ્રશ્નેામાં પણ કૃત્યમાં કહ્યું છે તેમજ સિદ્ધતા કહેવી, રચના કરવી અને સાહિત્યેાની મદદથી સાધ્ય પૂર્ણ છે કે નહિ તે તપાસી જોવું. કૃત્યેા અને પ્રમેયેા સાથે સાથે લેવાય તેા સારૂં.

§ ૨૦. દ્વિભાગ રચના અને લંબ રચના.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૧.

એક આપેલા ખુણાને દુભાગવેા.



बअक એક આપેલેા ખુણેા છે. અને તેને દુભાગવાનેા છે.

રચના. अ મધ્ય બિંદુ લઈ **बअ, कअ** ને ड, इ બિંદુમાં છેદે એવેા એક વર્તુળ દેારેા. (સ્વી. કૃ.)

ड, इ મધ્યબિંદુ લઈ જોઇએ તેટલી સરખી ત્રિજ્યા લઈ એક બીજાને **फ** માં છેદે તેમ બે વર્તુળેા દેારેા.

अफ, डफ, इफ સાંધેા. ત્યારે **अफ** લીટી ∠**बअक** ને દુભાગશે.

સિદ્ધતા. ∵ △ अडफ અને △ अइफમાં
अड = अइ અને फड = फइ અને अफ સામાન્ય છે, (રચના)
∴ △ अडफ ≡ △ अइफ, (પ્ર૦ સિ૦ ૧૪)
∴ ∠बअफ = ∠कअफ. ∴ अफ, ∠बअकને દુભાગે છે. કૃ૦ કૃ૦

નોટ. "જોઈએ તેટલી ત્રિજ્યા" નો અર્થ એવો છે કે એવી ત્રિજ્યા લેવી કે, ड, इ મધ્યબિંદુ લઈ દોરેલા કોસો એક બીજા ને છેદી શકે. આ શબ્દસમૂહનો અર્થ નીચેનાં કૃત્યોમા પણ એવોજ લેવો.

પ્રશ્નો.

૧. કૃ૦ સિ૦ ૧ની આકૃતિ કયી લીટી સાથે *સમ્મિતરૂપ છે ? અને તે કના રીતે છે ?

૨. કૃ૦ સિ૦ ૧માં फ બિંદુ ∠अ ની બહાર પાડી બતાવો કે ∠अ, फअ લંબાવ્યાથી દુભાગાય છે.

૩. કૃ૦ સિ૦ ૧ માં બીજો કયો ખુણો દુભાગાય છે ?

૪. કોઈ પણ ખુણાના ચાર સરખા ભાગ કરો.

૫. ૮૫° નો ખુણો કરી તેને પ્રોટ્રેકટરથી દુભાગો અને કૃ૦ સિ૦ ૧ પ્રમાણે દુભાગો.

૬. ૧૫°, ૩૦°, ૭૫° ના ખુણા પ્રોટ્રેકટર વિના બનાવો.
[નોટ. સમબાજુ ત્રિકોણનો ખુણો ૬૦° નો છે.]

૭. એક કાટખુણાના ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

૮. પ્રશ્ન ૭ની મદદ લઇ ૪૫° ના ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

૯. કૃ૦ સિ૦ ૧માં બતાવો કે अफનુ કોઈ પણ બિંદુ अब, अकથી સમાન અંતરે છે.

૧૦. ઉપલા કૃત્યની આકૃતિમાં જો डइ ને સાંધીએ તો डइ અને अफ એક બીજીને કાટખુણે મળે છે.

---

* કોઈ આકૃતિ તેની અંદરની કોઇ લીટીની આજુબાજુ એવી રીતે આવી હોય કે તે આકૃતિના બે ભાગો તે લીટીની આસપાસ સર્વસમાન થઇ રહે તે સમ્મિત રૂપ આકૃતિ છે.

૧૧.* એક ત્રિકોણના ત્રણે અંદરના ખુણાને દુભાગો.

નોટ—આ દુભાગનારી લીટીઓનું સામાન્ય છેદન બિંદુ ત્રણે બાજુને અંદરથી સ્પર્શ કરતા અંતર્લગ્ન વર્તુળનું મધ્ય બિંદુ છે.

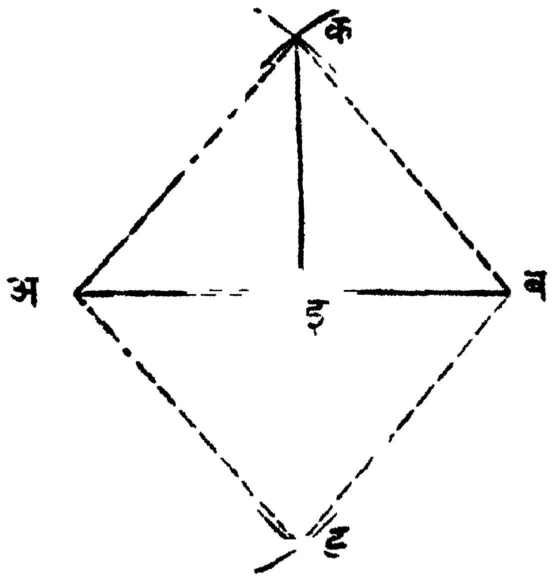
૧૨.* **अबक** △ ના ∠ **अ** ને અને **अब**, **अक** લંબાવતાં થતા બહારના ∠**ब**, ∠**क** ને દુભાગો.

નોટ—આ દુભાગનારી લીટીઓનુ સામાન્ય છેદન બિંદુ **बक** અને લંબાવેલી **अब**, **अक** ને સ્પર્શ કરતા ઉપલગ્ન વર્તુળનું મધ્ય બિંદુ છે.

૧૩.* **अबक** △માં બીજા ખુણાઓને અંદરથી અને સામેના ખુણાને બહારથી દુભાગો.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૨.

એક આપેલી સમર્યાદ લીટીને દુભાગવી.



अब એક આપેલી સમર્યાદ લીટી છે અને તેને દુભાગવાની છે.

રચના. **अ** મધ્યબિંદુ લઇ જોઇએ તેવડી **अक** ત્રિજ્યાથી બન્ને બાજુએ એક એક વર્તુળ કાંસ દોરો. (સ્વી૦ ૬૦)

અને ब મધ્યબિંદુ લઈ कअ ત્રિજ્યા લઈ બન્ને બાજુએ એક એક વર્તુળ કાંસ દોરો. આ વર્તુળો क, ड માં છેદે છે, (સ્વી૰ ફ્૰)

कड, अक, अड, बक, बड, ને સાંધો. (સ્વી૰ ફ્૰)

ત્યારે अब ને कड, इ માં દુભાગશે.

સિદ્ધતા. ∵ △ अकड અને △ बकड માં

अक = बक અને अड = बड (રચના)

અને कड સામાન્ય છે.

∴ △अकड ≡ △बकड. ∴ ∠अकड = ∠बकड. (પ્ર૰ સિ૰ ૧૪)

વળી ∵ △ अकइ અને △ बकइ માં

अक = बक અને कइ સામાન્ય છે;

અને અંતર્ખુણો अकइ = અંતર્ખુણો बकइ (સિદ્ધતા)

∴ △ अकइ ≡ △ बकइ. (પ્ર૰ સિ૰ ૧૦)

∴ अइ = बइ ∴ अब, इમાં દુભાગાય છે. ફ્૰ ફ્૰

ઉપસિદ્ધાંત. એક આપેલી લીટીને દુભાગનારો લંબ દોરવો.

પ્રશ્નો.

૧. ઉપલી આકૃતિની સમ્મિતરૂપતા બતાવો.

૨. ઉપલી આકૃતિમાં કેટલી સમ્મિતરૂપ લીટી છે ?

૩. કોઇ પણ લીટીના ચાર અને આઠ સરખા ભાગ કરો.

૪. ઉપલી આકૃતિમાં બતાવો કે कडનું કોઇ પણ બિંદુ अ, ब થી સમાન અંતરે છે.

૫. કોઈ પણ વર્તુળની જ્યાને દુભાગનારો લંબ દોરો.

૬. ⁎ એક આપેલી લીટીમાં એક એવું બિંદુ શોધી કાઢો, કે તે આપેલાં બે બિંદુથી સમાન અંતરે છે. આ ક્યારે અશક્ય છે ?

૭.* એક આપેલી લીટીમાં એક એવું બિંદુ શેાધી કાઢેા કે તે આપેલ બે લીટીથી સરખે અંતરે હેાય. આ કયારે અશકય છે ?

૮. એક આપેલી લીટીને બેવડી કરેા; તેવડી કરેા; પાંચગણી કરેા

૯. △अबकમાં अब = अक તેા ∠अ ને દુભાગનારી લીટી પાયાને દુભાગનાર લંબ છે.

૧૦. अब = ૨.૬ સે. મી.; अब ને कમાં દુભાગેા અને क આગળ कड = ૧.૫ સે. મી. ૪૫°ને ખુણે દેારેા; ∠अकड અને ∠डकब ને कइ અને कफ થી દુભાગેા; ∠इकफ ને માપેા.

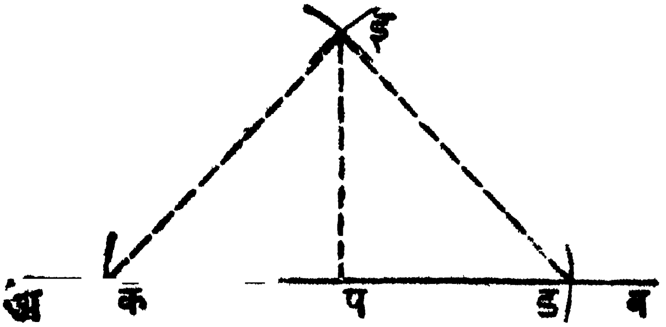
૧૧. કૃત્ય સિદ્ધાંત ૨ अक વિના બીજી કેાઈ ત્રિજ્યા લઇ કરેા.

૧૨. કૃત્ય સિદ્ધાંત ૨ अक, अडનાં જુદાં માપ લઇ કરેા.

૧૩. કૃત્ય સિદ્ધાંત ૨ अब ઉપર સમબાજુ △ દેારી તેની સામેના ખુણાને દુભાગી સાબિત કરેા.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૩

એક આપેલી લીટીમાં એક આપેલા બિંદુમાંથી તે લીટીને લંબ દેારવેા.



अब એક આપેલી લીટા છે અને તેમાં प એક આપેલું બિંદુ છે, ત્યારે अब ઉપર प માંથી લંબ દેારવાનેા છે.

રચના. पअ, पब માંથી पक અને पड સરખી કાપેા.

क, ड, મધ્યબિંદુ લઈ જોઈએ તેટલી ત્રિજ્યા લઇ બે સરખા વર્તુળ દોરો; અને તે इ માં અરસપરસ છેદે છે. (સ્વી૦ ફ૦)

इप, इक, इड સાંધો. ત્યારે इप, अब ને प આગળથી લંબ થશે.

સિધ્ધતા ∵ $\triangle$ कइप અને $\triangle$ डइप મા

कप = पड અને कइ = डइ (રચના)

અને पइ સામાન્ય છે

∴ $\triangle$ कइप ≡ $\triangle$ डइप ∴ ∠कपइ = ∠ डपइ (પ્ર૦ સિ૦ ૧૪)

અને આ સરખા ખુણા अब સીધી લીટી ઉપર પાસે પાસેના છે

∴ पइ ⊥ अब ને છે. ફ૦ ફ૦

પ્રશ્નો.

૧. સમદ્વિબાજુ $\triangle$માં પાયાના છેડામાંથી પાયા પર દોરેલી લંબ સામેની બાજુને લંબાવતાં મળે તો આકૃતિમાં સઘળાં અંગના માપ કાઢો

૨. એક લીટીને બીજી લીટી લંબ દોરી સેટસ્કવેરથી માપી ખાત્રી કરો.

૩. એક વર્તુળમાં अब જ્યા છે અને अ, ब માંથી દોરેલી લંબ વર્તુળને क, डમાં છેદે છે તો अक, बड માપો.

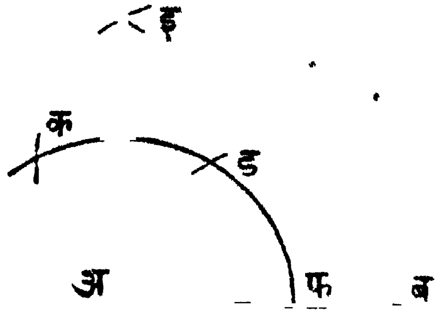
૪. એક ૩.૫' લાંબી લીટીને તેના છેડાથી .૧' દૂર બિંદુમાંથી ૧.૩' લાંબો લંબ દોરો. આવા કેટલા લંબ દોરી શકાશે?

૫. ૪.૦ સે. મી.ની ત્રિજ્યાના વર્તુળમાં अब એક જ્યા છે, अबને कમાં દુભાગી कને म મધ્યબિંદુ સાથે જોડી ∠कमअ અને ∠कमब માપો

૬. ∠ अकब છે અને कअ = कब; अ, बમાંથી अम, बम લીટી अक, बकને લંબ છે. બતાવો કે कम, ∠अकबને દુભાગે છે.

૭ * अब એક આપેલી લીટીમાં क બિંદુ છે. બહાર ड બિંદુ લઈ તે (ड) મધ્યબિંદુથી कड ત્રિજ્યાએ એક વર્તુળ रकप, अबને ફરીથી रમાં છેદે તેમ દોરો रडને લંબાવતાં તે વર્તુળને प બિંદુમાં છેદે છે पक સાંધો, બતાવો કે पक, अबને લંબ છે.

૮.⁎ अबમાં अ બિંદુ છે. अ મધ્ય બિંદુથી ગમે તે એક વર્તુળ દોરો. फअ ત્રિજ્યાથી વર્તુળ ઉપર फड, डक સરખા ભાગ મૂકો; ड, क મધ્ય બિંદુ લઈ कड ત્રિજ્યાથી બે સરખા વર્તુળો इमां છેદે તેમ દોરો તો इअ, अबने ⊥ છે.



૯. આંકેલાં સાહિત્ય વિના ૪૫° અને ૭૫°ના ખુણા બનાવો.

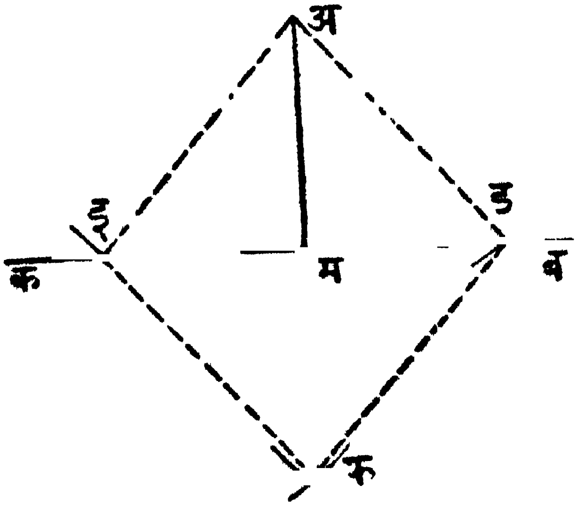
૧૦. (કૃત્ય સિદ્ધાંત ૩ની) આકૃતિની સમ્મિતરૂપતા બતાવો

૧૧. ⁎ કોઇ પણ ત્રિકોણની બાજુઓને દુભાગી તેનાં મધ્યબિંદુમાંથી તેજ બાજુ ઉપર લંબ દોરો.

નોટ—આ લંબનુ સામાન્ય છેદન બિંદુ △નાં બધાં શિરોબિંદુમાંથી જતા પરિલગ્ન વર્તુળનું મધ્યબિંદુ છે.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૪.

એક આપેલી લીટી ઉપર તેની બહારના આપેલા બિંદુમાંથી લંબ દોરવો.



बक એક આપેલી લીટી છે અને अ, તેની બહાર એક આપેલું બિંદુ છે; તો अમાંથી बक ઉપર એક લંબ દોરવાનો છે.

રચના. अ મધ્યબિંદુ લઇ જોઇએ તેટલી ત્રિજ્યા લઈ बक ને ड, इમાં છેદે તેમ એક વર્તુળ દોરો. (સ્વી० ફૂ०)

ड, इ મધ્યબિંદુઓ લઇ જોઇએ તેટલી ત્રિજ્યા લઈ બે સરખા વર્તુળો फમાં છેદે તેમ દોરો. (સ્વી० ફૂ०)

अफ, अड, अइ, फड, फइ સાંધો.

ત્યારે अफ, એટલે अम, बकને લંબ થશે.

સિદ્ધતા. ∵ △अडफ અને △अइफ માં

अड = अइ અને डफ = इफ અને अफ સામાન્ય છે, (રચના)

∴ ∠डअम = ∠ इअम. (પ્ર० સિ० ૧૪)

વળી ∵ △डअम અને △इअमમાં

डअ = इअ અને मअ સામાન્ય છે,

અને અંતખુણો डअम = અંતખુણો इअम,

∴ △डअम ≡ △ इअम. ∴∠डमअ = ∠इमअ. (પ્ર० સિ० ૧૦)

∴ अम, बक ને લંબ છે. ફૂ० ફૂ०

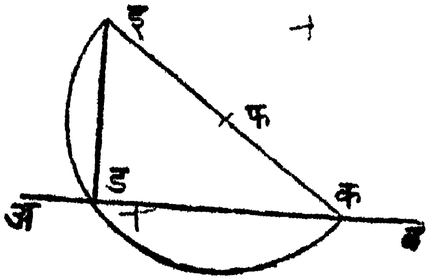
વ્યા૦. ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલા લંબ અરસપરસ જે બિંદુમાં છેદે તેને **લંબછેદનબિંદુ** યા **લંબસંપાત બિંદુ** કહે છે.

પ્રશ્નો.

૧. ઉપલી આકૃતિની સમ્મિતરૂપતા બતાવો.

૨. એક મોટો સાંકડખુણુ ત્રિકોણુ લઇ તેના શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુઓ ઉપર લંબ દોરો.

૩. કાટખુણુ અને પહોળખુણુ ત્રિકોણુ લઇ પ્રશ્ન ૨ પ્રમાણે કરો.



૪. * **अब** એક આપેલી લીટી છે અને **इ** એક બહાર આપેલું બિંદુ છે. **अब** માં **क** કોઇ પણ બિંદુ છે અને **कइ** જોડી દુભાગી તેની ઉપર એક અર્ધ વર્તુળ **अब**ને ફરીથી **ड** માં છેદે તેમ દોરો તો **डइ**, **अब**ને લંબ છે.

૫. * **अब** આપેલી લીટી છે. અને **क** બહાર આપેલું બિંદુ છે; **अब** માં બે બિંદુઓ **ड** અને **इ** છે. **ड**, **इ** મધ્ય બિંદુ લઇ**डक**, **इक** ત્રિજ્યાથી બે વર્તુળો ઉલટી બાજુએ **प** માં છેદે તેમ દોરો તો **कप**, **बअ** ને કાટખુણે છેદશે

૬. ∠**अबक**ને દુભાગી **बड** દુભાગનારી લીટીના **ड** બિંદુથી **अब** અને **बक** ઉપર બે લંબ દોરો; તો આ લંબ સરખા છે.

૭. પ્રશ્ન ૬ ફ્રો ∠**अबक** કાટખુણો યા પહોળો ખુણો લઈ કરો.

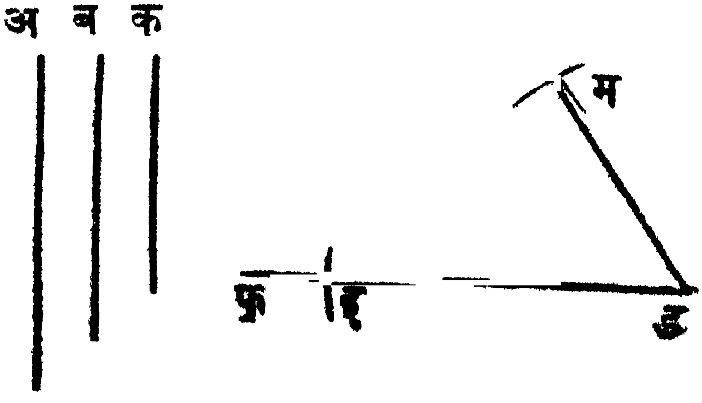
૮. વર્તુળના મધ્યબિંદુમાંથી કોઇ પણ જ્યા ઉપર લંબ દોરો.

૯. એક ત્રિકોણમાં બે શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર લબ દોરો. આ લંબ જે બિંદુમાં છેદે તેમાંથી ત્રીજી બાજુ ઉપર લંબ દોરી આ લંબ બાકીનાં શિરોબિંદુ તરફ લંબાવો.

§ ૨૧. ત્રિકોણ રચના; અને કોણ રચના.

કૃત્ય સિધ્ધાંત ૫.

ત્રણ આપેલી લીટીની બરાબર બાજુવાળો એક ત્રિકોણ બનાવવો.



अ, ब, क ત્રણ આપેલી લીટી છે તો अ, ब, कના બરાબર બાજુ હોય એવો એક ત્રિકોણ બનાવવાનો છે.

રચના. **डफ** કોઈ પણ લીટી લઈ તેમાંથી **अ = डइ** કાપો.

ड મધ્યબિંદુ લઇ **क** ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો; અને **इ** મધ્ય-બિંદુ લઈ **ब** ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો. આ બે વર્તુળ **म** માં છેદે છે. **मड**, **मइ** સાંધો. ત્યારે **मडइ** એક માગેલો ત્રિકોણ થશે.

સિદ્ધતા. ∵ હવે △ **मडइ** માં

डइ = अ, **मइ = ब**, **डम = क**; (રચના)

∴ **मडइ** માગેલો ત્રિકોણ છે. ક્ર૦ ક્ર૦

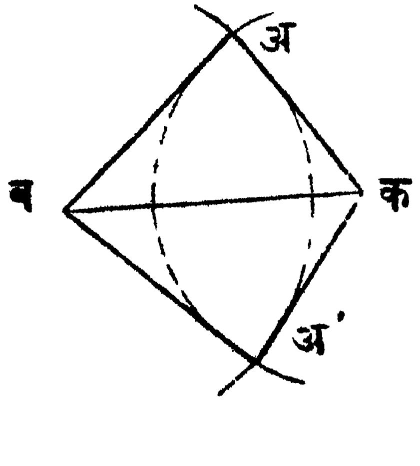
નોટ ૧. મોટામાં મોટી બાજુ સૌથી પહેલી દોરવી.

નોટ ૨. ત્રણ આપેલી લીટીમાંથી એક જેતે બીજી બેના સરવાળાથી મોટી અથવા બરાબર હોય તો ત્રિકોણ અશક્ય છે; કારણ કે દોરેલા વર્તુળો એક બીજાને ન છેદતાં મોટી લીટી પર એક બીજાની બહારનાં કે એકજ બિંદુમાં છેદશે. જુઓ પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૮.

નોટ ૩. કોઈ પણ આકૃતિ માપ વિનાની દોરવાની હોય તો હંમેશાં મોટી આકૃતિ દોરવી: કારણ કે જે ભૂલ નાની આકૃતિમાં માલમ પડે તે મોટીમાં માલમ પડવી મુશ્કેલ છે

ટીપ. ત્રણ બાજુઓની લંબાઇઓ આપી હોય તો એ બાજુઓના જેટલા ત્રિકોણ નીકળે તેટલા દોરવા હોય તો શું કરીશું ?

અ, બ, ક, ત્રણ આપેલી લંબાઇ લો.



સૈાથી મેાટી અને અ= **बक**ને પાયા તરીકે લેા. **ब** આગળથી ક લંબાઈની **बअ** લીટી દેારેા. કેટલી લીટી એક લંબાઇની દેારાશે ? આ ક = **बअ** નેા **अ** છેડેા જે લીટી ઉપર આવે તે લીટી કેવી આવશે ? **ब** મધ્યબિંદુ લઇ ક ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દેારેા. આ વર્તુળનું કેાઇ પણ બિંદુ **ब** થી કેટલું દૂર છે ? ક જેટલું. કારણ ? એ વર્તુળની બધી ત્રિજ્યા = ક છે. ત્યારે **ब** આગળથી લીટીએા એવી દેારીએ કે તેના બીજા છેડા આ વર્તુળ ઉપર ન આવે તેા તે લીટીએાની લંબાઈ શું ? ક કરતાં નાની કે મેાટી. એજ પ્રમાણે **क** આગળથી બ લંબાઇની જેટલી લીટીએા દેારાય તેટલી દેારેા. આ લીટીએાના બીજા છેડા કયાં આવશે ? **क** મધ્યબિંદુ અને બ ત્રિજ્યા લઈ વર્તુળ દેારેા. ત્યારે આ બે વર્તુળેા કયાં કયાં છેદે છે ? अ, अ'માં એ બિંદુનાં **ब**, **क**થી અંતર કેટલાં ? બ, ક બરાબર. अ, अ' સિવાય બીજાં કેાઇ બિંદુથી **ब**, **क** નાં અંતર બ, ક, બરાબર હેાય કે નહિ ? નહિ. ત્યારે અ = **बक** પાયા ઉપર ત્રણ આપેલી લંબાઇના કેટલા ત્રિકેાણ **बक** ની ઉપલી બાજુએ થઈ શકે ? એકજ. અને બીજો ત્રિકેાણ ઉપલીજ બાજુએ આવી શકે તેા તેનું अ બિંદુ કયાં પડવું જોઇએ ? अ ઉપરજ. ત્યારે એ બે ત્રિકેાણેાનું શું થાય છે ? એક બીજા ઉપર બરાબર મળી જાય છે. નહિ મળી જાય તેા શું થાય ? બન્ને ત્રિકેાણેાની બાજુએા એકી વખતે આપેલી લંબાઇઓની હેાઈ શકે નહિ. એટલે **बक** પાયા ઉપર આપેલી લંબાઇઓનેા એકજ ત્રિકેાણ થઈ શકે છે

વળી અ, બ, ક બાજુઓનેા બીજો કેાઈ ત્રિકેાણ બનાવીએ તેા તે **अबक** △ ઉપરજ બરાબર સ્થાનેાપરિસ્થિત થવેા જોઇએ અને તેથી એવું અનુમાન સિદ્ધ થાય છે કે,

"જે ત્રિકેાણેામાં ત્રણે બાજુ અનુક્રમે બરાબર હેાય તે ત્રિકેાણેા સર્વ સમાન છે." (પ્ર. સિ. ૧૪.)

પ્રશ્નેા.

૧. એક મેાટેા ત્રિકેાણ બનાવી તેની બરાબર બીજો ત્રિકેાણ બનાવેા.

૨. ૩·૧", ૪·૪", ૬·૨" ની બાજુવાળો એક ત્રિકોણ બનાવો.

૩. ૪·૩" ની બાજુ ઉપર એક સમબાજુ ત્રિકોણ બનાવી તેના ખુણા દુભાગી માપો.

૪· ૩·૫ સે. મી. ના પાયા પર ૫·૩ સે. મી ની બાજુનો એક-સમદ્વિબાજુ △ બનાવો.

૫ ૬૦°, ૧૨૦°, ૩૦°ના ખુણાવાળા △ઓ સાહિત્યની મદદ વિના બનાવો. (કંપાસ અને આંકણી વાપરવી.)

૬. પ્રશ્ન ૫ માંની આકૃતિના ખુણાઓ દુભાગો.

૭. ભૂમિતિથી અણજાણ્યો એક છોકરો પોતાની કલમના ૧·૦" ૨·૫", ૩·૬", લાંબા ત્રણ કડકાથી એક ત્રિકોણ બનાવવા બેઠો. ત્રિકોણ બનાવો યા ભૂલ બતાવો.

૮. એક આપેલા પાયા ઉપર એક આપેલી બાજુનો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કાઢો.

૯. એક આપેલી લીટી ઉપર એક એવો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કાઢો કે તેની દરેક સરખી બાજુ પાયાથી બમણી હોય.

૧૦. પાયો અને પરિમતિ આપ્યાં હોય તો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કાઢો.

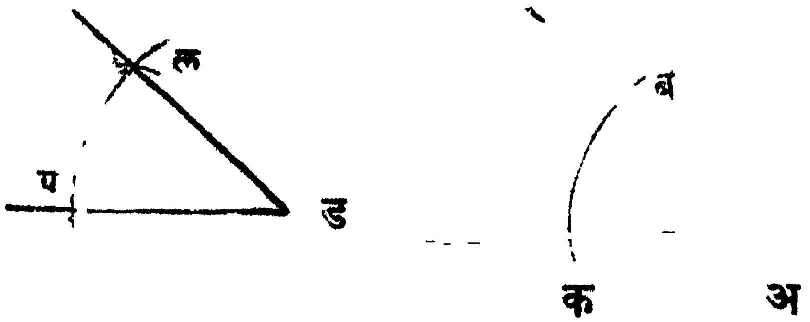
૧૧. એક આપેલા પાયા ઉપર સમબાજુ ત્રિકોણ દોરો.

૧૨. કર્ણની બરાબર બાજુવાળો એક રોમ્બસ કાઢો.

૧૩. એક આપેલા પાયા ઉપર એક સમષટ્કોણ કાઢો.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૬.

∴ એક આપેલા ખુણાની બરાબર એક આપેલી લીટીના બિંદુ આગળ એક ખુણો કરવો.



बअक આપેલેા ખુણેા છે, અને डप માં ड એક આપેલું બિંદુ છે. તેા डप માં ड આગળ એક ખુણેા ∠बअक બરાબર કરવાનેા છે.

રચના. अ મધ્યબિંદુ લઈ કેાઈ પણ વર્તુળ દેારી अब = अक કરેા. ड મધ્યબિંદુ લઈ તેજ ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દેારી डप ને प માં કાપેા. અને प મધ્યબિંદુ લઈ कब ત્રિજ્યા લઇ આગળના વર્તુળને ल માં છેદે તેમ એક વર્તુળ દેારેા. कब, डल, पल, સાંધેા.

ત્યારે ∠लडप = ∠बअक થશે.

સિદ્ધતા. ∵ △ बअक અને △ लडप માં
अब = डल, अक = डप, कब = पल; (રચના)
∴ ∠अ = ∠ड. (પ્ર૰ સિ. ૧૪) ફ્૰ ફ્૰

પ્રશ્નેા.

૧. એક સાંકડેા ખુણેા કરી તેની બરાબર એક બીજો ખુણેા કરેા.

૨. એક પહેાળેા ખુણેા કરી તેની બરાબર એક બીજો ખુણેા કરેા.

૩. એક બાજુ પર એક સમદ્વિબાજુ કાટખુણ ત્રિકેાણ બનાવેા.

૪. ∠अबक = ∠बकड બનાવેા અને बअ, कड, જો म માં મળે તેા मड, मक માપેા.

૫. એક △अबक ના ખુણા બરાબર ખુણાવાળેા એક △ બનાવેા.

૬. એક अबकड ચતુષ્કેાણના ખુણા બરાબર ખુણાનેા ચતુષ્કેાણ કરેા.

૭. **अब**=૨.૦" છે અને **क** બિંદુ ૦.૫" અંતરે ઉપર છે; **क**માંથી એવી લીટી દોરો કે **अब** સાથે તે ૫૦°નો ખુણો કરે. કેટલી રચના થઇ શકશે?

૮. ૩.૫ સે. મી. ના વ્યાસ ઉપર વર્તુળ દોરો. **म** મધ્ય બિંદુમાંથી **मअ**, **मब** પરિધ સુધી દોરો. ∠**अमब** માપો. **अब**ની સામેના કાંસ ઉપર કોઇ પણ **प** બિંદુ સાથે **अ**, **ब** સાંધો તો ∠**अपब** કેવડો?

૯.* એકજ બાજુ ઉપર આપેલાં **प** અને **ल** બિંદુમાંથી **अब** ના એકજ બિંદુ સુધી એવી બે લીટી દોરો કે તેઓ **अब** સાથે સરખા ખુણા કરે.

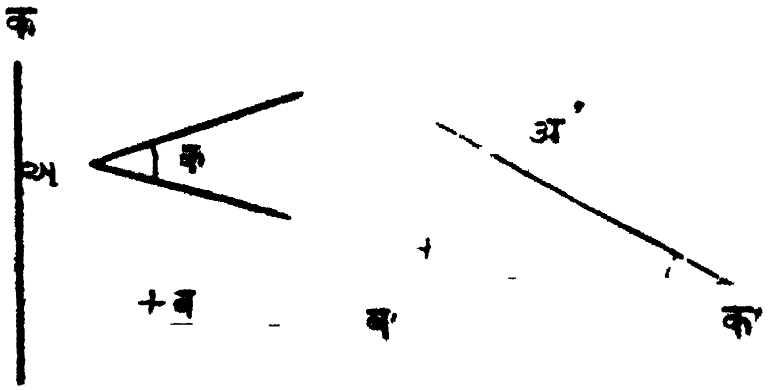
[નોટ—**अब** ઉપર **पक** લંબ દોરી **पक** લંબાવી **पक**=**डक** કરો **लड** સાંધી **अब** ને જે બિંદુમા **लड** છેદે તે બિદુ **प** સાથે સાંધો.]

૧૦.* **प** માંથી એવી એક લીટી દોરો કે **अ**, **ब** માંથી તેની ઉપર દોરેલા લંબ સરખા થાય. આ કયારે અશકય છે?

૧૧. **अ** બિંદુમાંથી એવી એક લીટી દોરો કે તે **बक**ને ∥ થાય.

કૃત્ય સિધ્ધાંત ૭.

બે ખુણા અને તેની પાસેની બાજુ આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણુ બનાવવો.



ब, **क** આપેલા ખુણા અને **बक** (અ) આપેલી બાજુ છે;

તો ∠**ब**, ∠**क**, **बक** અંગવાળો એક ત્રિકોણુ બનાવવાનો છે.

રચના. ગમે તે સીધી લીટી દેારી તેમાંથી **बक** = **ब'क'** બનાવેા.

ब' આગળ ∠**ब** = ∠**अ'ब'क'** બનાવેા અને }
क' આગળ ∠**क** = ∠**अ'क'ब'** બનાવેા } (કૃ. સિ. ૬)

ब'अ', **क'अ'** ને **अ'**માં મળવા દેા.

ત્યારે **अ'ब'क'** માગેલેા ત્રિકેાણ થશે.

સિદ્ધતા. ∵ △ **अ'ब'क'**માં

ब'क'= **बक**; ∠**ब'** = ∠**ब** અને ∠**क'** = ∠**क** છે; (રચના)

∴ **अ'ब'क'** માગેલેા ત્રિકેાણ છે. કૃ૦ કૃ૦

ઉપસિદ્ધાંત. બે ખુણા અને તેમાંના એકની સામેની બાજુ આપ્યાં હેાય તેા ત્રિકેાણ બનાવવેા.

ટીપ. આપેલી લંબાઇની બરાબર **ब'क'** દેાર્યા પછી અમુક બાજુએ ∠**ब**, ∠**क** બનાવવા એવું કાંઇ નથી. આપેલી **बक** = અ લંબાઈની લીટી લઇ તેના છેડા ઉપર ∠**ब**, ∠**क** બરાબર ખુણા ગમે તે એક બાજુ કાઢીએ તેાપણ એ પ્રમાણે થતા બધા ત્રિકેાણને જેા એકેક ઉપર સ્થાનેાપરિસ્થિતિથી મુકીએ તેા તે બધા **સર્વસમાન** છે. પ્રશ્નેાત્તર કૃ૦ સિ૦ ૫ ની ટીપમાં બનાવ્યા પ્રમાણે કરી લેવા. આ ઉપરથી એવું અનુમાન નીકળે છે કે,

"જે ત્રિકેાણેામાં બે ખુણા અને એક બાજુ અનુક્રમે સરખાં હેાય તે ત્રિકેાણેા સર્વ સમાન છે." (પ્ર૦ સિ૦ ૧૧)

પ્રશ્નેા.

૧. **अब** = ૫·૧ સે. મી., ∠**अ** = ૭૧°, ∠**ब** = ૬૭° તેા △ બનાવી બીજાં અંગ માપેા.

૨. **बक** ૨·૯", ∠**ब** = ૯૦°, ∠**क** = ૨૫° તેા △ બનાવેા.

૩, **कअ** = ૪·૮ સેં.મી., ∠**अ** = ૩૨°, ∠**क** = ૧૧૭° તેા △ બનાવેા.

૪. અ = ૩·૬". ∠**ब** = ૧૧૨°, ∠**क** = ૩૩°, તેા △ બનાવેા.

નીચેનાં માપ પરથી △એા બનાવેાઃ—

૫. ક = ૩·૬" સે મી., ∠अ = ૬૭°; ∠क = ૭૨°,

૬. બ = ૫·૩ સે. મી, ∠ब = ૩૨°, ∠अ = ૬૫°.

૭. ક = ૬·૭ સે. મી.; ∠क = ૩૨°, ∠अ = ૧૧૨°

૮. ક = ૨·૧", ∠अ = ૫૧°; ∠क = ૯૯°.

૯. બ = ૧·૯", ∠ब = ૯૯°, ∠अ = ૨૦°

૧૦. અ = ૫·૨ સે મી., ∠अ = ૨૭°, ∠ब = ૨૯°.

૧૧. કર્ણ અને એક સાંકડેા ∠ આપ્યાં હેાય તેા કાટખુણ △ બનાવેા.

૧૨. એક બાજુ અને સાકડેા ∠ આપ્યાં હેાય તેા કાટખુણ △ બનાવેા.

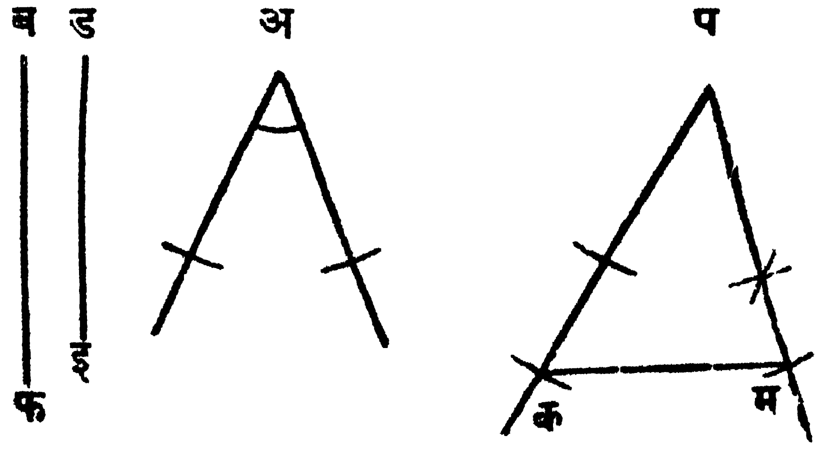
૧૩. એક કાટખુણ △ માં એક સાંકડેા ખુણેા બીજા સાંકડા ખુણાથી બમણેા છે તેા △ કાઢેા.

૧૪. કર્ણ આપી છે તેા સમદ્વિબાજુ કાટખુણ ત્રિકેાણ બનાવેા.

૧૫ શિરેાબિંદુ ખુણેા પાયા ઉપરના ખુણાથી બમણેા, અને ચાર ગણેા હેાય એવા સમદ્વિબાજુ ત્રિકેાણેા બનાવેા.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૮

બે બાજુ અને અંતર્ખુણેા આપ્યાં હેાય તેા ત્રિકેાણ બનાવવેા.



बफ, **डइ** બે આપેલી બાજુ છે અને **अ** એક આપેલો અંતર્ખુણો છે; તો એ અંગવાળો એક ત્રિકોણ બનાવવાનો છે.

રચના. કોઈ પણ લીટીમાંથી **बफ** = **पक** કરો અને **प** આગળ

∠अ = ∠**मपक** કરો. (કૃ૦ સિ૦ ૬)

અને **डइ** = **पम** કરો. **मक** સાંધો. ત્યારે **मपक** માગેલો △ થશે.

સિદ્ધતા. ∵ △ **मपक** માં

पक = **बफ**, **पम** = **डइ**, ∠**प** = ∠अ; (રચના)

∴ △ **मपक** માગેલો ત્રિકોણ છે. કૃ૦ કૃ૦

ટીપ આપેલા **अ** અંતર્ખુણા બરાબર કોઇ પણ ખુણો બનાવી તેની એક શાખા લીટીમાંથી **बफ** બરાબર અને બીજીમાંથી **डइ** બરાબર, બે ભાગો ખુણાથી શરૂ કરી, કાપો અને ત્રિકોણ પુરો કરો. ઘણા ત્રિકોણો બનાવી સ્થાનોપરિસ્થિતિથી સરખાવો. કૃ૦ સિ૦ ૫ પ્રમાણે પ્રશ્નોત્તર કરી નીચેનું અનુમાન કઢાવોઃ—

"જે જે ત્રિકોણોમાં બે બાજુ અને અંતર્ખુણો બરાબર હોય છે તે બધા ત્રિકોણો સર્વસમાન છે." (પ્ર. સિ. ૧૦)

પ્રશ્નો.

૧. અ = ૨·૧", બ = ૩·૩", ∠क = ૭૫° તો △ બનાવો.

૨. બ = ૩·૭ સે. મી., ક = ૫·૬ સે. મી., ∠अ = ૫૨° તો △ કરો.

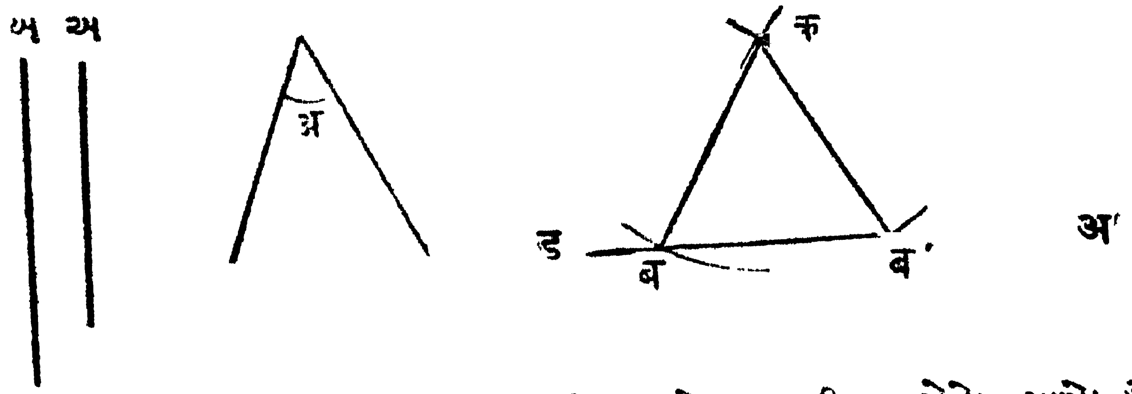
૩. ક = ૫·૧ સે. મી., અ = ૮·૨ સે. મી. ∠ब = ૧૧૨° તો △ કરો.

૪. અ = ૩·૦", બ = ૨·૧", ∠अ = ૯૦° તો △ બનાવો.

નોટ. નિશાળ ખાતાના સરકારી અભ્યાસમાં નીચેના ૯મા સિદ્ધાંતનો સમાવેશ થતો નથી. માટે વિદ્યાર્થીને તે શીખવાની જરૂર નથી. ત્રિકોણોની રચનાના સઘળા પ્રકારો પુરા કરવા માટેજ એ કૃત્ય અત્રે આપ્યું છે.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૯.

બે બાજુ અને તેમાંની એકની સામેનો ખુણો આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવવો.



અ, બ, બે આપેલી બાજુ છે અને અ ની સામેનો ખુણો अ આપેલો છે તો એક ત્રિકોણ બનાવવાનો છે.

રચના. अ'ड લીટીમાં अ' આગળ ∠अ = ∠अ' કરો; (કૃ. સિ. ૬) અને બ = अ'क કરો. क મધ્યબિંદુથી અ ત્રિજ્યા લઇ એક વર્તુળ દોરો. જો આ વર્તુળ अ'ड ને ब' અને बમાં છેદે તો अ'कब, अ'कब' △ઓ આપેલા પક્ષ ઉપરથી થશે.

સિદ્ધતા. ∵ अ'कब △માં ∠अ' = ∠अ, अ'क = બ અને बक = અ

અને ∵ अ'कब' △માં ∠अ' = ∠अ, अ'क = બ અને कब' = અ

તેથી अ'कब, અને अ'कब' માગેલા ત્રિકોણ છે. કૃ૦ કૃ૦

નોટ. क માથી अड ઉપર લંબ દોરી હોય અને તેટલીજ લંબાઇની અ હોય તો એકજ ત્રિકોણ થશે. ∵ ∠ ब' = ૯૦° = ∠ ब. વળી જો कल લંબ હોય તો कल અંતર (क નું अ'ड થી) ઓછામાં ઓછું છે. તેથી જો અ, कल થી ઓછી હોય તો કોઇ પણ ત્રિકોણ થશે નહિ. કારણ

કે અ ત્રિજ્યાથી દોરેલો વર્તુળ **अ'ड**ને મળશે નહિ. જ્યારે બે ત્રિકોણો થાય છે ત્યારે આ સિધ્ધાંતને અનિશ્ચિત ત્રિકોણ રચના કહે છે.

તેમજ અનિશ્ચિત ત્રિકોણ બનાવવાને માટે અ, બ થી ઓછી અને **कल** લંબથી વધારે હોવી જોઇએ કારણ કે જો અ, બ થી મોટી હોય તો વર્તુળના બન્ને છેદન બિંદુઓ अ'ड ઉપર ∠अ' તરફ ન પડતાં વિરૂદ્ધ બાજુએ પડશે એટલે એકજ △ થશે.

પ્રશ્નો.

૧. ઉપરના સિદ્ધાંતમાં અ, બ થી ઓછી હોય અને

(૧) અ, લંબથી ઓછી હોય
(૨) અ, લંબ બરાબર હોય
(૩) અ, લંબથી મોટી હોય,
} ત્યારે આકૃતિઓ દોરો.

૨. અ, બ થી મોટી હોય ત્યારે આકૃતિ કાઢો.

૩. અ = બ હોય ત્યારે આકૃતિ કાઢો.

૪. ક = ૨·૧", બ = ૧·૭" અને ∠ब = ૩૫° ત્યારે ત્રિકોણ દોરો

૫. ક = ૫·૦ સે. મી., બ = ૩·૦ સે. મી. અને ∠ब = ૩૫° ત્યારે △ દોરો

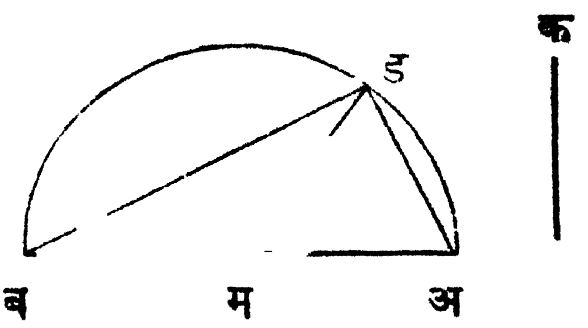
૬. બ = ૩·૭", અ = ૨·૧" અને ∠अ = ૪૨° ત્યારે ત્રિકોણ દોરો

૭. △ **अबक** અને △ **डइफ** માં **अब** = **डइ**, **अक** = **डफ** અને ∠ **ब** = ∠ **इ** છે. બતાવો કે આ ત્રિકોણો સરખા હોય કે ન હોય.

નોટ. ઉપલી આકૃતિઓમાં અનિશ્ચિત ત્રિકોણ હોય ત્યા કારણ આપો

કૃત્ય સિધ્ધાંત ૧૦.

કર્ણ અને એક બાજુ આપ્યાં હોય તો કાટખુણ ત્રિકોણ બનાવવો.



क એક બાજુ અને अब કર્ણ છે. ત્યારે એક કાટખુણ ત્રિકોણ બનાવવાનો છે.

રચના. अब ને मમાં દુભાગી म મધ્યબિંદુ લઇ मअ ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો.

अ મધ્ય બિંદુ લઈ क ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો. આ વર્તુળ આગળના વર્તુળને डમાં છેદે છે. डअ, डम, डब સાંધો.

ત્યારે अडब માગેલો ત્રિકોણુ થશે.

સિદ્ધતા. ∵ अडम △માં અને ∵ बडम △માં

मअ = मड   मब = मड

∴ ∠अ = ∠मडअ;   ∴ ∠ब = ∠मडब.

∴ સરવાળો કરતાં ∠अडब = ∠अ + ∠ब

∴ अडब એક કાટખુણુ △ છે (પ્ર૦ સિ૦ ૮ ઉપ.)

અને તેમાં अब કર્ણુ છે અને अड = क એક બાજુ છે.

∴ अडब માગેલો ત્રિકોણુ છે. . કૃ૦ કૃ૦

ટીપ. આપેલી अब કર્ણુના अ છેડામાંથીજ क બરાબર બાજુ દોરવી એવું કાંઈ નથી. अब ઉપર ગમે તે બાજુ અર્ધ વર્તુળ દોરી અને अब ના કોઇ પણ છેડામાંથી ગમે તે બાજુ क બરાબર બાજુ દોરી જે જે ત્રિકોણો થાય તે બધા સ્થાનોપરિસ્થિતિથી બરાબર માલમ પડે છે. કૃ૦ સિ૦ ૫ પ્રમાણે પ્રશ્નોત્તર કરી નીચેનું અનુમાન ઠસાવોઃ–

"જે જે કાટખુણ ત્રિકોણોમાં કર્ણ અને એક બાજુ બરાબર હોય તે બધા ત્રિકોણો સર્વ સમાન છે." (પ્ર૦ બિ૦ ૧૫.)

પ્રશ્નો.

૧. સિદ્ધાંત ૧૦માં માગેલા △ઓ અબ ઉપર કેટલા થઈ શકે?

૨. અર્ધ વર્તુળમાંનો ખુણો એક કાટખુણો છે.

૩. ઉપલી આકૃતિમાં ડપ, અબ ઉપર લંબ હોય તો △અડપ, △બડપ અને △અડબ અરસપરસ સમકોણ છે.

૪. એક વર્તુળમાં ૩·૭' કર્ણ અને ૧·૨" બાજુના બે કાટખુણ ત્રિકોણો પાસે પાસે મુકી એક લંબ ચોરસ બનાવો.

૫. એકજ બાજુ ઉપર ને એકજ કર્ણના બે સરખા કાટખુણ ત્રિકોણ બનાવી તેનાં શિરોબિંદુ સાંધી એક લંબ ચોરસ બનાવો.

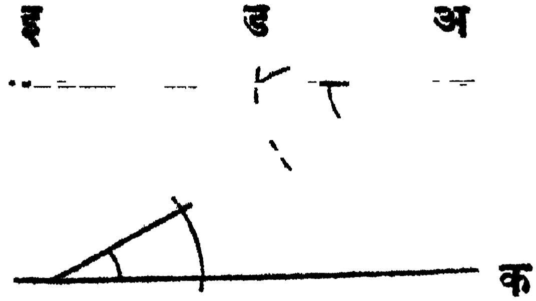
૬. એક બાજુ અને કાટખુણામાંથી સામેના કર્ણ ઉપર દોરેલો લંબ આપી હોય તો કાટખુણ ત્રિકોણ બનાવો.

૭. કર્ણ અને બાજુઓનો સરવાળો આપ્યાં હોય તો કાટખુણ ત્રિકોણ બનાવો.

§ ૨૨. સમાન્તર સીધી લીટી દોરવાનું; લીટીના સરખા ભાગ કરવાનું; અને કૌંસને દુભાગવાનું.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૧૧.

એક આપેલા બિંદુમાંથી એક આપેલી સીધી લીટીની સમાન્તર સીધી લીટી દોરવાની.



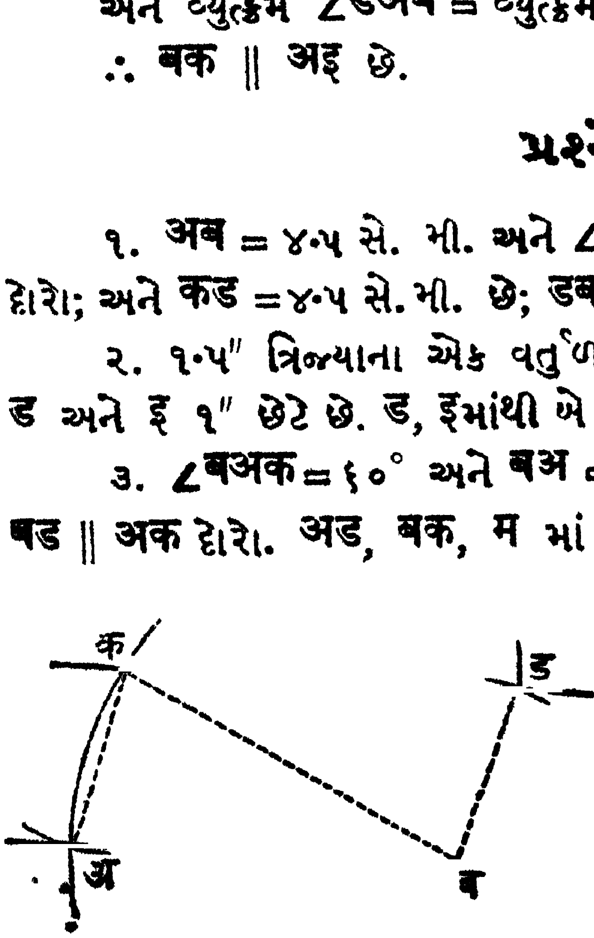
बक એક આપેલી લીટી અને अ એક આપેલું બિંદુ છે.
ત્યારે अ માંથી बअ || એક લીટી દોરવાની છે.
રચના. अब સાંધી, अ આગળ ∠बअड, ∠अबक બરાબર કરો.
અને अड ને इ સુધી લંબાવેા. ત્યારે अइ લીટી बक સમાન્તર થશે.
સિદ્ધતા. ∵ अइ અને बक લીટીને बअ લીટી મળે છે,
અને વ્યુત્ક્રમ ∠डअब = વ્યુત્ક્રમ ∠अबक કરે છે.
∴ बक || अइ છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૪) ફૂ૭ ફૂ૦

પ્રશ્નેા.

૧. अब = ૪·૫ સે. મી. અને ∠बअक = ૬૦°; कમાંથી अब || कड દોરેા; અને कड = ૪·૫ સે. મી. છે; डब સાંધેા; अक, डब, ∠क, ∠ब માપેા.

૨. ૧·૫" ત્રિજ્યાના એક વર્તુળ પર अब વ્યાસની બન્ને બાજુએ ड અને इ ૧" છેટે છે. ड, इમાંથી બે જ્યા વ્યાસ || દોરેા અને તેને માપેા.

૩. ∠बअक = ૬૦° અને बअ = अक = ૩·૨" છે. कड || अब અને बड || अक દોરેા. अड, बक, म માં છેદે તેા मअ, मब, मक, मड માપેા.



૪.* बअ આપેલી લીટી અને क આપેલું બિંદુ છે. अब માં ब ગમે તે બિંદુ લેા અને ब મધ્ય બિંદુ લઇ बक ત્રિજ્યા લઇ એક વર્તુળ દેારેા क મધ્યબિંદુ અને कब ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દેારેા; ब મધ્યબિંદુ લઈ

अक ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુળ દોરો. એ વર્તુળો डમાં છેદે તો कड ‖ अब.

૫. વ્યાવહારિક કામમાં કેવી રીતે સમાન્તર લીટી દોરશો ?

૬ ૨·૧ના પ્રમાણમાં બાજુઓ હોય એવો એક લંબ ચોરસ બનાવો.

૭. ૪", ૩",૧·૫"ની બાજુનું એક સમદ્વિબાજુ ટ્રૅપિઝ્યમ કરો.

૮. એકબાજુ અને એક કર્ણ ૨·૪" અને ૪·૨" છે તો લંબ ચોરસ દોરો.

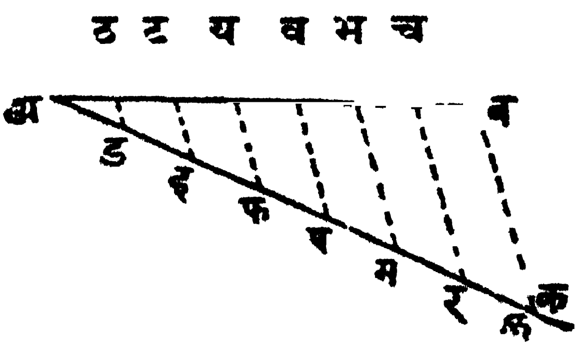
૯. બે કર્ણો અને અંતર્ખુણો ૪·૦",૬·૦" અને ૭૫° છે તો સ ચ. દોરો.

૧૦ ૪·૦" પાયા ઉપર ૨·૧" ઉંચાઇનો ૫૫°ના ખુણાવાળો એક સ૦ ચ૦ બનાવો.

૧૧. કૃત્ય સિદ્ધાંત ૧૧ ની આકૃતિમાં बक ઉપર अल લંબ દોરો અને अ તરફ बफ લંબ (अल) દોરો તો फअ, बक ની સમાન્તર છે.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૧૨

કોઈ આપેલી સીધી લીટીના અમુક સરખા ભાગ કરવા.



अब એક આપેલી લીટી છે અને

તેના (ધારો કે) સાત સરખા ભાગ કરવાના છે.

રચના. अबની સાથે કોઈ પણ લીટી अक ગમે તે ખુણો કરે તેમ દોરો.

अक ઉપર અનુક્રમે સાત સરખા ભાગ अड, डइ, इफ, फप, पम, मर, रल કરો; અને बल સાંધો.

અને लब ‖ रच, मभ, पव, फय, इट, डठ દોરો (કૃ૦ સિ૦ ૧૧)

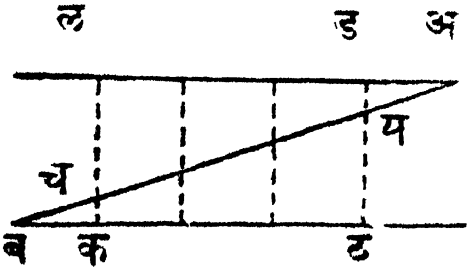
ત્યારે अबના સાત સરખા ભાગ થશે.

સિદ્ધતા. ∵ अक ને છેદી સમાન્તર લીટીઓ अल ના अड, डइ, इफ, फप, पम, मर, रल, સાત સરખા ભાગ કરે છે.

∴ તેજ સમાન્તર લીટીઓ अब ના પણ તેટલાજ बठ, ठट, टय, यव, वम, मच, चब, સરખા ભાગ કરે છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૨૩)

એજ પ્રમાણે अब ના ગમે તેટલા સરખા ભાગ થઈ શકે છે. કૃ૦ કૃ૦

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૧૨ ની દ્વિતીય રચના.



अब ની સાથે ખુણો કરતી अल લીટી દોરો અને अल ‖ बठ દોરો.

अल, बठ ઉપર બતાવ્યા પ્રમાણે ચાર ચાર સરખા ભાગ કરો.

અને બતાવ્યા પ્રમાણે સાંધો ત્યારે अब ના પાંચ સરખા ભાગ થશે.
∵ डठ, लक વગેરે ‖ છે.

અને अड ના ચાર સરખા ભાગ થાય છે અને बठ ના પણ ચાર સરખા ભાગ થાય છે; ∴ बय, अच ના ચાર ચાર સરખા ભાગ થાય છે

∴ अबના પાંચ સરખા ભાગ થાય છે. કૃ૦ કૃ૦

પ્રશ્નો.

૧ એક લીટીના પાંચ સરખા ભાગ આકારે કરી સરખાવો.

૨. ૪·૭" લીટીના ૬ સરખા ભાગ કરો.

૩. ૧૧·૦ સે. મી. લીટીના સાત સરખા ભાગ કરો

૪. એક આખી લીટીમાંથી તેનો $\frac{3}{5}$ ભાગ કાપો

૫ એક લીટીને લંબાવી તેને ૧$\frac{4}{5}$ ગણી બનાવો

૬. એક લીટીને લંબાવી તેને ૧·૩ ગણી બનાવો.

૭. એક લીટીમાંથી ૫ સરખા ભાગ કાપો.

૮. એક લીટીને ૩ : ૯ ના પ્રમાણમાં કાપો.

૯. એક લીટીને કાપો અને તેના ભાગોનું પ્રમાણ કહો.

કૃત્ય ૫ થી ૧૨ ઉપરના સામાન્ય પ્રશ્નો.

૧. પાસે પાસેની બે બાજુ અને તેનો અંતર્ખુણો આપ્યાં હોય તો સ૰ ચ૰ દોરો.

૨. એક બાજુ બીજી કરતાં બમણી હોય એવો લંબચોરસ દોરો.

૩. ૬૦°ના ખુણાવાળો એક સ૰ ચ૰ આપેલી બાજુ ઉપર દોરો.

૪. એક ખુણો અને પરિમિતિ આપ્યાં હોય તો સ૰ ચ૰ દોરો.

૫. એક આપેલી લીટીથી આપેલે અંતરે આવે એવી એક સમાન્તર લીટી દોરો.

૬. ૧·૨", ૧·૮" અને ૨·૪" ની બાજુ અને કર્ણ અનુક્રમે હોય એવો સ૰ ચ૰ દોરો.

૭. ૩·૪ સે. મી. ની બાજુ અને ૫·૪ સે. મી. ની કર્ણ હોય એવો લંબચોરસ દોરો.

૮. બે પાસે પાસેની બાજુ અને સામસામેની બાજુનું અંતર આપ્યાં હોય તો સ૰ ચ૰ દોરો.

૯. એક કાટખુણાના ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

૧૦. બે બાજુ અને પાયા ઉપરની ઉંચાઈ આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ દોરો.

૧૧. પાયો, એક બાજુ, અને પાયા ઉપરની મધ્યગા આપ્યાં હોય તો △ દોરો.

૧૨. પાયો, પાયા ઉપરની ઉંચાઈ, અને એક બાજુ આપ્યાં હોય તો △ દોરો.

૧૩. બે કર્ણ અને એક બાજુ આપ્યાં હોય તો સ૰ ચ૰ દોરો.

૧૪. પાયા ઉપરના બે ખુણા અને પાયા ઉપરની ઉંચાઇ આપ્યાં હોય તો △ દોરો.

૧૫. આપેલી ઉંચાઇનો એક સમબાજુ ત્રિકોણ દોરો.

૧૬. શિરોબિંદુ ખુણો ને ઉંચાઇ આપ્યાં હોય તો સમદ્વિબાજુ △ દોરો.

૧૭. જેનો શિરોબિંદુ ખુણો પાયા ઉપરના ખુણાથી ચારગણો હોય એવો એક સમદ્વિબાજુ △ બનાવો.

૧૮. ૧·૩"ના પાયા ઉપર એક સમદ્વિબાજુ △ બનાવો.

૧૯. પાયો અને ઉંચાઈ આપ્યાં હોય તો સમદ્વિબાજુ △ બનાવો.

૨૦. ૬૦°ના ખુણામાંથી જતી કર્ણ ૨·૪" હોય એવો રોમ્બસ બનાવો.

૨૧. ૩·૪ સે. મી ની મધ્યગા હોય એવો એક સમબાજુ △ બનાવો.

૨૨. એક બાજુ અને કાટખુણામાંથી કર્ણ ઉપર દોરેલી લંબ આપ્યાં હોય તો કાટખુણ ત્રિકોણ બનાવો.

૨૩.* કર્ણ ને બે બાજુનો સરવાળો આપ્યાં છે તો કાટખુણ △ બનાવો.

૨૪.* પરિમિતિ અને ઉંચાઈ આપ્યાં છે તો સમદ્વિબાજુ △ બનાવો.

૨૫.* પાયો અને શિરોબિંદુ ખુણો આપ્યાં છે તો સમદ્વિબાજુ △ બનાવો.

૨૬.* પાયો, અને શિરોબિંદુ ખુણો તથા પાયા ઉપરના એક ખુણાનો સરવાળો આપ્યાં હોય તો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ દોરો.

૨૭.* પાયો, અને એક બાજુ તથા ઉંચાઇનો સરવાળો આપ્યાં છે તો સમદ્વિબાજુ △ દોરો.

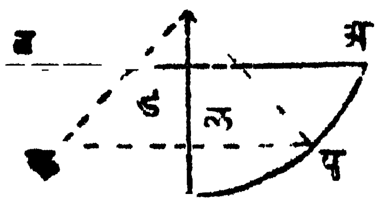
૨૮.* એક આપેલી લીટીમાં પાયો હોય અને બે આપેલાં બિંદુમાંથી બાજુઓ જાય એવો એક સમબાજુ ત્રિકોણ દોરો.

૨૯. પાયો, ઉંચાઈ, અને પરિલગ્ન વર્તુળની ત્રિજ્યા આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ દોરો.

૩૦. એક આપેલા ત્રિકોણમાં એવી એક લીટી દોરો કે તે પાયાથી ત્રીજે ભાગે હોઇ પાયાની સમાન્તર હોય અને તેના છેડા બાજુ ઉપર હોય.

૩૧. એક આપેલા ત્રિકોણમાં એવી એક લીટી દોરો કે તે પાયાથી ચોથે ભાગે હોય ને પાયાની સમાન્તર હોઈ તેના છેડા બાજુ ઉપર હોય.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૧૩.
વર્તુળના આપેલા કૌંસને દુભાગવું.



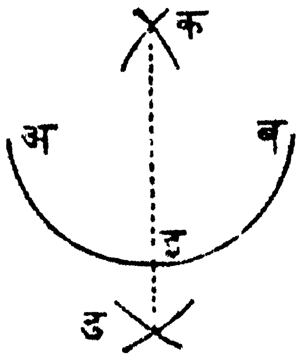
अकब એક આપેલું કોસ છે અને તેને દુભાગવાનું છે.

રચના. अब ને સાંધી તેને ड માં દુભાગો (કૃ૦ સિ૦ ૨) અને डम, अबને ⊥ દોરી, मडને લબાવી કૌસને कમાં છેદવા દો. (કૃ૦ સિ૦ ૩)

ત્યારે अकब કૌસના क માં બે સરખા ભાગે થશે.

સિદ્ધતા. કરવાની નથી. કૃ૦ કૃ૦

અથવા



પક્ષ अइब કોઇપણ કોસ લો. **સાધ્ય** ત્યારે अइब કોંસને દુભાગવાનું છે.

રચના. अ મધ્યબિંદુ લઇ અને अबના અર્ધાથી સહેજ મોટી ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુળ દોરો. ब મધ્યબિંદુ અને તેવડીજ ત્રિજ્યા લઈ બીજો વર્તુળ દોરો. આ બે વર્તુળો क, डમાં છેદે છે. कड સાંધો.

જો कड લીટી કોસને इમાં છેદે તો अब કોસ इમાં દુભાગાય છે.

સિધ્ધતા. કરવાની નથી. કૃ૦ કૃ૦

પ્રશ્નો.

૧. મધ્યબિંદુ આગળ ૩૦° નો ખુણો કરે એવા કાંસને દુભાગો.

૨. એક અર્ધ વર્તુળને દુભાગો.

૩. એક અર્ધ વર્તુળથી ઓછા કાંસને દુભાગો.

૪. એક અર્ધ વર્તુળથી મોટા કાંસને દુભાગો.

૫. ૩·૪" ત્રિજ્યાના વર્તુળના મધ્યબિંદુ આગળ ૪૫° નો ખુણો કરે એવા કાંસને દુભાગો.

૬. ૬·૨ સે મી. ત્રિજ્યાના વર્તુળના મધ્યબિંદુ આગળ ૬૨°નો ખુણો કરે એવા કાંસને દુભાગો.

૭ એક કાંસના ચાર સરખા ભાગ કરો; આઠ સરખા ભાગ કરો.

§ ૨૩. નિધાન રચના.

નોટ. નિધાનના સિધ્ધાંતો મન્જુર થએલા અભ્યાસક્રમ પ્રમાણે વિદ્યાર્થીને કરવાના નથી માટે તે શીખવાની ખાસ જરૂર નથી.

નિધાન અથવા કક્ષા.

ધારો કે **प** બિંદુ એવું છે કે તે હંમેશાં ગમે તે સ્થિતિમાં એક મુકરર **म** બિંદુથી ૫" અંતરે રહે છે. હવે **प** બિંદુની જુદી જુદી સ્થિતિઓ નકકી કરી પાસે પાસેનાં બિંદુઓ જોડીએ તો જે લીટી થશે તે લીટી ઉપરનું દરેક બિંદુ **म** થી ૫" અંતરે હોવુંજ જોઇએ; માટે આવી લીટીને **म** થી ૫" અંતરે રહે એવા બિંદુનું **નિધાન** યા **કક્ષા** કહે છે. વળી **अ** બિંદુ એવું છે કે એક આપેલી લીટી **बक** થી હમેશાં ૩·૧ સે. મી. ને અંતરેજ રહે છે. તેથી **अ** ની જુદી જુદી સ્થિતિઓ નકકી કરી તેમાંથી જે લીટી દોરીએ તે **अ** નું **बक** ના સંબંધમાં નિધાન કહેવાય છે. એજ પ્રમાણે **अ** અને **ब** એ બિંદુથી સરખે અંતરે જે **क** બિંદુ હંમેશાં રહે છે

તેનું નિધાન પણ નીકળી શકે. કારણ કે જો क ની જુદી જુદી સ્થિતિ નીકળી શકે તેા એ બિંદુને સાંધનારી લીટી તે તે નિધાન છે.

વ્યાખ્યા. કેાઈ આપેલી શરત પુરી કરી જુદી જુદી સ્થિતિમાં જઇ એક બિંદુ જે **લીટી** નક્કી કરે તે તે બિંદુનું **નિધાન** યા **કક્ષા** કહેવાય છે.

એ ઉપરથી સ્પષ્ટ થશે કે નિધાન રચનામાં નીચેની બાબતેા જરૂરનીછે :–

(૧) સ્થિર આપેલી લીટી યા બિંદુ;

(૨) એક જુદી જુદી સ્થિતિમાં ફરતું બિંદુ;

(૩) આપેલી અમુક શરત; અને

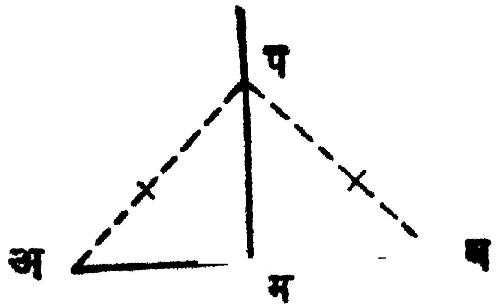
(૪) ખસતું બિંદુ જે લીટી દેારે તે લીટી.

નેાટ. ઉપરની વ્યાખ્યામાં "જે લીટી દેારે તે" શબ્દેામાં "લીટી" એટલે "વક્ર યા સીધી લીટી", "એક યા વધારે લીટી" બન્ને અર્થ સમજવા.

વળી કેાઇ પણ નિધાન કાઢતી વેળા બતાવવું જોઇએ કે એવી લીટીનું કેાઇ પણ બિંદુ આપેલી શરત પુરી કરે છે; અને તે લીટીની બહારનું કેાઈ પણ બિંદુ આપેલી શરત પુરી કરતું નથી. પણ આ દ્વિતીય સિદ્ધતા વધારે સહેલી હેાવાથી વિદ્યાર્થીને માટે પ્રશ્ન તરીકે રહેવા દીધી છે.

(૧). આપેલી લીટીને દુભાગનાર નિધાન.

એક બિંદુ એવી રીતે ખસે છે કે તેનાં અંતરેા બે આપેલાં બિંદુથી હંમેશાં સરખાં રહે છે તેા તે બિંદુનું નિધાન કાઢવું.



अ, ब, એ આપેલાં સ્થિર બિંદુઓ છે અને प એવું ખસતું બિંદુ છે કે अ, ब થી તેના અંતરો હંમેશાં સરખાં રહે છે. ત્યારે प નું નિધાન કાઢવાનું છે.

∵ अब લીટીનું મધ્યબિંદુ म, अ અને ब થી સમાન અંતરે છે,

∴ म, प ની એક સ્થિતિ છે.

ધારો કે प એ ખસતા બિંદુની એક બીજી સ્થિતિ છે.

તેથી पअ = पब. पम સાંધો.

હવે ∵ पअम અને पबम △ ઓમાં पअ = पब, अम = बम, અને पम સામાન્ય છે; ∴ △पअम ≡ △पबम છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૪).

∴ ∠ पमअ = ∠पमब ∴ पम, अबને લંબ છે,

એટલે प, જે अ અને ब થી સરખે અંતરે છે તે अबના દુભાગનાર લંબ ઉપર છે.

એજ પ્રમાણે पम ઉપર ગમે તે બિંદુ લઇએ તો તે अ અને ब થી સમાન અંતરે છે.

∴ मप, એ अ, ब થી હંમેશાં સરખે અંતરે રહેતા प નું નિધાન છે. કૂ૦ કૂ૦

નોટ. ઉપલી પ્રતિજ્ઞા નીચે પ્રમાણે પણ મૂકી શકાય છેઃ—

(૧) બે સ્થિર બિંદુથી સરખે અંતરે રહેતા બિંદુનુ નિધાન કાઢવું.

(૨) બે સ્થિર બિંદુથી સરખે અંતરે રહેતા બિંદુનું નિધાન તે બે સ્થિર બિંદુઓને જોડનારી સીધી લીટીનો દુભાગનાર લંબ છે.

પ્રશ્નો.

૧. એક આપેલા બિંદુથી ૨·૧" ને અંતરે રહેતા બિંદુનું નિધાન કાઢો.

૨. ઘડીઆળના મીનીટ કાંટાની અણીનું નિધાન શું ? કલાક કાંટાની અણીનું નિધાન શું ?

૩. અવાજ ૧ સેકન્ડમાં ૩૮૦ વાર જાય તો એક સેકન્ડે જે લોકો અવાજ સાંભળે તેનું નિધાન શું ? (યોગ્ય સ્કેલ લેવું.)

૪. એક આંકણીને કાગળ ઉપર રાખી ગેાળ ફેરવીએ તેા તેની ધરીનુ નિધાન શું ? તેના છેડાના મધ્યબિંદુનું નિધાન શું ?

૫. એક રસ્તાની કેારેાથી સરખે અંતરે એક માણસ જાય તેા તેનું નિધાન શું ?

૬. એક બારણાને ઉઘાડીએ તેા તેની ધરીનું નિધાન શું ?

૭. બે રૂપીયાને ટેબલ ઉપર સાથે રાખી એકને સ્થિર કરી બીજાને કેારની અડેાઅડ ફેરવીએ તેા તેના મધ્ય બિંદુનુ નિધાન શું ?

૮. એક વર્તુળાકાર રસ્તાની કેારથી એક વાર છેટે એક ટપાલી દેાડે તેા તેનું નિધાન શું ?

૯. એક પથરેા હાથમાથી જમીન ઉપર પડતેા મૂકયેા હેાય તેા તેના ગુરૂત્વબિંદુનું નિધાન શું ?

૧૦.* એક બિંદુ એવુ છે કે તે બે આપેલી કાટખુણે છેદતી લીટીઓમાંની દરેકથી સરખે અંતરે રહે છે તેા તેનું નિધાન શું ?

૧૧.* એક આંકણીનેા એક છેડેા જમીન પર છે અને બીજો છેડેા દિવાલ પર છે; અને જો છેડા હમેશાં એ પ્રમાણે રાખી આંકણીને ખસેડીએ તેા તેના મધ્યબિંદુનું નિધાન શું ?

૧૨.* પ્રશ્ન ૧૦ મામાં ખસતું બિંદુ એક કરતાં બીજીથી બમણે કે ત્રણ ગેાળ ગણે અંતરે રહે તેા તેનું નિધાન શું ?

૧૩.* એક બિંદુ એવું છે કે બે કાટખુણે છેદતી લીટીઓથી તેનાં અંતરેાનેા સરવાળેા ૫·૦" છે તેા તેનું નિધાન શું ?

૧૪.* પ્રશ્ન ૧૩ મામાં બાદબાકી ૩·૦" રહે તેા તેનું નિધાન શું ?

૧૫.* ત્રણ આપેલાં બિંદુથી સરખે અંતરે છે એવું બિંદુ શેાધી કાઢેા.

૧૬.* એક એવું બિંદુ શેાધી કાઢેા કે તે અ થી ૪·૦" અને બ થી ૪·૫" છેટે હેાય.

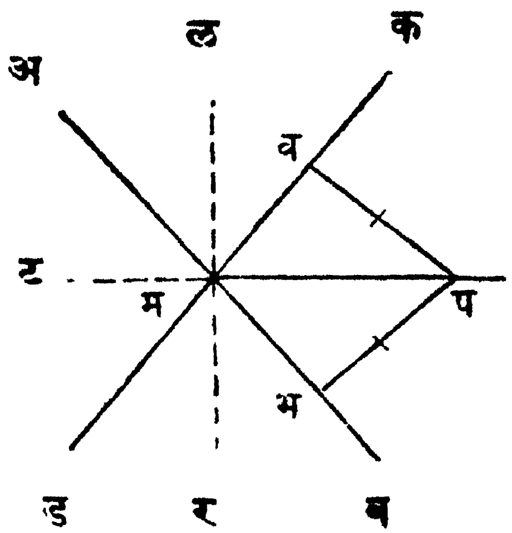
૧૭.* એક આપેલા વર્તુળથી અંતર ૨·૪" રાખે એવા બિંદુનું નિધાન કાઢેા.

१८* अ, ब થી સરખે અંતરે આવેલું એક બિંદુ पक ઉપર છે તો તે બિંદુ શોધી કાઢો.

१९* अ બિંદુ बक લીટીથી ૩.૧" છેટે હમેશાં રહે છે તો તેનું નિધાન કાઢો.

(२) આપેલા ખુણાને દુભાગનાર નિધાન.

બે આપેલી અરસપરસ છેદતી સીધી લીટીથી સરખે અંતરે આવેલા બિંદુનું નિધાન કાઢવું.



अब, कड બે સીધી લીટી म માં છેદે છે અને प, એવું બિંદુ છે કે તેનાં અંતર अब, कड થી હંમેશાં સરખાં છે; તો તેનું નિધાન કાઢવાનું છે.

∵ म, अब, कड બન્ને ઉપર છે તેથી બન્નેથી તેનુ અંતર શૂન્ય છે.

∴ म, प ની એક સ્થિતિ છે.

ધારો કે प બીજી સ્થિતિ છે. ∴ पव લંબ = पभ લંબ છે. पम સાંધો.

હવે ∵ △ पवम અને △ पभम માં

पम કર્ણ છે અને पव = पभ અને ∠व = ∠भ = ९०° છે.

∴ प, ∠कमब ને દુભાગનાર લીટી ઉપર છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૫)

અને એજ પ્રમાણે प, ∠अमक ને દુભાગનાર લીટી ઉપર પણ છે.

∴ प, म આગળના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ ઉપર છે અને प, ગમે ત્યાં આવે તો પણ पव = पम હોવી જોઇએ.

∴ આ ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓની જોડ એ બિંદુનું નિધાન છે. ફ્૦ ફ્૦

નોટ. ઉપલી પ્રતિજ્ઞા નીચે પ્રમાણે પણ આવી શકે છે.—

(૧) એક બીજીને છેદતી બે સીધી લીટીઓથી સરખે અંતરે રહેતા બિંદુનું નિધાન બે આપેલી લીટીની વચ્ચેના ખુણાઓને દુભાગનાર લીટીની જોડ છે.

(૨) એક બીજીને છેદતી બે સીધી લીટીઓથી સરખે અંતરે રહેતા બિંદુનું નિધાન કાઢવું.

નિધાન ઉપર નોટ.

બે આપેલી લીટીઓથી એક બિંદુ ૪·૧" ને છેટે છે તો તે બિંદુ શોધી કાઢો.

(૧) ધારો કે अमब, कमड બે આપેલી લીટી म માં છેદે છે.

अमब થી ૪·૧" ને છેટે આવેલાં બિંદુઓનું નિધાન કાઢો. (ફૃ. સિ. ૧૧)

कमड થી ૪·૧" ને છેટે આવેલાં બિંદુઓનું નિધાન કાઢો. (,,)

આ બે નિધાન એક બીજાને ૪ જુદી જુદી જગ્યાએ છેદે છે માટે આ ચાર બિંદુઓ માગેલા બિંદુની સ્થિતિ છે.

(૨) ધારો કે अब || कड છે.

(અ) अब થી ૪·૧" છેટે આવેલાં બિંદુનું નિધાન કાઢો.

कड થી પણ ૪·૧" છેટે આવેલાં બિંદુનું નિધાન કાઢો.

अब || कड છે ∴ આ નિધાન પણ || છે અને બિંદુ અશક્ય છે.

(બ) પણ **अब** અને **कड** નું અંતર ૮·૨" હોય તો આ બન્ને નિધાનો એક બીજા ઉપર મળી જશે અને માગેલું બિંદુ આ એક મળી જતી લીટી ઉપર છે.

ટીપ. આ પ્રમાણે જ્યારે કોઇ રચના નિધાનરચના સાથે સંબંધ ધરાવતી હોય ત્યારે સઘળી જુદી શરતો લઈ નિધાનો કાઢવાં અને આ બધી શરતોને એકઠી કરી લઈ નિધાનોને અરસપરસ છેદતાં કરવાં. આ છેદનબિંદુ એક નહિ પણ તેથી વધારે શરતો પુરી કરે છે. અને એજ પ્રમાણે માગેલી રચના થઈ શકે છે.

નિધાન છેદનમાં વિદ્યાર્થીને ખાસ લક્ષમાં રાખવાનું છે કે આપેલો પક્ષ શું છે; અને તેના કેટલા જુદા જુદા ભાગ થઇ શકે છે; આ ભાગનાં ક્યાં ક્યાં નિધાન છે; અને આ નિધાનોને એકઠાં કરવાથી શું પરિણામ આવે છે; આ પ્રમાણે કરતાં પ્રશ્નોની રચના સહજ નીકળી આવશે. કોઈ કોઈ વખતે એક કરતાં વધારે રચના પણ આવે છે અને દરેક રચના અવશ્યની છે; તેમજ કોઈ વખતે રચના અશક્ય છે અને તેનું કારણ એવું હશે કે આપેલી શરતો સિવાયની બીજી કોઈ સ્વતંત્ર શરત રહી જતી હશે. બધા પ્રશ્નોમાં ઉપર કહ્યા પ્રમાણે રચના તેમજ સિદ્ધતા આપવી અવશ્યની છે. કારણ કે તે સિવાય પ્રશ્નો પૂર્ણ થયા કહેવાય નહિ.

પ્રશ્નો.

૧. કોઈ પણ ખુણાને દુભાગનારી લીટી ઉપરનું કોઇ પણ બિંદુ શાખા લીટીઓથી સમાન અંતરે છે.

૨. **अ** એક સ્થિર બિંદુ અને **बक** એક સ્થિર લીટી છે. **प**, **बक** ઉપર ખસે છે; **अप** લંબાવતાં તેની ઉપર **पड** = **अप** હોય તો **ड** નું નિધાન એક સમાન્તર લીટી છે.

૩. ૬૭°ને ખુણે બે લીટીઓ દોરી એકથી ૩·૪ સે. મી. અને બીજીથી ૨·૯ સે. મી. દૂર રહે તે બિંદુ શોધી કાઢો.

૪. એક આપેલા બિંદુથી અને એક આપેલી લીટીથી ૪·૦" દૂર રહેતું બિંદુ શોધી કાઢો. આ ક્યારે અશક્ય છે ?

૫. अ, बथी ૪·૪" દૂર છે. એક એવું બિંદુ શોધી કાઢો કે તે अथी ૫·૦" અને बथी ૫·૯" દૂર હોય. કેટલાં બિંદુ નીકળશે ?

૬. એક વર્તુળમાં अ ને ब બિંદુ છે. તો વર્તુળ ઉપર अ, ब થી સરખે અંતરે આવેલાં બિંદુ શોધી કાઢો.

૭. कब, कड થી સરખે અતરે આવેલું બિંદુ पम ઉપર શોધી કાઢો.

૮ अ, ब થી ૬·૦ સે. મી દૂર છે તો क એવું બિંદુ શોધી કાઢો કે તે अ થી ૪·૦ સે. મી. અને ब થી ૫·૦ સે. મી. દૂર હોય.

૯. अब થી ૪·૦ સે. મી. દૂર અને कड થી ૫·૦ સે મી. દૂર આવેલાં બિંદુ શોધી કાઢો.

૧૦. એક આપેલી કર્ણ ઉપર દોરેલા કાટખુણ ત્રિકોણના શિરોબિંદુનું નિધાન શોધી કાઢો.

૧૧. ૪·૦" બાજુવાળા સમબાજુ ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુથી ૩·૫" દૂર હોય એવાં બિંદુઓ પાયા ઉપર શોધી કાઢો તેનુ અરસપરસ અંતર માપો

૧૨. ૧·૭" બાજુવાળા સમબાજુ $\triangle$ ની બાજુથી ·૯" દૂર આવેલું બિંદુ પાયા ઉપર શોધો; પાયાના બે ભાગને માપો.

૧૩. अबक સમદ્વિબાજુ $\triangle$માં $\angle$ब = $\angle$क = ૨ $\angle$अ છે, તો अब બાજુ ઉપર प એવું બિંદુ શોધો કે જે बक (પાયો) અને अक થી સરખે અંતરે હોય. વળી બતાવો કે अप = कप = कब છે

૧૪. કોઇ પણ ત્રિકોણના પાયા ઉપર એવુ બિંદુ શોધો કે જે બન્ને બાજુથી સરખે અંતરે હોય.

૧૫. ૪·૦" વ્યાસ ઉપરના વર્તુળમાં વ્યાસની || એક લીટી દોરો; આ બે લીટીથી સરખે અંતરે આવેલાં બિંદુઓ શોધી કાઢો.

૧૬. એક વર્તુળમાં अब વ્યાસ અને अक એક જ્યા છે. પરિઘ ઉપર अब, अकથી સરખે અંતરે આવેલાં બિંદુ શોધો.

૧૭. પ્રશ્ન ૧૬માં **અબ**, અને લંબાવેલી **કઅ** લીટીથી સરખે અંતરે પરિધ ઉપર આવેલું બિંદુ શોધો.

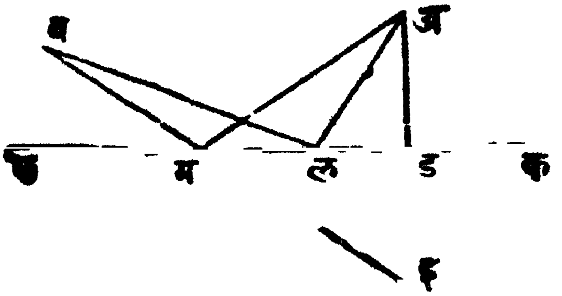
૧૮. **અ** એક સ્થિર બિંદુ છે અને **બક** ઉપર **ડ** એક ખસતુ બિંદુ છે તો **અડ** ના મધ્ય બિંદુનું નિધાન કાઢો.

નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧ લાનો કૃત્ય ભાગ સમાપ્ત.

પરિશિષ્ટ अ. § ૨૪. થોડાક પ્રશ્નોની સિદ્ધતા.

પ્રશ્ન ૧ લો.

अ, ब બિંદુમાંથી **पक** સીધી લીટી સુધી એવી બે સીધી લીટી દોરો કે તેનો સરવાળો સૌથી ન્યૂન પરિમાણનો હોય.



(૧) ધારો કે **अ, ब** આપેલા લીટીની એકજ બાજુએ છે, **अड** ⊥ **पक** દોરો અને **अड** લંબાવી **अड = इड** કરો. **पक** માં કોઇ પણ બિંદુ **ल** લો. **अफ, बइ, बल** સાંધો. અને **बइ, पक** ને **म** માં છેદે છે.

∵ △ मडअ ≡ △ मइड, ∴ मअ = मइ,

∴ बम + मअ = बइ.

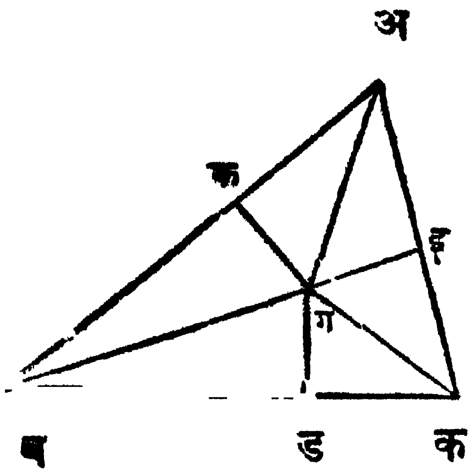
વળી **बलइ** △ માં **बल + लइ > बमइ** એટલે, > **बम + मअ**;

∴ **म** માગેલું બિંદુ છે.

(૨) જ્યારે **अ, ब, पक** ની વિરૂદ્ધ બાજુએ હોય તો સ્પષ્ટ છે કે **अब**, જો **पक** ને **म** માં છેદે તો **म**, માગેલું બિંદુ છે. કૃ૭ કૃ૦

પ્રશ્ન ૨ જો.

ત્રિકેાણના ત્રણે ખુણાને દુભાગનારી લીટીએા એક બિંદુ ગામી છે.



अबक △ ના ∠ब, ∠क ને बग, कग થી દુભાગેા. गअ સાંધેા.

गइ, गड, गफ ⊥ બાજુએા પર દેારેા.

∵ गब, ∠ ब ને દુભાગે છે.

∴ गड = गफ.

અને ∵ गक, ∠क ને દુભાગે છે.

∴ गड = गइ ∴ गइ = गफ = गड.

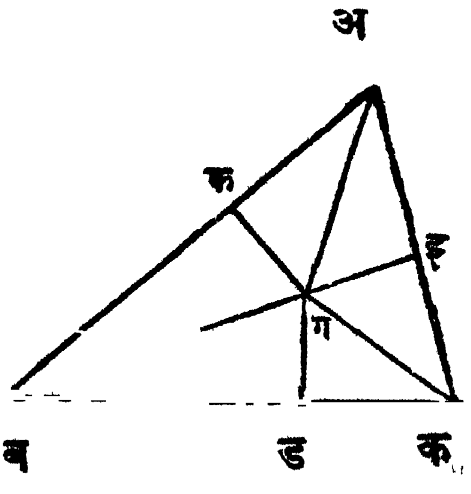
વળી ∵ अफग △ અને अइग △ માં अग સામાન્ય છે;

અને गफ = गइ; અને ∠फ = ∠इ = ૧ ⌊;

∴ गअ, ∠अने દુભાગે છે. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્ન ૩ જો.

ત્રિકેાણની ત્રણે બાજુનાં મધ્ય બિંદુમાંથી દેારેલી લંબ એક બિંદુગામી છે.

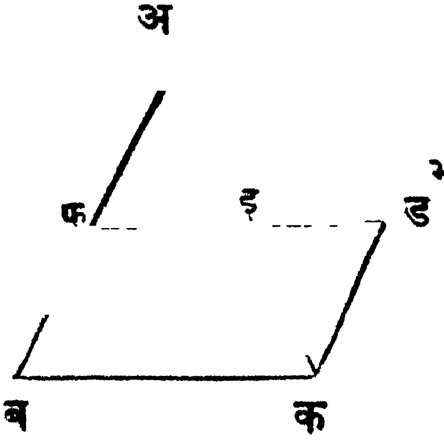


અ, બ, ક નાં ड, इ, फ, મધ્ય બિંદુ છે. इग ⊥ अक અને फग ⊥ अब દેારેા, આ લંબ गમાં મળવીજ જોઇએ, કારણ કે જો ન મળે તેા તેએા ∥ છે અને ∴ अब ∥ अक (?) પણ એ અશક્ય છે.

∴ इग, फग, गमां છેદે છે. गड અને गअ, गब, गक સાંધો.
∵ गफ, अब નો દુભાગનાર ⊥ છે. ∴ गअ = गब.
અને તેજ પ્રમાણે गअ = गक. ∴ गअ = गब = गक
અને ∵ △गबड ≡ △गकड
∴ गड ⊥ बक છે. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્ન ૪ થો.

એક ત્રિકોણુની બે બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી સીધી લીટી ત્રીજી બાજુને સમાન્તર અને તેથી અર્ધી છે.



अबक △ ની अब, अक નાં फ, इ, મધ્ય બિંદુ છે.

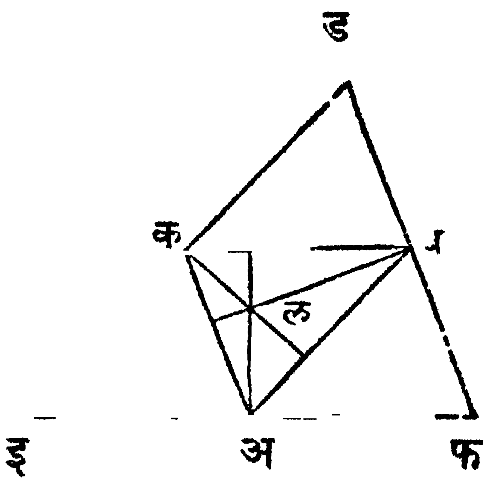
फइ લંબાવી इफ = इड કરો.

डक સાંધો.

∵ △ अफइ ≡ △ कडइ,
∴ ∠अ = ∠इकड ∴ अब ∥ कड છે.
અને अफ = फब = कड ∴ कड ∥ = बफ ∴ बड સ૦ ચ૦ છે.
પણ डफ = २ इफ ∴ बक = २ इफ અને कब ∥ फइ. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્ન ૫ મો.

ત્રિકોણુની ત્રણે બાજુઓ પર સામેનાં શિરોબિંદુઓમાંથી દોરેલી લંબ એકબિંદુગામી છે.



अबक △ નાં अ,ब,कમાંથી इअफ, डबफ અને डकइ △ની બાજુએ ∥ દોરેા

∵ अक ∥ फब અને बक ∥ फअ,

∴ अफबक સ૦ ચ૦ છે.

∴ अक = फब; તેજ પ્રમાણે

अक = बड, बक = फअ = अइ અને बअ = कइ = कड.

∴ डइफ △ ની બાજુનાં अ, ब, क, મધ્ય બિંદુમાંથી દોરેલી લંબેા લમાં એકબિંદુગામી છે.

પણ अबक △ની બાજુએા डइफ △ની બાજુઓને છે.

∴ अल, बल, कल લંબ अबक △ની બાજુ ઉપર પણ લંબ છે. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નેા.

૧. पक, रव એ સીધી લીટી અને अ, ब એ બિંદુ તેઓની વચ્ચે આપેલાં છે તેા पक પર ड અને रव પર इ બિંદુ એવાં શેાધેા કે अड + डइ + इब સૌથી ન્યૂન હેાય.

૨. બે આપેલાં બિંદુથી એક આપેલી સીધી લીટી સુધી એવી બે લીટી દોરેા કે તેઓ આપેલી લીટી સાથે સરખા ખુણા કરે.

૩.* ત્રણ આપેલી સીધી લીટીને છેદે એવેા अ, बની વચ્ચે ટુંકામા ટુંકેા રસ્તેા શેાધી કાઢેા.

૪.* એક સીધી લીટીની વિરૂદ્ધ બાજુ પર આપેલાં બે બિંદુથી તે લીટીના કેાઇ બિંદુ સુધી એવી લીટેા દોરેા કે તેઓનેા તફાવત મહત્તમ હેાય.

૫ ૬ બે આપેલી લીટીથી સરખે અંતરે અને બે આપેલાં બિંદુથી પણ સરખે અંતરે હોય એવું બિંદુ શોધી કાઢો.

૬. ત્રણ લીટીથી સરખે અંતરે હોય એવું બિંદુ શોધી કાઢો.

૭ એક $\triangle$ની બહારના બે ખુણા, અને સામેના શિરોબિંદુ આગળના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ એકબિંદુગામી છે

૮. જો ત્રણ લીટીઓ, અરસપરસ બબ્બે છેદે તો ત્રણેથી સરખે અંતરે રહેનાં ચાર બિંદુઓ છે.

૯ બે ત્રિકોણમાં એકની બે બાજુ બીજાની બે બાજુની બરાબર છે અને અંતર્ખુણા અસમાન છે તો મોટા અંતર્ખુણાની સામેની બાજુ નાના અંતર્ખુણાની સામેની બાજુ કરતાં મોટી છે.

૧૦. પ્રશ્ન ૯ નો પ્રતીપ સિદ્ધાંત સિદ્ધ કરો

૧૧. अड, अबक $\triangle$ની મધ્યગા છે. જો अक > अब, તો $\angle$अडक > ૧ $\lfloor$.

૧૨. अबक $\triangle$ માં बक પાયો છે અને अड મધ્યગા છે; તો જે પ્રમાણે $\angle$अ, કાટખુણો, પહોળો ખુણો અથવા સાંકડો ખુણો હોય તે પ્રમાણે अड = < અથવા > $\frac{1}{2}$ बक છે.

૧૩. પ્રશ્ન ૧૨ નો પ્રતીપ સિદ્ધાંત સિદ્ધ કરો

૧૪. જે ખુણામાંથી મધ્યગા દોરી છે, તે ખુણો કરતી બાજુના અર્ધાથી તે મધ્યગા ઓછી છે

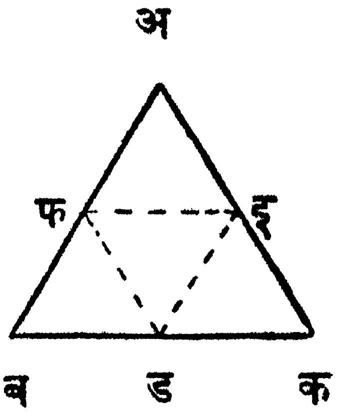
૧૫. ત્રણ આપેલાં બિંદુથી સરખે અંતરે હોય એવું બિંદુ શોધો

૧૬. એક ત્રિકોણની આસપાસ એક વર્તુળ દોરો

૧૭. કોઇ પણ ચતુષ્કોણની બાજુના મધ્ય બિંદુ જોડવાથી થતો ચતુષ્કોણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ છે.

૧૮. કોઇ પણ ચતુષ્કોણમાં બે સામેની બાજુનાં મધ્યબિંદુને કર્ણોના મધ્યબિંદુ જોડે સાંધવાથી થતો ચતુષ્કોણ સ૦ ચ૦ છે.

૧૯. अबक $\triangle$માં $\angle$क = ૧ $\lfloor$; बक નું ड મધ્યબિંદુ છે અને अब માંથી बइ = $\frac{1}{4}$ अब કાપી છે તો डइ = बइ બનાવો.



૨૦ એક ત્રિકોણુની એક બાજુના મધ્ય બિંદુમાંથી પાયાને સમાન્તર દોરેલી લીટી બીજી બાજુને દુભાગે છે.

૨૧. એક ત્રિકોણુની બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટીઓથી △ ના ચાર સર્વ સમાન ભાગ થાય છે.

૨૨. કોઇ પણ સ૦ચ૦ નાં શિરોબિંદુમાંથી બહારની એક લીટી પર સમાન્તર લીટી દોરી હોય તો સામસામેનાં શિરોબિંદુઓમાંથી દોરેલી ‖ ની એક જોડ મળી બીજી જોડની બરાબર છે.

૨૩ સ૦ ચ૦ ની સામ સામેની બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી કર્ણોના છેદન બિંદુમાંથી જાય છે.

૨૪. अबकड સ૦ ચ૦ ની अब, कडબાજુનાં इ, फ મધ્ય બિંદુ છે તો डइ અને बफ, अकના ત્રણ સરખા ભાગ કરે છે.

૨૫. કોઇ બે લીટી अब, कडનાં इ, फ મધ્ય બિંદુ છે અને अक, इफ, बड સાંધી છે. જો अक ‖ इफ હોય તો बड ‖ इफ.

૨૬. ચતુષ્કોણુની બાજુનાં મધ્યબિંદુ જોડવાથી થતો સ૦ ચ૦ આપેલા ચતુષ્કોણુથી અર્ધો છે.

૨૭ अबक △માં बगइ, कगफ મધ્યગા દોરો. गब, गफ ને र, ल માં દુભાગો, इफ, फर, रल, लइ સાંધી સિદ્ધ કરો કે ત્રણ મધ્યગાઓ એક બિંદુગામી છે અને દરેક તેજ બિંદુમાં ત્રીજે ભાગે છેદાય છે.

૨૮. એક △નાં શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુની ‖ લીટીઓ દોરી હોય તો એ પ્રમાણે થતા △ની બાજુ આપેલા △ની બાજુથી બમણી છે.

૨૯ अबकड સ. ચ. મા म, अडનું મધ્ય બિંદુ અને इ, बकનું મધ્યબિંદુ છે તો बम અને डइ, अकના ત્રણ સરખા ભાગ કરે છે.

૩૦. अबकड ચતુષ્કોણુમાં प, अबનું અને र, कडનું મધ્ય બિંદુ છે. અને पर, डबને દુભાગે છે તો अड ‖ बक છે.

૩૧. અબ લીટીના છેડામાંથી અને તેના મધ્ય બિંદુમાંથી તેને છેદતી અથવા તેની બહારની બીજી કોઈ પણ સીધી લીટી સુધી દોરેલી સમાન્તરોમાં પહેલી અને ત્રીજીનો તફાવત અથવા સરવાળો બીજીનાથી બમણો છે.

પરિશિષ્ટ ચ. § ૨૫. પૃથક્કરણ.

ગણિતશાસ્ત્રના અન્ય વિષય કરતાં ભૂમિતિમાં પ્રશ્ન છોડવાનું કામ વધારે ભારી લાગે છે તેનાં થોડાંક કારણો નીચે પ્રમાણે છેઃ—

(૧) ભૂમિતિમાં આપેલા મુખ્ય સિદ્ધાંતો—પ્રમેયો અને કૃત્યો—બરાબર સમજવા જોઇએ એટલુંજ નહિ પણ તે ઉપરના પ્રશ્નો છોડવાનો પ્રયત્ન કરવામાં આવે તે પહેલાં તેને મગજમાં બરાબર ઠસાવવા જોઇએ.

(૨) પ્રશ્નો અનેક પ્રકારના હોય છે તેથી અંકગણિત કે બીજા ગણિતની માફક ભૂમિતિમાં પ્રશ્ન છોડવાને માટે ચોક્કસ નિયમો સ્થાપી શકાય નહિ.

(૩) મુખ્ય સિદ્ધાંતોમાં કયાં કારણથી અમુક રીતનીજ સિદ્ધતા લેવામાં આવે છે તે કારણો એકદમ સમજાય એવાં નથી.

ભૂમિતિના સિદ્ધાંતો એકીકરણ પદ્ધતિથી સિદ્ધ કરવામાં આવ્યા છે; એટલે પહેલાં પ્રતિજ્ઞાથી લઇ રચના કરી પાછળ આપેલા સિદ્ધાંતોનો આધાર લઇ એક પછી એક પદ મુકી માગેલો સાધ્ય સાબિત કરવામાં આવ્યો છે.

આ પ્રમાણે **ભૂમિતિ એકીકરણમાં** જાણેલાં પરિણામો ઉપરથી નવાં પરિણામો સિદ્ધ કરવામાં આવે છે. પણ એ રીતે કાંઈ રચના ભાગ કે સિદ્ધતા ભાગ શોધી કાઢી શકાતો નથી. આ ભાગ શોધવાને માટે ઘણે ભાગે નીચેની સૂચનાઓ કામ લાગશેઃ—

(૧) પ્રશ્નનો મુખ્ય પક્ષ આવી જાય એ પ્રમાણે બરાબર આકૃતિ કાઢવી. સરખી લીટીઓ, સરખા ખુણાઓ—પ્રતિજ્ઞાની એવી શરતો આકૃતિમાં બતાવવી. જે પરિણામ લાવવાનું હોય તે સાથે બાજુ પર લખી દેવું.

(૨) બે લીટીઓ કે ખુણાઓ સરખા ફક્ત દેખાતા હોય તેટલા ઉપરથી સરખા ધારી લેવા નહિ. સરખાં નહિ આપ્યાં હોય તો ખુણા અને લીટી કદી પણ સરખાં દોરવાં નહિ. ત્રિકોણ ફક્ત આપ્યો હોય તો સમદ્વિબાજુ કે સમબાજુ ત્રિકોણ દોરવો નહિ; ચતુષ્કોણ ફક્ત આપ્યો હોય તો ત્યાં સમચોરસ કે લંબચોરસ લેવો નહિ ચતુષ્કોણમાં બધી બાજુ અને બધા ખુણા અસમાન દોરવા. જો વર્તુળો દોરવાના હોય તો આપ્યા સિવાય તેઓની ત્રિજ્યા સરખી લેવી નહિ, વગેરે...

(૩) પ્રતિજ્ઞાથી અને સાધ્યથી જે **સિદ્ધાંતો સૂચવાતા** હોય તે લક્ષમાં રાખવું; જેમકે, બે લીટીઓ સમાન્તર સિદ્ધ કરવાની હોય તો તે ૪ થો, ૫ મો, ૬ ઠ્ઠો કે ૭ મો સિદ્ધાંત સૂચવે છે, વગેરે...

(૪) આપેલા પક્ષ પરથી જે સત્યતા સિદ્ધ થઇ શકતી હોય તે શોધી કાઢવી; અને તેને લગતી સત્યતા પણ લક્ષમાં રાખવી, કે કદાચ તેમાંથી માગેલું પરિણામ નીકળી શકે; એટલે કે પ્રતિજ્ઞા ઉપરથી થોડાં પદ **આગળ** ચલાવવાં અને સાધ્ય પરથી થોડાં પદ **પાછળ** ચલાવવાં.

(૫) જો એમ છતાં પણ સાબિતી પુરેપુરી ન મળે તો કોઇ પણ ઉપલકીઆ રીત કામ લાગતી નથી અને વિદ્યાર્થીએ પોતાની શક્તિ વધારે વાપરવી.

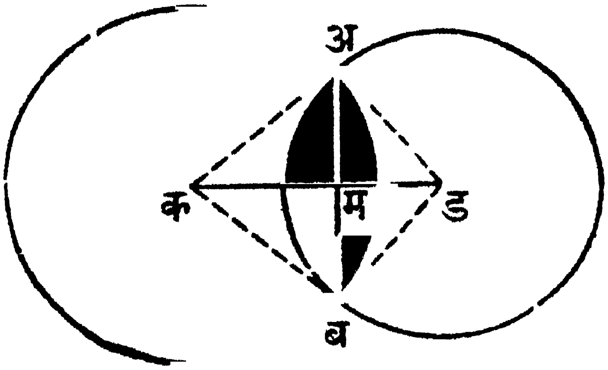
(૬) પ્રતિજ્ઞા ઉપરથી નીકળતી **સઘળી સત્યતા**ઓનો ઉપયોગ કર્યા વિના ઘણું ખરું પ્રશ્ન છોડી શકાય નહિ.

સામાન્ય રીતે પ્રશ્ન છોડવાની શક્તિ પોપટીઆ જ્ઞાનથી આવતી નથી; પણ એ કામમાં હોશિઆરી મેળવવાને વિદ્યાર્થીએ અતિશય મ્હાવરો પાડવો જોઇએ અને ઘણીજ કુનેહનો ઉપયોગ કરવો જોઇએ. આ પ્રમાણે આપેલા પક્ષ અને માગેલા સાધ્યનું કારણ સહિત **પૃથક્કરણ** કરી તે પક્ષને એવી રીતે પદબંધ ગોઠવવો કે માગેલો સાધ્ય લાવવાને એક પછી એક પદ મુકી **એકીકરણ** લક્ષમાં આવી જાય.

નીચેના પ્રશ્નો પૃથક્કરણથી કરી બતાવ્યા છે.

પ્રશ્ન. अ.

જો બે વર્તુળો એક બીજાને છેદે તો તેઓની મધ્યબિંદુ લીટી તેઓની સામાન્ય જ્યાને કાટખુણે દુભાગે છે.



क, ड મધ્યબિંદુના બે વર્તુળો अ, बમાં છેદે છે, ત્યારે कड, अब ને કાટખુણે દુભાગશે.

પૃથક્કરણ. આકૃતિમાં બે વર્તુળો છે, ∴ **कअ = कब** અને डअ = डब. વળી **अम = मब** અને ∠अमक = ∠बमक થવા જોઇએ. તે પરથી માલમ પડે છે કે જો બે પાસે પાસેના ખુણા સરખા થાય તો अमक △ ≡ △ बमक. વળી △ अमक ≡ △ बमक થવાને માટે △ ઓમાં अक = कब અને कम સામાન્ય છે; તેથી ∠अकम = ∠बकम થવો જોઇએ;

પણ ∠अकम = ∠बकम થવાને માટે △अकड ≡ △बकड જોઇએ: અને આ △ ઓમાં એકના ત્રણ અંગ = બીજાનાં ત્રણ અંગ છે, તેથી નીચે પ્રમાણે સિદ્ધતા આવી શકે છે.

એકીકરણ. રચના. कअ, कब, डअ, डब સાંધો.

સિદ્ધતા. अकड △ અને बकड △ માં अक = बक, अड = बड અને कड સામાન્ય છે; ∴ △ઓ સર્વ સમાન છે; (પ્ર૦ સિ૦ ૧૪)

∴ ∠अकम = ∠ बकम.

વળી अकम △ અને बकम △ માં अक = बक, कम સામાન્ય છે અને ∠अकम = ∠बकम ∴ △ ઓ સર્વ સમાન છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

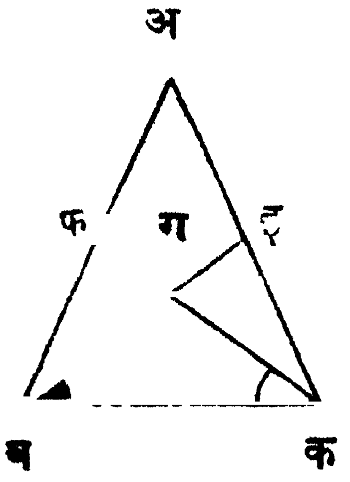
∴ मअ = मब અને ∠अमक = ∠बमक = ૧ ।. પ્ર૦ સિ૦

નોટ ૧. એકીકરણમાં પૃથક્કરણમાંનાં પદોનો ક્રમ ઉલટો હોય છે.

નોટ ૨. પ્રશ્નની સિદ્ધતા લખવામાં પૃથક્કરણનો ભાગ ન આપતાં રચના અને સિદ્ધતાનાજ ભાગોની જરૂર છે.

પ્રશ્ન. ब.

જો કોઈ ત્રિકોણમાં બે મધ્યગાઓ બરાબર હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.



अबक $\triangle$ માં बइ મધ્યગા = कफ મધ્યગા છે ત્યારે $\triangle$ अबक સમદ્વિબાજુ થશે.

પૃથક્કરણ. ધારો કે अबक $\triangle$ સમદ્વિબાજુ છે,

$\therefore$ अब = अक. $\therefore$ बफ = कइ.

અને $\angle$फबक = $\angle$इकब

$\therefore$ $\triangle$ फबक $\equiv$ $\triangle$ इकब

$\therefore$ $\angle$गबक = $\angle$गकब

અને $\therefore$ गक = गब

અને વળી गब = $\frac{2}{3}$ बइ અને गक = $\frac{2}{3}$ कफ, $\therefore$ इब = कफ.

એકીકરણ. મધ્યગાઓને ग માં મળવા દો.

$\because$ बइ = कफ અને गक = $\frac{2}{3}$ कफ ને गब = $\frac{2}{3}$ बइ

$\therefore$ गक = गब છે.

$\therefore$ વળી गबक સમદ્વિબાજુ $\triangle$માં

$\angle$गबक = $\angle$गकब (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)

इबक $\triangle$ અને फकब $\triangle$ માં વળી $\because$

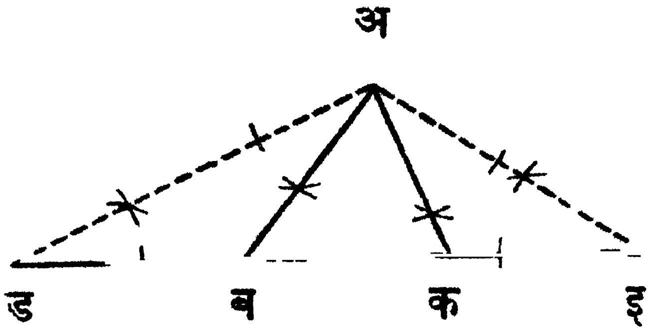
बइ = कफ અને बक સામાન્ય છે.

અને $\angle$इबक = $\angle$फकब $\therefore$ $\triangle$ઓ સર્વ સમાન છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

$\therefore$ बफ = कइ $\therefore$ अब = अक. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્ન क.

પરિમિતિ, ∠ब અને ∠क આપ્યાં હોય તો अबक △ બનાવો.



પૃથક્કરણ. ધારો કે अबक માગેલો △ છે.

અ + બ + ક, ∠ब, ∠क આપેલાં છે.

बक ને બંને બાજુ લંબાવી बअ = बड અને अक = कइ કરો
જો अड, अइ સાંધીએ તો अबड △, अकइ △ સમદ્વિબાજુ છે.

∴ ∠ड = ∠बअड અને ∠इ = ∠कअइ

અને ∠अबक = ∠डअब + ∠ड = ૨ ∠ड.

અને ∠अकब = ∠इअक + ∠इ = ૨ ∠इ

∴ ∠ड = ½ ∠ब અને ∠इ = ½ ∠क

અને डब + बक + कइ = અ + બ + ક.

એકીકરણઃ આપેલી પરિમિતિ = डइ લો.

ड આગળ ½ ∠ब = ∠ड કરો.

અને इ આગળ ½ ∠क = ∠इ કરો.

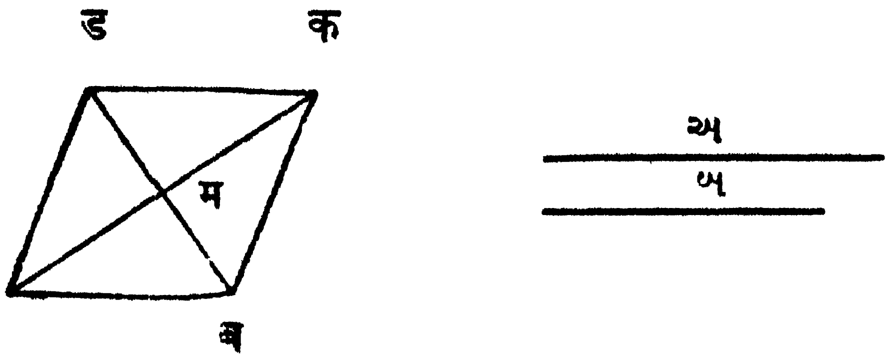
જો डक, इअ, अમાં મળે તો अ આગળ
∠ड = ∠बअड અને ∠इ = ∠कअइ કરો.

ત્યારે △ अबक માગેલો △ છે.

સિદ્ધતાઃ વિદ્યાર્થીએ પુરી કરવી. ફૂ૦ ફૂ૦

પ્રશ્ન ड.

કર્ણોની લંબાઇ આપી હોય તો રોમ્બસ બનાવો.



પૃથક્કરણ: રોમ્બસના કર્ણો એક બીજાને કાટખુણે છેદે છે; આ સત્યતા ધ્યાનમાં રાખી કૃત્ય તરત થશે.

એકીકરણ. બે સીધી લીટીઓ અરસપરસ ⊥ દોરી **मअ** = $\frac{1}{2}$ અ અને **मब** = $\frac{1}{2}$ બ કરો. **अम, बम** લંબાવી **मअ** = **मक** અને **मब** = **मड** કરો; **अबकड** સાંધો ત્યારે **अबकड** માગેલો રોમ્બસ છે.

સિદ્ધતા. **अक** અને **बड** એક બીજીને કાટખુણે દુભાગે છે;

∴ **अब** = **बक** = **कड** = **डअ**. કૃ૦ કૃ૦

§ ૨૬. પહેલા ભાગના પરચુરણ પ્રશ્નો.

૧. **अब, अक** ૮૦°નો ખુણો કરે છે. **अब**=૨.૩" અને **अक**=૨.૩" છે. ∠**अ**ની દુભાગનારી લીટી **बक**ને **ड**માં મળે છે તો ∠**ब**, ∠**क** માપો અને ∠**अडब** ના એક કાટખુણપૂર્ણી અને દ્વિકાટખુણપૂર્ણી ખુણા કહો.

૨. એક સમબાજુ △ ની બાજુ ઉપર બહારથી સમબાજુ ત્રિકોણો બનાવ્યા હોય તો આ પ્રમાણે થતી આકૃતિ પણ સમબાજુ આકૃતિ છે.

૩. એકજ પાયા ઉપર બે સમદ્વિબાજુ △ ઓ છે તો તેનાં શિરોબિંદુને સાંધનારી લીટી પાયાને દુભાગનાર લંબ છે.

૪. એકજ બાજુ ઉપર **अबक, डबक** △ ઓમાં **अब** = **डक** અને **अक** = **डब** તો **अड** ‖ **बक** છે.

૫. પ્રશ્ન ૩જામાં પાયા ઉપર ત્રીજો સમદ્વિબાજુ △ દોર્યો હોય તો પાયાને દુભાગનાર લંબ આ ત્રિકોણના સામેના ખુણાને દુભાગે છે.

૬. અ = ૩.૭", ∠**ब** = ૬૧° અને ક = ૪.૧" છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૭. **अबकड** સ૦ ચ૦ માં **अक** કર્ણ ઉપર **प**, **म** એવાં બિંદુ છે કે **अप** = **कम** તો **बपडम** સ૦ ચ૦ છે.

૮. વિષમબાજુ ટ્રાપિજયમમાં વિષમ બાજુઓનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી બીજી બાજુ સમાન્તર છે.

૯ **अबक** △ની **अब**, **बक**, **कअ**ને **ड**,**इ**,**फ**માં દુભાગો; **ड**,**इ**,**फ** માંથી **अब**, **बक**, **अक** ઉપર લંબ દોરો; આ લંબ એકબિંદુગામી છે એમ બતાવો.

૧૦. એકજ પાયા ઉપર અને એકજ બાજુએ **अबकड**, **अबपम** એ સ૦ ચ૦ ઓ છે તો **कडमप** સ૦ ચ૦ છે.

૧૧. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં બાજુઓનાં મધ્ય બિંદુને સાંધનારી લીટી સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ કરે છે.

૧૨. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુનાં મધ્ય બિંદુને જોડનારી લીટી અરસપરસ દુભાગે છે.

૧૩ સમદ્વિબાજુ △ ના શિરોબિંદુથી પાયાના મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી પાયાને લંબ છે અને પાયાની સામેના ખુણાને દુભાગે છે.

૧૪. એકજ પાયા ઉપર બે સમદ્વિબાજુ ∠ ઓ **अबक**, **डबक** છે તો ∠**अबड** = ∠**अकड**.

૧૫. કોઈ પણ સમદ્વિભાજુ △ ના પાયા ઉપર પાયાના છેડાથી સરખે અંતરે આવેલાં બે બિંદુઓ શિરોબિંદુથી પણ સરખે અંતરે છે.

૧૬. સમબાજુ ત્રિકોણની બાજુનાં મધ્ય બિંદુ જોડવાથી થતો ત્રિકોણ પણ સમબાજુ છે.

૧૭ બે ત્રિકોણમાં ∠**ब** = ∠**ब**' = ૩૭° છે, ક = ક' = ૫.૯ સે. મી. અને બ = બ'=૬.૭ સે. મી. છે તો ત્રિકોણો બનાવો. અનિશ્ચિત રચના છે ? કારણ આપો.

૧૮. ૩·૫" ત્રિજ્યાના વર્તુળના મધ્યબિંદુ આગળ ૧૧૨°નો ખુણો કરતા કૌંસને દુભાગો.

૧૯. **अबक** સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણની સરખી બાજુ **बअ**, **कअ** ને **इ**, **फ** સુધી લંબાવી છે, જો **अइ = अफ** હોય તો **फब = इक**.

૨૦. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના શિરોબિંદુમાંથી પાયાને સમાન્તર દોરેલી લીટી બહારના ખુણાને દુભાગે છે.

૨૧. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના પાયાની બહારના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ બીજો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કરે છે.

૨૨. ૩·૧"ની બાજુ ઉપરના ૭ સમબાજુ ત્રિકોણો સાથે મૂકી એક સમષટ્કોણ કરી બતાવો કે તેનો દરેક ખુણો ૧⅓ કાટખુણા બરાબર છે.

૨૩. ત્રિકોણમાં **कब** પાયો અને પાયા ઉપરનો લંબ આપ્યા છે તો એ અંગોવાળા કેટલા ત્રિકોણ બનાવી શકશો ?

૨૪. એક સીડી એક ઘરના પાયાથી ૨૩ ફુટ દૂર છે. અને તેનો ઉપલો છેડો બારીના ઉપલા ભાગને દિવાલ પર અડે છે. સીડીના પાયાને દિવાલથી ૨૭ ફુટ દૂર ખસેડતાં ઉપલો છેડો બારીના નીચેના ભાગને અડે છે. જો સીડી ૪૧ ફુટ લાંબી હોય તો બારીની ઉંચાઇ કેટલી ?

૨૫. **अबकड** સ૦ ચ૦ ની **अक** બાજુને લંબાવતાં **कइ = कअ**; **कम ‖ इफ**, **डक** ને લંબાવતાં **फ** માં મળે છે તો **अबफक** સ૦ ચ૦ છે.

૨૬ એક હોડી પશ્ચિમમાં ૨૫૦ વાર જાય છે, અને પછી ૩૦° ઉત્તરમાં વળી જઈ ૩૬૦ વાર જાય છે અને પછી ઉત્તરમાં ૧૨૦ વાર જાય તો પહેલી જગ્યાએથી તે કેટલે અંતરે ગઈ? બન્ને સ્થાનોનું કોણ અંતર કાઢો.

૨૭. જ્યારે સૂર્ય ૪૨° ક્ષિતિજની ઉપર છે ત્યારે જમીનમાં દાટેલી એક ઉભી કાઠી ૩૦ ફુટ લાંબો પડછાયો નાખે છે તો કાઠીની ઉંચાઇ શું?

૨૮. એક મોજણીદાર **अ** થી પૂર્વમાં ૧૫૦ વાર જાય છે; પછી ત્યાંથી (**ब**થી) **क** સુધી ઉત્તરમાં ૩૦૦ વાર જાય છે અને પછી **ड** સુધી પશ્ચિમમાં ૪૫૦ વાર જાય તો **अड** કેટલું ? **अ**થી **ड** નું કોણ અંતર શું ?

૨૯. **अबकड** સ૦ ચ૦ની બાજુ પર અનુક્રમે इ, फ, ग, य ચાર બિંદુઓ છે, જો अय, = कफ અને अइ = कग તો इफगय સ૦ ચ૦ છે.

૩૦. **अबक** સમદ્વિબાજુ △ના પાયા ઉપરના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ સામેની બાજુને इ, फમાં મળે તો इफ ‖ बक છે.

૩૧. **अबकड** ચતુષ્કોણમાં अब = कड અને ∠ब = ∠क છે તો अड ‖ बक છે.

૩૨. સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજ્યમના કર્ણો સરખા છે.

૩૩. સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજયમમાં સમાન્તરબાજુ આગળના ∠બરાબર છે.

૩૪. સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજયમની સરખી બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી સમાન્તર બાજુના સરવાળાથી અર્ધી છે.

૩૫. **अबकड** ચ.માં ∠अ = ∠ब અને ∠क = ∠ड, તો अड = बक છે.

૩૬. કોઈ પણ લંબચોરસની બાજુનાં મધ્ય બિંદુને જોડવાથી થતો ચતુષ્કોણ રૉમ્બસ છે.

૩૭. સ્થાનોપરિ સ્થિતિથી બતાવો કે જો એ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં એ પાસેપાસેની બાજુ અને અંતર્ખુણો બરાબર હોય તો સ૦ ચ૦ સર્વ અંગમાં બરાબર છે.

૩૮. **अबकड, इफगय** એ ચતુષ્કોણમાં अब, बक, कड, डअ; इफ, फग, गय, यइ ની અનુક્રમે બરાબર હોય અને ∠अ = ∠इ, તો ચતુષ્કોણો સર્વ અંગમાં બરાબર હોઇ શકે છે.

૩૯. કોઇ પણ સ૦ ચ૦ના કર્ણના મધ્યબિંદુમાંથી બાજુ સુધી દોરેલી લીટીના તે બિંદુ આંગળ એ સરખા ભાગ થાય છે.

૪૦. **अबक** △માં बइ ને फक મધ્યગા गમાં છેદે છે. गब, गक ને અનુક્રમે य, डમાં દુભાગી છે તો यडफइ સ૦ ચ૦ છે.

૪૧. **अबकड** સ૦ ચ૦માં अकને इ સુધી લંબાવતાં कइ = अक થાય છે. इ અને बમાંથી इफ, बफ અનુક્રમે कब, कअને ‖ છે તો अबकफ સ૦ ચ૦ છે.

૪૨. એક સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં બે સામસામેનાં શિરોબિંદુમાંથી બીજા કર્ણ ઉપર લંબ દોરી છે તો આ લંબ સરખી છે.

૪૩. अबक, डइफ $\triangle$ઓમાં अब = ∥ डइ અને बक = ∥ इफ છે તો अक = ∥ डफ છે.

૪૪. अबकड ચતુષ્કોણમાં अब ∥ डक અને अड = बक તો બતાવો કે ∠अ + ∠क = ૧૮૦° છે; અને अक = बड છે.

૪૫. अप, बक બે સળીઆ સમાન્તર છે. अप, प ની આસપાસ અને बक, बની આસપાસ સરખા વેગથી એકજ દિશામા ફરે છે તો તેઓ હંમેશાંજ સમાન્તર છે અને अक અમુક સ્થિર બિંદુમાંથી જાય છે.

૪૬ જો કોઇ સીધી લીટી આકૃતિમાં માહેના ખુણા બહારના ખુણાની (સરવાળાની) બરાબર હોય તો તેની કેટલી બાજુ છે ? કારણ આપો.

૪૭. માંહેનો ∠अ = $\frac{3}{5}$ બહારના ∠अ; અને ૪ ∠ब = ૫ ∠क છે તો ત્રિકોણના ખુણા કાઢો.

૪૮. દરેક સમબહુકોણમાં કોઇ પણ અંતર્ગામી ખુણો નથી; અનુક્રમે બધી બાજુ લંબાવવાથી એક વખતે ૧૫°, બીજી વખતે ૩૦°, ત્રીજી વખતે ૪૦°, અને ચોથી વખતે ૧૨°નો દરેક ખુણો થાય છે તો તે ગા. બહુકોણની કેટલી કેટલી બાજુ હશે ?

૪૯. કોઇ પણ ત્રિકોણના શિરોબિંદુથી પાયા સુધી દોરેલી લીટીના, બીજી બાજુનાં મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી, બે સરખા ભાગ કરે છે

૫૦. કોઇ પણ સ૦ ચ૦ નાં બે સામસામેનાં શિરોબિંદુમાંથી બહારની કોઇ પણ લીટી ઉપર દોરેલી લંબનો સરવાળો બાકીનાં શિરોબિંદુમાંથી તેજ લીટી ઉપર દોરેલી લંબના સરવાળા બરાબર છે.

૫૧. કોઇ પણ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના પાયા ઉપરના કોઈ પણ બિંદુમાંથી જો સરખી બાજુ ઉપર લંબ દોરીએ તો આ લંબનો સરવાળો પાયાના છેડામાંથી સામેની બાજુ ઉપરના લંબની બરાબર છે.

૫૨. કોઈ પણ સમબાજુ ત્રિકોણમાં અંદરના કોઈ પણ બિંદુમાંથી

બધી બાજુ ઉપર દોરેલી લંબનો સરવાળો ત્રિકોણની ઉંચાઈની બરાબર છે

૫૩. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણની માંહેના કોઇ પણ બિંદુમાંથી ત્રણે બાજુ ઉપર દોરેલા લંબનો સરવાળો પાયાના શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલા કોઈ પણ લંબ બરાબર છે.

૫૪ સરખી અને સમાન્તર લીટીઓ કોઇ પણ એકજ લીટી ઉપર બે સરખા કાટખુણ પ્રલંબન કરે છે.

૫૫. એક કાટખુણ ત્રિકોણનો એક ખુણો જો ૩૦° નો હોય તો સૌથી મોટી બાજુ સૌથી નાનીથી બમણી છે.

૫૬. કાટખુણો અને કર્ણ આપ્યા હોય તો કર્ણના મધ્યબિંદુનું નિધાન કાઢો

૫૭. **अबकड** ચોરસમાં **अ**થી, **बक** અને **कड** નાં મધ્યબિંદુ સુધી લીટી દોરી છે અને **क**થી, **अड**, **अब** ના મધ્યબિંદુ સુધી લીટી દોરી છે તો આ લીટીની વચ્ચેની આકૃતિ રોમ્બસ છે.

૫૮ સમબાજુ △**अबक**માં **अब**માં એક **ड** બિંદુ લો; △ની સામેની બાજુ ઉપર **अड** ઉપર એક સમબાજુ △ **अडइ** દોરો તો **बइ** = **कड**.

૫૯. **अबक** △ના ∠**अ**ને દુભાગનાર લીટી ઉપર જો **प** બિંદુ લીધુ હોય (∠**अ**ની બહાર) તો **अब** + **अक** < ને **पब** + **पक**.

૬૦. **अबक** સમદ્વિબાજુ △માં **अब** = **अक** અને **डइफ** લીટી **अब**, **बक** અને **अक**ને લંબાવતાં છેદે છે; જો **डइ** = **इफ**, તો **बड** = **कफ**.

૬૧. ૫·૩" પાયા ઉપર ૩·૪" ઉંચાઇનો એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો. તેનાં સર્વ અગ માપો.

૬૨. ઉંચાઇ અને શિરોબિંદુ આગળનો ખુણો આપેલાં છે તો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

૬૩. એક સમબાજુ ત્રિકોણમાં ઉંચાઇ આપી હોય તો △ બનાવો.

૬૪. એક વહાણ કલાકમાં દશ માઇલ પ્રમાણે ઉત્તરમાં જાય છે મ ધ્યાંગે તે એક દીવાદાંડી ઇશાનમાં જુએ છે. અને દોઢ કલાક પછી દીવાદાડી

પૂર્વની દક્ષિણે ૭$\frac{1}{2}$° એ દેખાય છે તો બીજી જગ્યામાં દીવાદાંડીથી વહાણનું અંતર કેટલું? અને ક્યારે તે દીવાદાંડીની પાસેમાં પાસે હતું?

૬૫. △**अबक** માં **अब**, **अक** માં **प**, **ड**, એવાં બિંદુ શોધો કે **पड** ‖ **बक** થાય અને **पड** = $\frac{1}{3}$ **बक** થાય.

૬૬. **अब**, **अक** માં **ब**, **क** એવાં બિંદુ શોધો કે ∠**ब** = ૩ ∠**क**.

૬૭. બે સમાન્તર લીટીઓમાં અનુક્રમે **अ**, **ब** બે સ્થિર બિંદુ છે. બીજાં **प**,**ड** બે બિંદુ એવાં શોધો કે **अपबड** એક રૉમ્બસ બને.

૬૮. ∠**बअक** ને આ પ્રમાણે દુભાગો.—**अ** મધ્યબિંદુથી બે વર્તુળો એવા દોરો કે પહેલો **बअ**, **कअ** ને **प**, **ड** માં અને બીજો એજ લીટીને **म**, **य** માં છેદે; **पय**, **डम**, **ल** માં છેદે તો **अल**, ∠**अ**ને દુભાગે છે.

૬૯. **अ**, **ब**, **कड** ની વિરૂદ્ધ બાજુએ બે બિંદુ છે તો **कड** માં **प** એવું બિંદુ શોધો કે ∠**अपक** = ∠**बपक**.

૭૦. **पकरय** એવો એક રૉમ્બસ બનાવો કે તેનો **पर** કર્ણ એક આપેલી લીટી ઉપર હોય અને તેની **पक**, **कर**, **रय** ત્રણ બાજુ ત્રણ આપેલાં બિંદુમાંથી જાય.

૭૧. **कड**ની એકજ બાજુએ **अ**, **ब** બે બિંદુ છે તો **कड**માં એવું એક બિંદુ **प** શોધો કે **पअ**, **पब** નો તફાવત મોટામાં મોટો હોય?

૭૨. પ્રશ્ન ૭૧ માં તફાવત નાનામાં નાનો હોય તો **प** બિંદુ ક્યાં છે?

૭૩. એક એવો રૉમ્બસ કાઢો કે તેની બે બાજુઓ આપેલા ત્રિકોણની બાજુમાં હોય અને તેનું એક શિરોબિંદુ પાયા ઉપર હોય.

૭૪. બે આપેલી લીટી ઉપર છેડા હોય અને એક આપેલી લીટીની સમાન્તર અને સરખી હોય તેવી એક લીટી દોરો.

૭૫. **अकइड** એક અર્ધ વર્તુળ **अड** વ્યાસ ઉપર છે અને **ब** તેનું મધ્યબિંદુ છે. **इ**, **क** એવી રીતે પરિધ ઉપર છે કે **कइ** લંબાવતાં **अबड** ને **फ** સુધી લંબાવેલી લીટી ઉપર મળીને **इफ** = **बइ** = **बक** કરે છે તો બતાવો કે ∠**फ** = $\frac{1}{3}$ ∠**अबक** છે.

૭૬. **अबक** △માં ∠**ब** આપેલો ખુણો અને ∠**क** બીજો આપેલો ખુણો છે અને **बक** ઉપર **अ** ની ઉંચાઈ આપેલી છે તો △ બનાવો.

૭૭. શિરોબિંદુ આગળના એક આપેલા ખુણાવાળો એક આપેલા પાયા ઉપર એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

૭૮. એક કાટખુણ ત્રિકોણમાં કર્ણ આપી છે અને બીજી બે બાજુનો સરવાળો આપ્યો છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૭૯. એક સમદ્વિબાજુ કાટખુણ ત્રિકોણમાં કર્ણ અને એક બાજુનો સરવાળો આપ્યો હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૮૦. એક કાટખુણ ત્રિકોણમાં કર્ણ અને બાજુઓનો તફાવત આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૮૧. એક ત્રિકોણમાં અ, બ + ક, અને ∠**ब** આપ્યાં છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૮૨. એક ત્રિકોણમાં અ, ક−બ, ને ∠**ब** આપ્યાં છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૮૩. જો **अब**, अक, અને **बड** આપ્યાં હોય તો એક **अबकड** સ૦ ચ૦ બનાવો.

૮૪. એક એવો રૉમ્બસ બનાવો કે તેમાં એક કર્ણ = બાજુ છે.

૮૫. એક ચતુષ્કોણમાં કર્ણો બરાબર છે અને તેઓ એક બીજાને ૬૦° એ દુભાગે છે. જો કર્ણ ૫.૪ સે. મી. હોય તો ચતુષ્કોણ બનાવો. જો પક્ષ અધૂરો હોય તો પૂર્ણ કરો.

૮૬. પાયો, પાયાની ઉપરની મધ્યગા અને ઉંચાઇ આપ્યાં હોય તો △ બનાવો. કેટલા △ઓ થશે ?

[નોટ **प** ઉચાઇએ પાયાની ∣ **अब** દોરો. **अब**ને દુભાગી મધ્યબિંદુ વર્તુળનું મધ્યબિંદુ લઇ અને ક મધ્યગા ત્રિજ્યા લઈ વર્તુળ દોરો. આ વર્તુળ જો સમાન્તર લીટીને **इ**માં છેદે તો △**अइब** માગેલો ત્રિકોણ છે.]

૮૭. ∠**कअब** એક કાટખુણો છે અને ∠**कअब** વચ્ચેના કોઇ પણ બિંદુ **ड**માંથી **डइ**, **डफ** લંબ **अक**, **अब** ઉપર છે, તો જો (૧) **डइ** +

डफ = ૫.૦ સે. મી., અને (૨) डइ – डफ = ૨.૦ સે. મી. હોય તો ड નું નિધાન કાઢો.

૮૮. अबक △માં अब = ૩.૨", अक = ૪.૨" અને बक = ૩.૫" છે તો अब અને अक થી સરખે અંતરે અને बक થી આપેલે અંતરે આવેલું બિંદુ શોધી કાઢો. એવાં કેટલાં બિંદુ નીકળશે ?

૮૯. પ્રશ્ન ૮૮માં अब, अक થી સરખે અંતરે અને ब, क થી સરખે અંતરે આવેલું બિંદુ શોધો.

૯૦. પ્રશ્ન ૮૮માં ब, क થી સરખે અંતરે અને अ થી ૧.૮" ને અંતરે આવેલું બિંદુ શોધી કાઢો. કેટલાં બિંદુ નીકળશે ?

૯૧ अब ઉપર એક प બિંદુ ફરતું છે અને क એક બહાર સ્થિર બિંદુ છે. पकને લંબાવતાં कड = पक; તો डનું નિધાન શોધી કાઢો.

૯૨. પ્રશ્ન ૯૧ ની મદદથી ∠बअक ની વચ્ચેના ड બિંદુમાંથી એક એવી લીટી શાખાલીટી સુધી દોરો કે તે ड આગળ દુભાગાય.

૯૩. એક આપેલા બિંદુથી આપેલે અંતરે અને બે આપેલી || લીટીથી સમાન અંતરે હોય એવું બિંદુ શોધી કાઢો. ઉપરની રચના ક્યારે બનશે ? ક્યારે નહિ બનશે ? ક્યારે બે રચના શક્ય છે ?

૯૪. એક આપેલી લીટી ઉપર જેનુ શિરોબિંદુ હોય અને જેની એક આપેલી ઉંચાઈ હોય એવો એક આપેલા પાયા ઉપર △ બનાવો.

૯૫. એક સમદ્વિબાજુ △માં સરખી બાજુ ઉંચાઈથી બમણી છે તો △ બનાવો.

૯૬. अबक △માં ∠अ કાટખુણો અને अब તથા बक થી अ ના અંતર આપ્યાં છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૯૭. એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં ઉંચાઇ અને પાયાની સામેનો ખુણો આપ્યાં છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૯૮. એક રૉમ્બસમાં બે સામસામેની બાજુનું અંતર એક બાજુથી અર્ધું છે તો રૉમ્બસ બનાવો.

૯૯. अ બિંદુમાંથી बक સુધી એવી એક લીટી દોરો કે તે આપેલા ખુણાની બરાબર अबक ખુણો કરો.

૧૦૦. अब, अक, अड ત્રણ લીટીઓ अમાં મળે છે તો એવી એક बकड આડી લીટી દોરો કે क આગળ તેના બે સરખા ભાગ થાય.

૧૦૧ એક સમબાજુ ત્રિકોણની મદદથી એક આપેલી લીટીના ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

૧૦૨ ત્રણ બાજુનાં મધ્યબિંદુઓ આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૦૩. બે બાજુઓ અને ત્રીજી બાજુને દુભાગનારી મધ્યગા આપી હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૦૪. એક બાજુ અને બાકીની બાજુને દુભાગનારી મધ્યગા આપી હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૦૫. ત્રણ મધ્યગાઓ આપી હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૦૬ ૨·૪" ઉંચાઈ અને પાયા આગળના ખુણા ૪૦° અને ૬૦° હોય એવો એક ત્રિકોણ બનાવો.

૧૦૭. એક મધ્યગા અને જે બાજુને તે દુભાગે તેની અર્ધી લંબાઇનો સરવાળો બીજી બે બાજુના અર્ધા સરવાળાથી મોટો છે.

૧૦૮. એક બાજુ અને પાયા ઉપરની ઉંચાઇનો સરવાળો અને પાયો આપ્યાં છે તો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

૧૦૯. अबक △માં अब > अक છે. अप લીટી अ ખુણાને દુભાગે છે અને अड મધ્યગા છે તો अड મધ્યગા अब અને अप ની વચ્ચે છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૧૦. પ્રશ્ન ૧૦૯ માં જો अम ⊥ बक હોય તો अप દુભાગનાર લીટી अम અને अड ની વચ્ચે છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૧૧. अब, कड બે આપેલી લીટી છે અને म, अब માં એક આપેલું બિંદુ છે, अब માં प એક એવું બિંદુ શોધી કાઢો કે पम અંતર कड ના ઉપરના प ના લંબ અંતર બરાબર હોય.

૧૧૨. **अबक** △માં **अब** = **अक** છે. **बक** સમાન્તર બાજુઓને **ड**, **इ** માં મળતી **डइ** એવી લીટી દોરો કે તે **डब** અથવા **इक** બરાબર થાય.

૧૧૩. **अबक** △ માં **बक** પાયાની સમાન્તર **डइ** એવી લીટી દોરો કે તે બાજુઓને **ड**, **इ** માં મળી **डब** અને **इक** ના (૧) સરવાળા, (૨) બાદબાકી બરાબર થાય.

૧૧૪. સમદ્વિબાજુ △ના પાયાને લંબાવી તેના ઉપરના કોઈ પણ બિંદુમાંથી સરખી બાજુઓ ઉપર લંબ દોરીએ તો એ લંબનો તફાવત કોઇ અમુક અંતર બરાબર છે.

૧૧૫. એક આપેલી લીટીની સમાન્તર એવી એક લીટી દોરો કે બીજી બે આપેલી લીટીઓની વચ્ચે છેદાતો તેનો ભાગ એક આપેલી લંબાઇ બરાબર હોય.

૧૧૬. બે અરસ પરસ છેદતી લીટીઓ સાથે સરખા ખુણા કરતી એવી એક લીટી દોરો કે તે બે લીટીઓની વચ્ચે છેદાતો તેનો ભાગ એક આપેલા અંતર બરાબર હોય.

૧૧૭. બે આપેલાં બિંદુમાંથી એકેક એવી લીટી દોરો કે તે લીટીઓ એક આપેલી લીટીને મળી એક સમબાજુ ત્રિકોણ બનાવે.

૧૧૮. એક આપેલા ત્રિકોણમાં એવો એક રોમ્બસ દોરો કે તેનો એક ખુણો ત્રિકોણના એક ખુણા સાથે બરાબર મળી જાય.

૧૧૯. પરિમિતિ અને એક સાંકડો ખુણો આપ્યાં હોય તો એક કાટખુણ ત્રિકોણ બનાવો.

૧૨૦. ઉંચાઇ આપી હોય તો એક સમબાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

૧૨૧. એક આપેલી ઉંચાઇનો એવો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો કે તેનો પાયો એક આપેલી લીટીમાં હોય અને તેની સરખી બાજુઓ બે આપેલાં સ્થિર બિંદુમાંથી જાય.

૧૨૨. એક બાજુ અને પાયા ઉપરની ઉંચાઇનો તફાવત અને પાયો આપ્યાં છે તો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

૧૨૩. પાયો, પાયા ઉપરના ખુણાઓનો તફાવત અને બાજુઓનો તફાવત આપ્યાં છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૨૪. પાયો, પાયા ઉપરના ખુણાઓનો તફાવત અને બાજુઓનો સરવાળો આપ્યાં છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૨૫. એક સ૦ ચ૦ને એવી એક લીટીથી દુભાગો કે તે લીટી એક આપેલા બિંદુમાંથી જાય.

૧૨૬. એક સ૦ ચ૦ને એવી એક લીટીથી દુભાગો કે તે લીટી સ૦ ચ૦ની એક બાજુને લંબ હોય.

૧૨૭. એક સ૦ ચ૦ ને એવી એક લીટીથી દુભાગો કે તે એક આપેલી લીટીની સમાન્તર હોય.

૧૨૮. પાયો, પાયા ઉપરની ઉંચાઈ, અને પાયાને મળતી મધ્યગા આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવો

૧૨૯. ત્રિકોણના એક શિરોબિંદુમાંથી એક એવી લીટી દોરો કે તે સામેની બાજુને છેદે અને તેના ઉપર બાકીનાં શિરોબિંદુઓમાંથી દોરેલી લંબ બરાબર થાય.

૧૩૦. એક આપેલી લીટીની બહાર આપેલા બિંદુમાંથી એવી લીટી તે લીટી સુધી દોરો કે તે તેની સાથે એક આપેલા ખુણા બરાબર ખુણો કરે.

૧૩૧. એક આપેલા ખુણાના હાથમાંથી સરખા ભાગો છેદે એવી એક લીટી આપેલા બિંદુમાંથી દોરો.

૧૩૨. એક એવો રોમ્બસ દોરો કે તેની બે બાજુઓ એક આપેલા ત્રિકોણની બાજુઓ ઉપર હોય અને જેનું એક શિરોબિંદુ તેના પાયા ઉપર હોય.

૧૩૩. **अबकड** એક સ૦ ચ૦ છે. અને **अड** = ૨ **अब**. **अब** ને બન્ને બાજુ એવી રીતે લંબાવી છે કે **इअ** = **अब** = **बफ** છે. સિદ્ધ કરો કે **कइ**, **डफ** કાટખુણે છેદે છે.

૧૩૪. **अबकड** ચોરસના **अ** માંથી **बक**, **कड** નાં મધ્યબિંદુ સુધી, અને **क** માંથી **डअ**, **अब** નાં મધ્યબિંદુ સુધી, લીટીઓ દોરીએ તો આ ચાર લીટીઓ એક રોમ્બસ બનાવે છે.

૧૩૫. **अबकड** સ૦ ચ૦ ની **बक** બાજુમાં **प** બિંદુ લઇ તેમાંથી **अब** ને સમાન્તર દોરેલી લીટી **पम**, **अड** સુધી દોરીએ તો **अबपम** આકૃતિ = $\frac{1}{2}$ (**अबकड** સ૦ ચ૦ + **अबपम** સ૦ ચ૦) છે.

§ ૨૭. પરિશિષ્ટ क. વ્યાખ્યાનુક્રમ.

અતિકાટખુણ. એક કાટખુણાથી મોટા પણ બે કાટખુણાથી નાના ખુણાને અતિકાટખુણ ખુણો કહે છે. (Obtuse Angle.)

અતિકાટખુણ ત્રિકોણ. એક અતિકાટખુણ ખુણો જેમાં હોય એવા ત્રિકોણને અતિકાટખુણ ત્રિકોણ કહે છે. (Obtuse-angled Triangle.)

અતિદ્વિકાટખુણ. બે કાટખુણાથી મોટા પણ ચાર કાટખુણાથી નાના ખુણાને અતિદ્વિકાટખુણ (Reflex Angle.) કે અંતર્ગામી યા રીફ્લેક્ષ ખુણો કહે છે. (Re-entrant Angle.)

અર્ધ વર્તુળ. વ્યાસ અને વર્તુળના કોંસની વચ્ચેના ભાગને અર્ધ વર્તુળ કહે છે. (Semi-circle.)

અવચ્છેદક સિદ્ધતા. જે સિદ્ધતામાં એક સિવાય સાધ્ય બીજી બધી રીતે ખોટો છે એમ બનાવવામાં આવે છે તેને અવચ્છેદક કે ક્રમ વિરૂદ્ધ સિદ્ધતા કહે છે. (Proof of Exhaustion)

અંશ. એક કાટખુણાના ૯૦ સરખા ભાગ કર્યા છે અને તે દરેકને અંશ (Degree.) કહે છે. અંશના ભાગને કળા, કળાના ભાગને વિકળા કહે છે.

અષ્ટકોણ. જે આકૃતિમાં આઠ બાજુ (અને આઠ ખુણા) હોય તેને અષ્ટકોણ કહે છે. (Octagon.)

ઉદ્દેશ. સિદ્ધાંતની સામાન્ય પ્રતિજ્ઞાને ઉદ્દેશ કહે છે. (General Enunciation.)

ઉન કાટખુણ. એક કાટખુણાથી નાના ખુણાને ઉન કાટખુણ કે સાંકડો ખુણો કહે છે. (Acute Angle.)

ઉન કાટખુણ ત્રિકોણ. બધા ખુણા જેમાં ઉન કાટખુણ હોય એવા ત્રિકોણને ઉન કાટખુણ ત્રિકોણ કહે છે. (Acute-angled T.)

ઉપસિદ્ધાંત. સિદ્ધાંતના ઉપરથી સહજ રીતે નીકળતા સિદ્ધાંતને ઉપસિદ્ધાંત કહે છે. (Corollary.)

એક કાટખુણપૂર્ણી ખુણો. જો બે ખુણાનો સરવાળો એક કાટખુણા બરાબર હોય તો તે દરેકને એક કાટખુણપૂર્ણી યા કોટિ ખુણો કહે છે. (Complementary Angle.)

એક બિંદુ ગામી. જે લીટીઓ એકજ બિંદુમાં છેદે તેઓને એક બિંદુગામી કહે છે. (Concurrent.)

એક લીટી સ્થાયી જે બિંદુઓ એકજ સીધી લીટી ઉપર આવી શકે તેને એક લીટી સ્થાયી કહે છે. (Collinear.)

કક્ષા. આપેલી શરત પ્રમાણે એક બિંદુના ખસવાથી જે લીટી દોરાય તેને કક્ષા કે નિધાન કહે છે. (Locus or Orbit.)

કર્ણ લીટી. સામસામેનાં શિરોબિંદુને સાંધનારી સીધી લીટી કર્ણ યા કર્ણ લીટી કહેવાય છે (Diagonal. Hypotenuse.)

કળા. અંશના ૬૦મા ભાગને કળા કહે છે. (Minute.)

કાટખુણો. જ્યારે એક સીધી લીટી બીજી સીધી લીટી ઉપર એવી રીતે પડે કે પાસેપાસેના ખુણા બરાબર હોય તો તે દરેક ખુણો કાટખુણો કહેવાય છે. (Right Angle.)

કાટખુણુ ત્રિકેાણુ. જે ત્રિકેાણુમાં એક ખુણેા કાટખુણેા હેાય તેને કાટખુણુ ત્રિકેાણુ કહે છે. (Right-angled Triangle.)

કૃત્ય. જે સિદ્ધાંતમાં કાંઈ નવું બનાવવું હેાય તેને કૃત્ય યા કૃત્ય સિદ્ધાંત કહે છે. (Problem.)

કેાટિખુણેા. જુઓ એક કાટખુણુપૂર્ણી ખુણેા. (Acute Angle.)

કેાણુ અંતર. નીચે કે ઉપરના સ્થાનને સાંધનારી લીટી ક્ષિતિજ લીટી સાથે જે ખુણેા કરે તેને કેાણુ અંતર કહે છે. (Bearing.)

કૈાસ. પરિધના કેાઇ પણુ ભાગને કૈાસ કહે છે. (Arc.)

ખંડ. વર્તુળમાં આપેલા પરિધ સુધીની કેાઇ પણ સીધી લીટી અને કૈાસની વચ્ચેના ભાગને ખંડ કહે છે. (Segment of a Circle.)

ખુણેા. જ્યારે બે સીધી લીટીએા એક બીજીને મળે છે ત્યારે બન્નેની વચ્ચેના ગાળાને ખુણેા યા કેાણુ કહે છે. (Angle.)

ઘન વસ્તુ. જેને લંબાઇ, પહેાળાઇ અને જાડાઈ હેાય તેને ઘન વસ્તુ કે પદાર્થ કહે છે. (Solid.)

ચતુષ્કેાણુ. ચાર સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને ચતુષ્કેાણુ કહે છે. (Quadrilateral.)

ચેારસ. જે લંબ ચેારસમાં પાસે પાસેની બાજુએા અરસપરસ બરાબર હેાય તેને ચેારસ યા સમચેારસ કહે છે. (Square.)

જ્યા. જે સીધી લીટી વર્તુળમાં આવી રહી પરિધ ઉપર હદ પામે છે તેને જ્યા કહે છે. (Chord.).

ટ્રાપિઝ્યમ. જે ચતુષ્કેાણુની સામસામેની બાજુએાની એકજ જેાડ સમાન્તર સીધી લીટી હેાય તેને ટ્રાપિઝ્યમ કહે છે. (Trapezium.)

ત્રિકેાણુ. ત્રણુ સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને ત્રિકેાણુ કહે છે. (Triangle.)

ત્રિજ્યા. વર્તુળના મધ્યબિંદુથી જે સરખી લીટીએા પરિધ સુધી દેારીએ તેને ત્રિજ્યા કહે છે. (Radius).

દશકોણ. દશ બાજુથી નિયમિત થયેલી આકૃતિને દશકોણ કહે છે. (Decagon.)

દ્વાદશકોણ. બાર બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને દ્વાદશકોણ કહે છે. (Duodecagon.)

દ્વિકાટખુણ. બે કાટખુણાની બરાબર જે ખુણો હોય તેને દ્વિકાટખુણ કહે છે. (Straight Angle.)

દ્વિકાટખુણપૂર્ણી ખુણો. જ્યારે બે ખુણાનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર હોય ત્યારે તે દરેકને દ્વિકાટખુણપૂર્ણી યા ન્યૂનતાપૂરક ખુણો કહે છે. (Supplementary Angle.)

નવકોણ. નવ બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને નવકોણ કહે છે (Nonagon.)

નિગમન. સિદ્ધાંતના સમાપ્તિ ભાગને નિગમન કે સમાપ્તિ કહે છે (Conclusion.)

નિધાન. કોઇપણ આપેલી શરત પ્રમાણે જુદી જુદી સ્થિતિમાં જવાથી એક બિંદુથી જે લીટી યા લીટીઓ (વક્ર યા સીધી) દોરાય તેને તે બિંદુનુ નિધાન કહે છે. (Locus.)

નિયમિત બહુકોણ. જેમાં બધી બાજુ અને બધા ખુણા સરખા હોય તેને નિયમિત બહુકોણ કહે છે. (Regular Polygon.)

ન્યૂનતાપૂરક ખુણો. જુઓ દ્વિકાટખુણપૂર્ણી. (Supplementary Angle.)

પક્ષ. સદ્ધાંતમાં જે ભાગ આપેલો હોય તેને પક્ષ યા પક્ષ ભાગ કહે છે. (Data. Hypothesis.)

પંચકોણ. પાંચ બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને પંચકોણ કહે છે. (Pentagon.)

પરિધ. જે વક્ર લીટીથી વર્તુળની હદ નિયમિત થએલી હોય તેને પરિધ પરિધિ કહે છે. (Circumference.)

પરિમિતિ. કોઈ પણ આકૃતિની બધી બાજુના સરવાળાને પરિમિતિ કહે છે. (Perimeter.)

પહોળો ખુણો. એક કાટખુણાથી મોટો પણ બે કાટખુણાથી નાનો હોય એવા ખુણાને પહોળો ખુણો કહે છે. (Obtuse Angle.)

પહોળખુણુ ત્રિકોણુ. કોઇ પણ ત્રિકોણમાં જો એક ખુણો પહોળો હોય તો તેવા ત્રિકોણને પહોળ ખુણુ ત્રિકોણુ કહે છે. (O. angled Tri.)

પાસે પાસેના ખુણા. એકજ શાખા લીટીની આસપાસ આવેલા ખુણાઓ પાસે પાસેના ખુણા કહેવાય છે. (Adjacent Angles.)

પ્રતીપ સિદ્ધાંતો. જ્યારે બે સિદ્ધાંતમાં એકનો પક્ષ ભાગ બીજાનો સાધ્ય ભાગ હોય અને એકનો સાધ્ય ભાગ બીજાનો પક્ષ ભાગ હોય ત્યારે તે બન્ને સિદ્ધાંતો એક બીજાના પ્રતીપ યા વ્યત્યાસ સિધ્ધાંતો કહેવાય છે. (Converse Propositions.)

પ્રત્યક્ષ પ્રમાણુ. જે પ્રમાણુની સત્યતા બીજી વધારે સાબિતી વિના પોતાની મેળે પ્રત્યક્ષ દેખાઈ આવે તેને પ્રત્યક્ષ પ્રમાણુ કહે છે. (Axiom.)

પ્રતિજ્ઞા. કોઇ સિધ્ધાંતમાં જે સાબિત કરવાનું હોય અથવા રચવાનુ હોય તે જ્યારે સામાન્ય શબ્દસમૂહમાં સૂચવવામાં આવે ત્યારે તેને સિધ્ધાંતની પ્રતિજ્ઞા કહે છે. (Enunciation.)

પ્રમેય સિધ્ધાંત. જે સિદ્ધાંતમાં કાંઈ સિદ્ધ કરવાનું હોય તેને પ્રમેય યા પ્રમેય સિધ્ધાંત કહે છે. (Theorem.)

બહુકોણુ. પાંચ અથવા વધારે સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને બહુકોણુ કહે છે. (Polygon.)

બિંદુ. જેને ફ્કત સ્થિતિજ હોય પણ લંબાઈ, પહોળાઈ, જાડાઈ યા ઉંચાઈ કોઈ પણ પરિમેય ન હોય તેને બિંદુ કહે છે. (Point.)

બેરિંગ. જુઓ કોણુ અંતર. (Bearing.)

મધ્યગા. કોઈ પણ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુ અને સામેની બાજુના મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી મધ્યગા કહેવાય છે. (Median.)

મધ્યબિંદુ. વર્તુળમાં જે મુકરર બિંદુથી પરિઘ સુધી સરખી લીટીઓ દોરી હોય તે બિંદુને વર્તુળનું મધ્યબિંદુ કહે છે. (Centre of a Circle.)

મળતા આવતા ખુણા. એકજ દિશા તરફ જતી બએ લીટીની વચ્ચેના, યા સરખી બાજુની સામસામેના મળતા આવતા ખુણા છે. (Corresponding Angles.)

મીનીટ. જુઓ કળા. (Minute.)

શાખાલીટીઓ. જે સીધી લીટીઓની વચ્ચે ખુણો થયો હોય તેને શાખાલીટીઓ કહે છે. (Arms of an Angle.)

પટ્કોણ. ૭ બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને ષટ્કોણ કહે છે. (Hexagon.)

સમકેંદ્ર વર્તુળો. જે વર્તુળોનુ મધ્યબિંદુ એકજ હોય તેને સમકેંદ્ર વર્તુળો કહે છે. (Concentric Circles)

સમચોરસ. જુઓ ચોરસ. (Square)

સપાટ આકૃતિ. સપાટ સફાઇમાં આવેલી આકૃતિને સપાટ આકૃતિ કહે છે (Plane figure)

સપાટ સફાઈ. સીધી લીટીની બનેલી સફાઇને સીધી યા સપાટ સફાઈ યા સમતલપૃષ્ઠ કહે છે. (Plane Surface.)

સપ્તકોણ. સાત બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને સપ્તકોણ કહે છે (Heptagon.)

સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ. જે ત્રિકોણની ગમે તે બે બાજુઓ સરખી હોય તેને સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કહે છે. (Isosceles Triangle.)

સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમ. જે ટ્રાપિઝ્યમની સમાન્તર નહિ એવી બાજુઓ સરખી બાજુ હોય તેને સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમ કહે છે. (Isosceles Trapezium.)

સમબહુકોણ. જે બહુકોણમાં સર્વ બાજુઓ સરખી અને સર્વ ખુણાઓ સરખા હોય તેને સમબહુકોણ કહે છે. (Regular Poly.)

સમબાજુ ત્રિકોણ. જે ત્રિકોણની ત્રણે બાજુ સરખી હોય એવા ત્રિકોણને સમબાજુ ત્રિકોણ કહે છે. (Equilateral Triangle.)

સમાધાન સ્થિતિ. એક આકૃતિને ઉંચકીને બીજી ઉપર મૂકવામાં આવે ત્યારે તે રીત સમાધાન સ્થિતિ કહેવાય છે. (Superposition.)

સમાન્તર લીટીઓ. કોઇ પણ લીટાઓ એકજ સફાઇમાં એવી રીતે હોય કે તેઓને ગમે તે બાજુએ લંબાવતાં કદી પણ એક બીજીને મળે નહિ તો તેઓ સમાન્તર લીટીઓ છે. (Parallel St. lines.)

સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ. જે ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુઓ સમાન્તર હોય તેને સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ કહે છે. (Parallelogram.)

સમાપ્તિ. જ્યારે સિદ્ધાંતમા માગેલી સત્યતા પૂર્ણ કરી છે એમ કહેવામાં આવે છે ત્યારે તેને સમાપ્તિ કહે છે. (Conclusion)

સફાઈ. જેને લબાઇ અને પહોળાઇ ફક્ત હોય પણ જાડાઈ યા ઉંચાઇ ન હોય તેને સફાઈ કહે છે. (Superficies.)

સમ્મિતરૂપ આકૃતિ. આકૃતિને તેની અંદર આવેલી કોઈ સીધી લીટીની આસપાસ વાળતાં જો બન્ને ભાગો બરાબર સ્થાનોપરિ સ્થિતિથી મળી જાય તો તેને સમ્મિતરૂપ આકૃતિ કહે છે, અને આવી લીટીને સમ્મિતરૂપ ધરી યા આંસ કહે છે. (Figure, and Axis of Sym)

સમ્મિતરૂપ મધ્યબિંદુ. જ્યારે આકૃતિ તેની અંદર આવેલા કોઈ બિંદુની આસપાસ સમ્મિતરૂપ હોય ત્યારે એવા બિંદુને સમ્મિતરૂપ મધ્યબિંદુ કહે છે (Centre of Symmetry.)

સ્થાનોપરિ સ્થિતિ. જો એક આકૃતિને બીજી ઉપર મૂકીએ તો આવી સ્થિતિને સ્થાનોપરિ સ્થિતિ કહે છે. (Superposition.)

સાધન. જ્યારે પ્રતિજ્ઞાને સિદ્ધાંતમાં આકૃતિની સાથે સબધથી વર્ણવામાં આવે ત્યારે તેને સાધન કહે છે. (Parti. Enunci.)

સાધ્ય. સિદ્ધાંતમાં માગેલા ભાગને સાધ્ય કહે છે. (Conclusion.)

સાંકડો ખુણો. એક કાટખુણાથી જે ખુણો નાનો હોય તેને સાંકડો ખુણો કે ઉનકાટખુણ કહે છે. (Acute Angle.)

સાંકડખુણુ ત્રિકોણ. કોઇ પણ ત્રિકોણમાં જો ત્રણે ખુણા સાંકડા ખુણા હોય તો તેને સાંકડખુણુ ત્રિકોણ કહે છે. (Acute-ang. T.)

સામસામેના ખુણા. કોઈ પણ બે સીધી લીટી એક બીજીને છેદે તો આ શિરોબિંદુ આગળ તેજ બે લીટીઓના જુદા જુદા ભાગોની વચ્ચેના ખુણા સામસામેના ખુણા છે. (Vertically Opposite Angles)

સામાન્ય પ્રતિજ્ઞા. જુઓ ઉદ્દેશ. (General Enunciation)

સિદ્ધતા. સિદ્ધાંતમાં જે સત્યતા સિદ્ધ કરવાની હોય અથવા રચવાની હોય તે જ્યારે સિદ્ધ કરવામાં આવે અથવા રચવામાં આવે ત્યારે જે ભાગમાં સિધ્ધ કરીએ તેને સિદ્ધતા કહે છે. (Proof.)

સીધી લીટી. જે લીટી પોતાની આખી લંબાઈમાં એકથી બીજા બિંદુ સુધી એકજ દિશા રાખે તેને સીધી લીટી કહે છે. (St. Line.)

સીધી લીટી આકૃતિ. જે આકૃતિની હદ સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી હોય તેને સીધી લીટી આકૃતિ કહે છે. (Rectilinear Fig.)

સીધી સફાઈ. જુઓ સપાટ સફાઇ. (Plane Surface.)

સેકન્ડ. મીનીટનો ૬૦મો ભાગ. (Second.)

સ્વીકૃત કૃત્ય. જે કૃત્ય આપણે કબુલી લઈએ છીએ તેને સ્વીકૃત કૃત્ય કહે છે. (Postulate.)

રચના. સિધ્ધાંતની સત્યતા બતાવવાને માટે કોઈ નવી લીટી યા આકૃતિ દોરવામાં આવે ત્યારે તેને રચના કહે છે. (Construction.)

રીફ્લેક્સ ખુણો. જુઓ અંતર્ગામી ખુણો. (Reflex Angle.)

રૉમ્બસ. જે સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણની પાસે પાસેની બાજુ અરસપરસ બરાબર હોય પણ ખુણા કાટખુણા ન હોય તેને રૉમ્બસ કહેવામાં આવે છે. (Rhombus.)

લંબ. બે સીધી લીટીઓ જો કાટખુણે છેદે તો તે દરેક એક બીજીને લંબ છે એમ કહેવાય છે. (Perpendicular.)

લંબચોરસ. જે સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં એક ખુણો કાટખુણો હોય તેને લંબચોરસ કહે છે. (Rectangle.)

લંબછેદનબિંદુ. ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુઓ ઉપર દોરેલી લંબ જે બિંદુમાં એક બીજીને છેદે તે બિંદુને ત્રિકોણનુ લંબ છેદન બિંદુ કે લંબ સપાત બિંદુ કહે છે. (Orthocentre.)

લીટી. જેને ફક્ત લંબાઇજ હોય પણ પહોળાઇ અને જાડાઇ કોઇ પણ ન હોય તેને લીટી કહે છે. (Line.)

વક્ર લીટી. જે લીટી પોતાની લંબાઇમાં એક બિંદુથી બીજા કોઇ બિંદુ સુધી દિશા બદલે છે તેને વક્ર લીટી કહે છે. (Curved Line.)

વક્ર સફાઇ. વક્ર લીટીની બનેલી સફાઇને વક્ર સફાઇ કહે છે. (Curved Surface.)

વર્તુળ. આકૃતિની એવી એક વક્ર લીટીથી હદ થએલી હોય કે તે વક્ર લીટી સુધી આકૃતિ માંહેના એક મુકરર બિંદુમાંથી કોઇ પણ સીધી લીટી અંતર હંમેશાં એકજ રહે તો તે આકૃતિને વર્તુળ કહે છે; અને આ વક્ર લીટીને વર્તુળનો પરિઘ કહે છે. (Circle) (Circumference.)

વિકળા. કળાનો ૬૦મો ભાગ. (Second.)

વિશિષ્ટ પ્રતિજ્ઞા. જુઓ સાધન. (Particular Enunci.)

વિષમકોણ. જે સીધી લીટી આકૃતિમાં ખુણા સરખા ન હોય એવા આકૃતિ વિષમ કોણ કહેવાય છે. (Irregular Figure.)

વિષમ ચતુરસ્ર. જુઓ રોમ્બસ (Rhombus.)

વિષમ બહુકોણ. જે બહુકોણમાં બાજુ યા ખુણા બરાબર ન હોય તેને વિષમ બહુકોણ કહે છે (Irregular Polygon)

વિષમબાજુ ત્રિકોણ. જે ત્રિકોણમાં ત્રણે બાજુઓ અરસપરસ બરાબર ન હોય તેને વિષમબાજુ ત્રિકોણ કહે છે. (Scalene Tri.)

વ્યાસ. વર્તુળમાં જે સીધી લીટી મધ્યબિંદુમાંથી થઇને પરિઘ ઉપર બન્ને બાજુએ હદ પામે છે તે વ્યાસ છે. (Diameter.)

વ્યત્યાસ સિદ્ધાંતો. જુઓ પ્રતીપ સિદ્ધાંતો. (Converse Propositions.)

ગણુત્રીના પ્રશ્નોના જવાબો.

પાનું ૧૯. (૪) ૧" = ૨૫·૪ મી. મી.

પાનું ૨૩. (૧) ૧૦૫; ૮૮૦; ૪૮૦ મા. (૨) ૮૫૦; ૧૦૫૦; ૫૯૦; ૫૪૦ મા. (૩) ૭ ફુટ; ૬·૨ ફુટ; ૮·૩ ફુટ. (૪) ૪૪૦૦ ફુટ. (૧૭) ૫૦ ફુટ. (૧૮) ૩૯ ફુટ. (૧૯) ૧૧·૭" (૨૦) ૧૨·૫ સે. મી. (૨૧) ૧૭·૧૬". (૨૨) ૨૦·૮ મા. (૨૩) ૩૧·૨ મા. (૨૪) ૩ મા. (૨૫) ૨૮·૬ મા (૨૬) ૧૧·૪ મા. (૨૭) ૨૧૫·૦૫ મા. (૨૮) ૮·૪૮ મા. (૨૯) ૩૮·૨ મા. (૩૦) ૧૫૦ ફુટ.

પાનું ૫૨. (૧) ૨૮·૯ મા.; પ૦ ૨૪° ઉ૦ (૨) ૨૨ મા.; દ૦ ૩૧° પૂ૦; પૂ૦ ૨૮½° દ૦ (૩) ૪૩·૪ મા.; દ૦ ૨૨° પૂ૦ (૪) પૂ૦ ૭૫° ઉ૦; પ૦ ૭૫° ઉ૦ (૫) ૮·૬ મા.; (૬) ૯·૨ મા; પ૦ ૫૮° દ૦ (૭) ૯·૫ મા. દ૦ ૨૭½° પૂ૦ (૮) ૩૨·૮ મા.; પૂ૦ ૨૭½° દ૦ (૯) ૩૨·૮ મા.; પ૦ ૪૦° ઉ૦ (૧૦) ૭૭; ૨૭૪ મા. (૧૧) ૮૭·૪ મા., પૂ૦ ૫૮½° ઉ૦ (૧૨) ૫૬·૯ ફુટ; (૧૩) ૭૦·૭ ફુટ (૧૪) ૬૧૦ ફુટ, ૪૭૦ ફુટ. (૧૫) ૪॥ ઇંચ.

પાનું ૯૫. (૩૫) અનુક્રમે ૫; ૩૬; ૧૨. (૩૭) અનુક્રમે ૧૨; ૯; ૨૪; ૪; ૧૫; ૩૬.

પાનું ૧૭૨. (૧૦) અનુક્રમે ૫; ૩૬; ૩૬૦; ૨૪૦. (૧૨) અનુક્રમે ૧૨; ૩૦; ૯; ૪૦; ૨૪; ૧૦; ૪; ૧૫; ૯૦; ને ૩૬;

પાનું ૨૦૧. (૫) અશકય.

પાનું ૨૨૪. (૧૦) એક કાટખુણો.

પાનું ૨૨૫. (૫) એક કાટખુણો.

પાનું ૨૪૧. (૧) ૧૨૦° (૨) દરેક ૨·૨". (૩) **बम = मक** = ૧·૬"; **अम = मड** = ૨·૮".

પાનું ૨૫૪. (૧૧) ૧ ઇંચ. (૧૨) ·૬"; ૧·૧"

પરચુરણ પ્રશ્નેા, પાનું ૨૬૬. (૧)∠ब = ∠क = ૫૦° (૨૪) ૪ાા ફુટ. (૨૬) ૬૩૫ વાર. (૨૭) ૨૭ ફુટ. (૨૮) ૪૧૮ વાર; ૪૪°. (૪૮) ૨૪; ૧૨; ૯; ૩૦, (૬૧) બાજુ ૪·૩ ઇંચ; ખુણા ૫૨°, ૫૨°, ૭૬°.

નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧ લેા સમાપ્ત.

બીજાં પુસ્તકો.

૧. ભૂમિતિ ભાગ ૧ લો (મંજુર છે. નવી આવૃત્તિ) રૂ. ૦-૧૨-૦
૨. નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧ લો (મંજુર છે.) રૂ. ૦-૧૨-૦
૩. નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧ લાનો ખુલાસો. રૂ. ૧- ૪-૦
૪. જ્યુનીઅર અંકગણિત (મંજુર છે) રૂ. ૦-૧૩-૦
૫. જ્યુનીઅર અંકગણિતનો આણુપાણુનો વધારો રૂ. ૦- ૦-૬
૬. પ્રાથમિક અંકગણિત ભાગ ૧ લો. (મંજુર છે.) રૂ. ૦- ૬-૦
7. Lower Secondary Arithmetic. Re. 0-12-0
8. Senior Arithmetic. (Ready) Re 1- 8-0
૯. પ્રાથમિક અંકગણિત ભાગ ૨ જો (છપાય છે.)
10 New Geometry for High Schools
(In preparation)

ઉપલાં બધાં પુસ્તકો નીચેને ઠેકાણેથી મળશેઃ-

૧. મી. કરસનદાસ નારણદાસ (સોલ એજન્ટ), નાણાવટ-સુરત.
૨. મી. મંગળદાસ હરકીસનદાસ, ભાગાતળાવ, સુરતઃ
૩. ગુજરાત ન્યૂ બુક ડીપો. મોગલ કોટ. નડીઆદ;
૪. ઓરીએન્ટલ બુક ડીપો, રીચીરોડ. અમદાવાદ;
૫. મી. બેચર મેઘજી, રાજકોટ.
૬. મેસર્સ એન. એમ. ત્રિપાઠી, કાલબાદેવી, મુંબઈ તથા
૭. તમામ શહેરોના જાણીતા બુકસેલરો અને
૮. જી. આર. નાયક, ગવર્નમેન્ટ હાઈ સ્કૂલ, સુરતઃ
૯ કે. ડી. દેશાઈ, ગવર્નમેન્ટ હાઈ સ્કૂલ. મુંબઈ.